

Câu 1 (Phép tính vi phân hàm một biến: 2,0 điểm)

Biết rằng nếu giá bán một sản phẩm là x đơn vị tiền/sản phẩm thì hàm cầu được xác định bởi:

$$f(x) = \frac{64}{x} + \ln(80 - x^2).$$

- Tính đạo hàm $f'(x)$ của hàm cầu $f(x)$.
- Tính vi phân của hàm f tại điểm $x = 4$. Nếu ta tăng giá mỗi sản phẩm 0,01 đơn vị tiền so với giá ban đầu là 4 đơn vị tiền/sản phẩm thì hàm cầu giảm một lượng xấp xỉ là bao nhiêu?

Câu 2 (Độ dài đường cong: 2,0 điểm)

Cho hàm số $g(x) = \frac{1}{3}x^3 + x - \frac{1}{4}\arctan x$.

- Tính đạo hàm $g'(x)$ của hàm số $g(x)$. Từ đó tính $1 + [g'(x)]^2$.
- Tính độ dài đường cong OA cho bởi phương trình $y = g(x)$ với $O(0;0)$ và $A(1; \frac{4}{3} - \frac{\pi}{16})$.

Câu 3 (Cực trị hàm nhiều biến: 2,0 điểm)

Một doanh nghiệp sản xuất hai loại sản phẩm với sản lượng tương ứng của một chu kỳ sản xuất là x và y . Lợi nhuận thu được khi sản xuất hai loại sản phẩm nói trên ứng với mức sản lượng x, y là hàm hai biến $h(x, y)$ xác định như sau:

$$h(x, y) = 125x + 70y - 2x^2 - xy - y^2 + 15.$$

Hãy tìm mức sản lượng x, y để doanh nghiệp thu được lợi nhuận tối đa.

Câu 4 (Phương trình vi phân: 3,0 điểm)

Tìm nghiệm tổng quát của các phương trình vi phân sau:

- $(x - 2y)dx + (2x + y)dy = 0$.
- $y'' - y' - 6y = xe^{-x}$.

Câu 5 (Sự hội tụ của chuỗi số: 1,0 điểm)

Xét sự hội tụ của chuỗi số $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2n+1)3^n}{n!}$ (Gợi ý: áp dụng dấu hiệu Đa-lăm-be).

Hết

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Cán bộ ra đề
Nguyễn Văn Hạnh
Nguyễn Hữu Hải

Duyệt đề
Phạm Việt Nga

Câu 1 (Phép tính vi phân hàm một biến: 2,0 điểm)

Biết rằng nếu giá bán một sản phẩm là x đơn vị tiền/sản phẩm thì hàm cầu được xác định bởi:

$$f(x) = \frac{75}{x} + \ln(95 - x^2).$$

- Tính đạo hàm $f'(x)$ của hàm cầu $f(x)$.
- Tính vi phân của hàm f tại điểm $x = 5$. Nếu ta tăng giá mỗi sản phẩm 0,02 đơn vị tiền so với giá ban đầu là 5 đơn vị tiền/sản phẩm thì hàm cầu giảm một lượng xấp xỉ là bao nhiêu?

Câu 2 (Độ dài đường cong: 2,0 điểm)

Cho hàm số $g(x) = \frac{1}{12}x^3 + \frac{1}{4}x - \arctan x$.

- Tính đạo hàm $g'(x)$ của hàm số $g(x)$. Từ đó tính $1 + [g'(x)]^2$.
- Tính độ dài đường cong OA cho bởi phương trình $y = g(x)$ với $O(0;0)$ và $A(1; \frac{1}{3} - \frac{\pi}{4})$.

Câu 3 (Cực trị hàm nhiều biến: 2,0 điểm)

Một doanh nghiệp sản xuất hai loại sản phẩm với sản lượng tương ứng của một chu kỳ sản xuất là x và y . Lợi nhuận thu được khi sản xuất hai loại sản phẩm nói trên ứng với mức sản lượng x, y là hàm hai biến $h(x, y)$ xác định như sau:

$$h(x, y) = 85x + 80y - x^2 - xy - y^2 + 20.$$

Hãy tìm mức sản lượng x, y để doanh nghiệp thu được lợi nhuận tối đa.

Câu 4 (Phương trình vi phân: 3,0 điểm)

Tìm nghiệm tổng quát của các phương trình vi phân sau:

- $(x - 2y)dx + (2x - y)dy = 0$.
- $y'' + y' - 6y = (2x + 1)e^{-x}$.

Câu 5 (Sự hội tụ của chuỗi số: 1,0 điểm)

Xét sự hội tụ của chuỗi số $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(3n+1)2^n}{n!}$ (Gợi ý: áp dụng dấu hiệu Đa-lăm-be).

..... Hết

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Cán bộ ra đề
Nguyễn Văn Hạnh
Nguyễn Hữu Hải

Duyệt đề
Phạm Việt Nga