

A. Nội dung

Chương 1: Ma trận định thức và hệ phương trình tuyến tính

- 1.1 Các phép toán trên ma trận
- 1.2 Định thức của các ma trận
- 1.3 Hạng của ma trận
- 1.4 Ma trận nghịch đảo
- 1.5 Hệ phương trình tuyến tính
- 1.6 Phương trình ma trận

Chương 2: Phép tính vi phân hàm một biến

- 2.1 Tính đạo hàm, đạo hàm cấp cao
- 2.2 Vi phân hàm một biến

Chương 3: Nguyên hàm – tích phân

- 3.1 Tích phân bất định
- 3.2 Tích phân xác định
- 3.3 Tích phân suy rộng
- 3.4 Ứng dụng của tích phân xác định

Chương 4: Phép tính vi phân hàm nhiều biến

- 4.1 Vi phân toàn phần hàm hai biến
- 4.2 Cực trị hàm hai biến

Chương 5: Phương trình vi phân

- 5.1 Phương trình phân ly biến số
- 5.2 Phương trình vi phân đẳng cấp
- 5.3 Phương trình vi phân tuyến tính
- 5.4 Phương trình Becnoullie

B. Bài tập

Bài 1: Cho 2 ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 0 & -2 & -3 \end{bmatrix}$

- a) Tính $A + B^t; 2A - 3B^t$
- b) Tìm phần tử thuộc hàng 2, cột 1 của ma trận tích AB

ĐS:

$$a) A + B^t = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & -3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}; 2A - 3B^t = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ -9 & 4 \\ -16 & 19 \end{bmatrix}$$

b) Phần tử thuộc hàng 2 và cột 1 của ma trận tích AB là 0.

Bài 2: Cho các ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$.

- a) Tính $A^2; BB^t; 3A - BB^t$.
- b) Có tồn tại ma trận AB, BA không? Vì sao?

ĐS:

$$a) A^2 = \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{bmatrix}; BB^t = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 14 \end{bmatrix}; 3A - BB^t = \begin{bmatrix} -2 & 9 \\ 12 & -2 \end{bmatrix}.$$

b) Tồn tại AB vì số cột A bằng số hàng B ; không tồn tại BA vì số cột B khác số hàng A .

Bài 3: Cho các ma trận A cấp $3 \times a$, B cấp $5 \times b$, C cấp $c \times 2$, biết $AB = C$. Tìm a, b, c .

$$\text{ĐS: } a = 5, b = 2, c = 3.$$

Bài 4: Cho các ma trận $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 5 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$. Tính AB và BA .

$$\text{ĐS: } AB = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -5 & 14 \end{bmatrix}; BA = \begin{bmatrix} -2 & -3 & -1 \\ 7 & 5 & 7 \\ 9 & -3 & 15 \end{bmatrix}$$

Bài 5: Tính $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 5 \\ 4 & 2 & 2 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}^t$.

$$\text{ĐS: } \begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 4 & -7 & 3 \\ 2 & -8 & -2 \end{bmatrix}.$$

Bài 6: Tính các định thức sau:

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 4 & -2 & m \\ -5 & m & 1 \\ 2 & 4 & -3 \end{vmatrix}; \quad \det(B) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}; \quad \det(C) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & m & 2 \\ -1 & 2 & 5 \end{vmatrix};$$

$$\det(D) = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}; \quad \det(E) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}.$$

ĐS:

$$\det(A) = -2m^2 - 32m + 10; \quad \det(B) = -7; \quad \det(C) = 6m - 16;$$

$$\det(D) = -48; \quad \det(E) = 42.$$

Bài 7: Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$. Tính $\det(A); \det(3A); \det(A^{2016}); \det(A^3 A^{-1} A^t)$.

$$\text{ĐS: } \det(A) = -2; \det(3A) = -54; \det(A^{2016}) = (-2)^{2016}; \det(A^3 A^{-1} A^t) = -8.$$

Bài 8: Tìm hạng của ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & -1 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \\ 7 & 11 & 8 & 11 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 2 & 7 \\ 1 & 10 & 4 & 17 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

$$\text{ĐS: } r(A) = 2; r(B) = 2$$

Bài 9: Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 & m \\ 1 & 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}$, tìm điều kiện của m để hạng của A bằng 4.

ĐS: $\det(A) \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 12$

Bài 10: Cho ma trận $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 & 3 \\ -1 & 3 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & m & 23 \end{bmatrix}$

- Biến đổi ma trận sau về ma trận bậc thang, từ đó biện luận theo m hạng ma trận.
- Biết rằng B là ma trận bổ sung của một hệ phương trình tuyến tính. Với giá trị nào của m thì hệ đó có vô số nghiệm.

ĐS:

$$\text{a) } B \dots \rightarrow \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 18+m & 0 \end{bmatrix}$$

- Với $m = -18: r(B) = 2$

- Với $m \neq -18: r(B) = 3$.

b) $m = -18$

Bài 11: Biện luận theo a hạng của ma trận $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & a \\ 2 & 1 & a & 1 \end{bmatrix}$.

ĐS: hạng ma trận luôn bằng 3 với mọi $a \in \mathbb{R}$.

Bài 12: Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} m & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

- Với giá trị nào của m thì A khả nghịch.
- Tìm ma trận nghịch đảo của A khi $m = -1$.

$$\text{ĐS: } m \neq -3; A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{-1}{2} \\ \frac{-5}{2} & \frac{-3}{2} & \frac{-1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Bài 13: Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & x \end{bmatrix}$.

- Tìm x để A khả nghịch. Khi đó tính $\det(A^{-1})$.
- Tìm ma trận nghịch đảo của A khi $x = 5$.

ĐS:

$$a) x^{-1} - 1 \cdot \det(A^{-1}) = \frac{1}{2x+2};$$

$$b) A^{-1} = \begin{bmatrix} 5/4 & -7/4 & 1/4 \\ -5/12 & 11/12 & -1/12 \\ -1/6 & 1/6 & 1/6 \end{bmatrix}$$

Bài 14: Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & -3 \\ 2 & -4 & m \end{bmatrix}$

- a) Tìm m để ma trận A khả nghịch.
 b) Với $m = 1$, tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của ma trận A .

ĐS:

a) $m \neq 6$.

$$b) A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{6}{5} & \frac{7}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{2}{5} & -\frac{4}{5} & -\frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

Bài 15: Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & m & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

- a) Tìm m để ma trận A khả nghịch.
 b) Với $m = 0$, hãy tìm ma trận nghịch đảo của ma trận A (nếu có).

ĐS:

a) $\det(A) \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 3$;

$$b) A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{4}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

Bài 16: Giải các hệ phương trình tuyến tính sau:

$$a) \begin{cases} -x + y + 3z - 2t = 1 \\ 3x - y + z + 5t = -3 \\ x + y + 8z + t = -1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} -4x + 3y - 2z + t = 0 \\ 5x - y + 10z + 5t = 0 \\ 3x - 5y - 6z - 7t = 0 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + 2y - 3z + 2t = 3 \\ 2x + y - 5z + 3t = 6 \\ -2x - 7y + 7z - 5t = -6 \\ 3x - 7z + 4t = 9 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ 3x - 2y - 2z = 2 \\ 5x - y - 3z = 2 \end{cases}$$

$$ĐS: a) \begin{cases} x = -3y - 1 \\ z = 0 \\ t = 2y \\ y \in R \end{cases}; b) \begin{cases} x = \frac{-28z - 16t}{11} \\ y = \frac{-30z - 25t}{11} \\ z, t \in R \end{cases}; c) \begin{cases} x = 4y + z + 3 \\ t = -3y + z \\ y, z \in R \end{cases}; d) \text{ Hệ vô nghiệm.}$$

Bài 17: Cho các ma trận $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$.

- a) Tính định thức của ma trận $5A$
 b) Tìm ma trận X sao cho $XA = B$.

ĐS:

a) $\det(5A) = -750$

b) $X = \begin{bmatrix} \frac{-5}{2} & \frac{-5}{6} & \frac{19}{6} \\ -1 & \frac{7}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{-1}{2} & \frac{7}{6} & \frac{1}{6} \end{bmatrix}$.

Bài 18: Cho các ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 6 \\ 2 & 3 & -1 & -7 \\ 0 & -1 & 2 & 8 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \\ 5 \end{bmatrix}$.

Tìm ma trận X sao cho $AX = B$.

ĐS: $X = \begin{bmatrix} -t \\ 2t-1 \\ -3t+2 \\ t \end{bmatrix}, \forall t \in R$.

Bài 19: Tính đạo hàm các hàm số sau:

a) $f(x) = (x^2 + \frac{1}{x})e^{2x+3}$ tại $x = 1$;

b) $y = \sqrt{1-x^2} \arcsin(-x)$ tại $x = 0$;

c) $y = \left(\frac{x-5}{3x+1}\right)^2$ tại $x = 0$;

d) $f(x) = 3^{\sqrt{x} + \arccos x}$;

e) $y = \arctan \frac{1-x}{1+x}$;

f) $f(x) = \sqrt{x^2 + e^{2x}}$;

g) $y = \arctan \frac{1}{x}$ tại $x = 1$;

h) $y = 2(2x-1)^{5/4} (2x+1)^{3/4}$.

ĐS:

a) $f'(1) = 5e^5$;

b) $y' = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}} \arcsin(-x) - 1; y'(0) = -1$;

c) $y'(0) = -160$;

d) $f'(x) = \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right) 3^{\sqrt{x} + \arccos x} \ln 3$;

$$e) y' = \frac{-1}{1+x^2};$$

$$f) f'(x) = \frac{x + e^{2x}}{\sqrt{x^2 + e^{2x}}};$$

$$g) y'(1) = \frac{-1}{2};$$

$$h) y' = 5(2x-1)^{1/4} (2x+1)^{3/4} + 3(2x-1)^{5/4} (2x+1)^{-1/4}.$$

Bài 20: Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x-1}$, tìm $f'''(x)$.

$$ĐS: f'''(x) = \frac{-24}{(x-1)^4}.$$

Bài 21: Tính vi phân của các hàm số sau tại điểm cho trước:

a) $y = (1 + \sqrt{1-2x})^3$ tại $x = 0$;

b) $f(x) = \arctan \frac{x+3}{1-3x}$ tại điểm $x = 3$;

c) $y = \arccos \sqrt{2x-x^2}$ tại điểm $x = 1,5$;

d) $y = \sqrt{1-x^2} \cdot \sin x$ tại điểm $x = 0$.

ĐS:

$$a) dy(0) = -12dx; \quad b) df(3) = \frac{1}{10} dx; \quad c) dy(1,5) = \frac{2}{\sqrt{3}} dx; \quad d) dy(0) = 1dx$$

Bài 22: Tìm vi phân của các hàm số sau:

a) $y = \sqrt{x^2+1} \ln(x^2+1)$;

b) $f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{1+e^x}}$.

ĐS:

$$a) dy = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} (\ln(x^2+1) + 2) dx;$$

$$b) df = \frac{2e^x + e^{2x}}{(1+e^x)\sqrt{1+e^x}} dx.$$

Bài 23: Tìm các họ nguyên hàm sau:

1) $\int \frac{x+9}{x^2+6x+5} dx$;

2) $\int \frac{4x^2}{2x^6+5x^3-7} dx$;

3) $\int \ln \sqrt{5-x} dx$;

4) $\int \frac{e^{-x}}{(e^{-x}+2)^2} dx$;

5) $\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$;

6) $\int \frac{xdx}{\sqrt{4-x^2}}$;

7) $\int \frac{dx}{\sin x}$;

8) $\int \arcsin x dx$.

ĐS:

$$1) 2 \ln|x+1| - \ln|x+5| + C; \quad 2) \frac{4}{27} \ln \left| \frac{x^3-1}{2x^3+7} \right| + C; \quad 3) x \ln \sqrt{5-x} - \frac{x}{2} - 5 \ln \sqrt{5-x} + C;$$

$$4) \frac{1}{e^{-x}+2} + C;$$

$$5) \arcsin \frac{x}{2} + C;$$

$$6) -\sqrt{4-x^2} + C;$$

$$7) \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1-\cos x}{1+\cos x} \right| + C;$$

$$8) x \arcsin x + \sqrt{1-x^2} + C.$$

Bài 24: Cho $f(x) = \frac{2-x^2}{x^3-6x+1}$, tìm hàm số $F(x)$ thỏa mãn $F'(x) = f(x)$ và $F(0) = 2$.

$$ĐS: F(x) = \frac{-1}{3} \ln|x^3 - 6x + 1| + 2.$$

Bài 25: Tính các tích phân sau:

$$1) \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} \frac{2x-1}{\sqrt{x(1-x)}} dx;$$

$$2) \int_0^2 \frac{\arctan \frac{x}{2}}{4+x^2} dx;$$

$$3) \int_{-1}^0 (2x-1)e^{3x} dx;$$

$$4) \int_1^e x \ln x dx;$$

$$5) \int_1^3 \frac{2x-1}{x^2-2x+5} dx;$$

$$6) \int_0^1 \frac{x+5}{e^x} dx;$$

$$7) \int_1^e x \ln x dx.$$

ĐS:

$$1) 0;$$

$$2) \frac{\rho^2}{4};$$

$$3) \frac{-11}{9e^3} - \frac{5}{9};$$

$$4) \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4};$$

$$5) \ln 2 + \frac{\rho}{8};$$

$$6) 6 - \frac{7}{e};$$

$$7) \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4}.$$

Bài 26: Tính các tích phân suy rộng sau:

$$I_1 = \int_0^{+\infty} \frac{dx}{4x^2+1};$$

$$I_2 = \int_{-\infty}^0 (x+1)e^x dx;$$

$$I_3 = \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^2+x-2};$$

$$I_4 = \int_0^{+\infty} x.e^{3-x^2} dx;$$

$$I_5 = \int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2+2x+2};$$

$$I_6 = \int_0^{+\infty} \frac{3}{(x+3)^2} dx$$

$$I_7 = \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x};$$

$$I_8 = \int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{2x+4}};$$

ĐS:

$$I_1 = \frac{\pi}{4};$$

$$I_2 = 0;$$

$$I_3 = \frac{1}{3} \ln 4;$$

$$I_4 = \frac{1}{2} e^3;$$

$$I_5 = \frac{\rho}{4}$$

$$I_6 = 1;$$

$$I_7 = \frac{1}{\ln 2};$$

$$I_8 = +\infty;$$

Bài 27: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường:

a) $y = 4x - x^2$; $y = x$ và $y = 0$;

b) $y = x^2 - 6x - 7$ và $y = -2x^2 + 6x + 8$.

ĐS: a) $\frac{37}{6}$ (đvdt); b) 108 (đvdt).

Bài 28: Tính độ dài phần đường cong của đồ thị hàm số

a) $f(x) = 2 \ln(x + \sqrt{x^2 - 4})$, với $\sqrt{5} \leq x \leq \sqrt{8}$;

b) $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, với $0 \leq x \leq 3$;

c) $f(x) = \ln x$, với $\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}$;

d) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4} \ln x$, với $1 \leq x \leq e$.

ĐS:

a) $l = \int_{\sqrt{5}}^{\sqrt{8}} \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}} dx = \dots = 1;$

$$b) I = \int_0^3 \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx = \dots = \frac{e^3 - e^{-3}}{2};$$

$$c) I = \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} dx = \dots = 1 + \frac{1}{2} \ln \frac{3}{2};$$

$$d) I = \int_1^e \left(x + \frac{1}{4x}\right) dx = \dots = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{4}.$$

Bài 29: Tìm vi phân toàn phần của các hàm 2 biến sau:

a) $f(x; y) = 2x^2y + \frac{\sqrt{x}}{y^2} - 3x + 4;$

b) $f(x; y) = xe^{xy};$

c) $f(x; y) = \ln(x^2 + 2y^2)$ tại điểm $(1, 2);$

d) $f(x; y) = \arctan \frac{y}{x}$ tại điểm $(1, 1)$ với $\Delta x = 0.01; \Delta y = -0.02;$

e) $f(x; y) = \arcsin(x - 2y)$ tại $(0, 0);$

f) $z = y \ln(x^2 - y^2)$ tại điểm $(2, 0);$

g) $z = e^x (\cos y + x \sin y)$ tại $(0, 0).$

ĐS:

a) $df = \left(4xy + \frac{1}{2y^2\sqrt{x}} - 3\right)dx + \left(2x^2 - \frac{2\sqrt{x}}{y^3}\right)dy;$

b) $df = e^{xy}(1 + xy)dx + x^2e^{xy}dy;$

c) $df(1,2) = \frac{2}{9}dx + \frac{8}{9}dy;$

d) $-0,015;$

e) $df(0,0) = dx - 2dy;$

f) $dz(2,0) = 0dx + \ln 4dy;$

g) $dz(0,0) = dx + 0dy = dx.$

Bài 30: Tìm các điểm cực trị và giá trị cực trị (nếu có) của các hàm số sau:

a) $f(x, y) = -8x^3 + 12x^2y - 24x^2 - 6y^2 + 1;$

b) $f(x, y) = (x + y^2)e^{x-2y};$

c) $f(x, y) = -x^3 + 3x^2y - 6x^2 - 6y^2;$

d) $f(x, y) = xy(1 - x - y);$

e) $f(x, y) = 5y^3 + 4x^2 - 135y + 8x + 274;$

f) $f(x, y) = -x^2y^2 + 4xy - x^2 + 4x;$

g) $f(x, y) = 3x^2 + 2e^y - 2y + 3.$

ĐS:

a) Hàm số đạt cực đại tại $(0,0)$, giá trị cực đại tại điểm đó là $f(0,0) = 1;$

b) Hàm số đạt cực tiểu tại $(-2, -1)$ và $f_{CT} = f(-2, -1) = -1;$

c) Hàm số đạt cực đại tại $(0,0)$, giá trị cực đại tại điểm đó là $f(0,0) = 0;$

d) Hàm số đạt cực đại tại $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ và $f_{CD} = \frac{1}{27};$

e) Hàm số đạt cực tiểu tại $(-1,3)$ và $f_{CT} = f(-1,3) = 0$;

f) Hàm số đạt cực đại tại $(2,1)$ và $f_{CD} = f(2,1) = 8$;

g) Hàm số đạt cực tiểu tại $(0,0)$ và $f_{CT} = f(0,0) = 5$.

Bài 31: Giải các phương trình vi phân sau:

$$1) yy' = \frac{1-2x}{y};$$

$$3) y^{\ell} - \frac{y}{x} = \frac{1}{y};$$

$$5) y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x};$$

$$7) y' = \frac{xy + y^2}{2x^2 + xy};$$

$$9) y^{\ell} + \frac{1}{x}y = \frac{1}{x \cos^2 x};$$

$$11) y^{\ell} - xy = -xy^3;$$

ĐS:

$$1) \frac{y^3}{3} = x - x^2 + C;$$

$$3) y^2 = -2x + Cx^2;$$

$$5) y = -x \ln \left(\ln \left| \frac{c}{x} \right| \right) (c \neq 0);$$

$$7) y = x \ln \left| \frac{Cx}{y^2} \right|;$$

$$9) y = \frac{1}{x} (\tan x + C);$$

$$11) y^2 (1 + Ce^{-x^2}) = 1;$$

$$2) (x^2 - 1)dy - xydx = 0;$$

$$4) (1 + e^x)yy' = e^x, y(0) = 1;$$

$$6) 2xyy' - y^2 + x^2 = 0;$$

$$8) y^{\ell} - \frac{3}{x}y = -x^3 \sin x;$$

$$10) y^{\ell} - 2xy = e^{x^2} \ln x;$$

$$12) y^{\ell} + \frac{y}{x} = y^2 \ln x.$$

$$2) y = C\sqrt{|x^2 - 1|}, y = 0, x = 1;$$

$$4) e^{\frac{y^2}{2}} = \frac{\sqrt{e}}{2}(1 + e^x);$$

$$6) \frac{y^2}{x^2} + 1 = \frac{C}{x};$$

$$8) y = x^3(\cos x + C);$$

$$10) y = e^{x^2}(x \ln x - x + C);$$

$$12) y = \frac{1}{\left(C - \frac{\ln^2 x}{2}\right)x}.$$

CHÚC CÁC EM ÔN THI TỐT – ĐẠT KẾT QUẢ CAO