

Đề số: 09

Ngày thi: 18/12/2017

Tên Học phần: **Giải tích**

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: **Tự luận**

Câu I (2.0 điểm) Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 6x + 5$.

- (0.75 đ) Tính đạo hàm của hàm số f tại điểm $x_0 = 1$.
- (1.25 đ) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số f trên đoạn $[-3, 2]$.

Câu II (2.0 điểm) Cho hàm số $f(x, y) = \sqrt{x^2 + 3y^2}$

- (1.25 đ) Tìm vi phân toàn phần của hàm số f tại điểm $(2, 1)$.
- (0.75 đ) Tính $A = 3 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$.

Câu III (1.5 điểm) Tính tích phân suy rộng $I = \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 6x + 10}$.

Câu IV (3.0 điểm) Giải các phương trình vi phân sau:

- (1.5đ) $x\sqrt{y^2 + 4} dx + y\sqrt{x^2 + 1} dy = 0$ thỏa mãn $y(0) = 0$ (phương trình vi phân với biến số phân ly).
- (1.5đ) $y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{x}$ (phương trình vi phân tuyến tính).

Câu V (1.5 điểm)

- (0.5đ) Tìm bán kính hội tụ của chuỗi lũy thừa $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n(2n+1)}$.
- (1.0đ) Tính tổng (nếu chuỗi hội tụ) của chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)}$.

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm

+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề
Nguyễn Xuân Thảo

Duyệt đề
Trưởng Bộ môn
Phạm Việt Nga

Đề số: 10

Ngày thi: 18/12/2017

Tên Học phần: **Giải tích**

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: **Tự luận**

Câu I (2.0 điểm) Cho hàm số $f(x) = -2x^3 + 3x + 4$.

1. (0.75 đ) Tính đạo hàm của hàm số f tại điểm $x_0 = -1$.
2. (1.25 đ) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số f trên đoạn $[-2, 1]$.

Câu II (2.0 điểm) Cho hàm số $f(x, y) = \sqrt{4x^2 + y^2}$

1. (1.25 đ) Tìm vi phân toàn phần của hàm số f tại điểm $(1, 2)$.
2. (0.75 đ) Tính $A = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + 4 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$.

Câu III (1.5 điểm) Tính tích phân suy rộng sau $I = \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$.

Câu IV (3.0 điểm) Giải các phương trình vi phân sau:

1. (1.5đ) $x\sqrt{y^2 + 5} dx + y\sqrt{x^2 + 4} dy = 0$ thỏa mãn $y(0) = 2$ (phương trình vi phân với biến số phân ly).
2. (1.5đ) $y' - \frac{y}{x} = 2x^2$ (phương trình vi phân tuyến tính).

Câu V (1.5 điểm)

1. (0.5đ) Tìm bán kính hội tụ của chuỗi lũy thừa $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n2^n}$.
2. (1.0đ) Tính tổng (nếu chuỗi hội tụ) của chuỗi số $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2^n}$.

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm

+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề
Nguyễn Xuân Thảo

Duyệt đề
Trưởng Bộ môn
Phạm Việt Nga

Đề số: 05

Ngày thi: 29/12/2017

Tên Học phần: **Giải tích**

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: **Tự luận**

Câu I (2.0 điểm)

1. (1.0đ) Tìm đa thức Taylor bậc 3 tại $x = 1$ của hàm số:

$$f(x) = \ln(2x - 1)$$

2. (1.0đ) Tính vi phân của hàm số $y = \arcsin 2x$ tại $x = 0$.

Câu II (3.0 điểm)

1. (1.5đ) Tính tích phân suy rộng $I = \int_1^{+\infty} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) dx$

2. (1.5đ) Tính độ dài đường cong $y = x^2 - \frac{\ln x}{8}$ với $1 \leq x \leq e$.

Câu III (2.0 điểm) Tìm tất cả các điểm cực trị và giá trị cực trị (nếu có) của hàm số:

$$f(x, y) = xy(2 - x - y)$$

Câu IV (2.0 điểm) Giải phương trình vi phân tuyến tính sau:

$$y' + \frac{2x}{x^2 + 1} y = \frac{1}{2x}$$

Câu V (1.0 điểm) Tính tổng của chuỗi số

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1 + 3^n}{4^n}$$

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm

+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề
Thân Ngọc Thành

Duyệt đề
Trưởng Bộ môn
Phạm Việt Nga

Đề số: 06

Ngày thi: 29/12/2017

Tên Học phần: **Giải tích**

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: **Tự luận**

Câu I (2.0 điểm)

1. (1.0đ) Tìm đa thức Taylor bậc 3 tại $x = -1$ của hàm số:

$$f(x) = \ln(2x + 3)$$

2. (1.0đ) Tính vi phân của hàm số $y = \arctan 3x$ tại $x = 0$.

Câu II (3.0 điểm)

1. (1.5đ) Tính tích phân suy rộng $I = \int_1^{+\infty} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4} \right) dx$

2. (1.5đ) Tính độ dài đường cong $y = \frac{x^2}{8} - \ln x$ với $1 \leq x \leq e$.

Câu III (2.0 điểm) Tìm tất cả các điểm cực trị và giá trị cực trị (nếu có) của hàm số:

$$f(x, y) = xy(2 + x - y)$$

Câu IV (2.0 điểm) Giải phương trình vi phân tuyến tính sau:

$$y' - \frac{2x}{x^2 + 1} y = 2x^2$$

Câu V (1.0 điểm) Tính tổng của chuỗi số

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1 + 2^n}{3^n}$$

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm

+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề
Thân Ngọc Thành

Duyệt đề
Trưởng Bộ môn
Phạm Việt Nga

$$y' - \frac{2x}{x^2 + 1} y = 2x^2$$

$$y' + \frac{2x}{x^2 + 1} y = \frac{1}{2x}$$

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề
Thân Ngọc Thành

Duyệt đề
Trưởng Bộ môn
Phạm Việt Nga

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Giải tích Đáp án đề thi số: 09
---	---

(Ngày thi: 18/12/2017)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 2.0đ	1 $f'(x) = -3x^2 + 6$ (0.5đ) $\Rightarrow f'(1) = 3$ (0.25đ)	0.75
	Điểm dừng: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$	0.25
	Xét dấu f' : $f'(x) > 0 \Leftrightarrow -\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$	0.25
	$f(-\sqrt{2}) = 5 - 4\sqrt{2}$; $f(\sqrt{2}) = 5 + 4\sqrt{2}$	0.25
II 2.0đ	Gt biên $f(-3) = 13$; $f(2) = 9$	0.25
	Vậy $f_{\min} = f(-\sqrt{2}) = 5 - 4\sqrt{2}$; $f_{\max} = f(-3) = 13$	0.25
	1 $f'_x = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3y^2}}$; $f'_y = \frac{3y}{\sqrt{x^2 + 3y^2}}$	0.5
	$f'_x(2,1) = 2/\sqrt{7}$; $f'_y(2,1) = 3/\sqrt{7}$ Vi phân toàn phần $df(2,1) = f'_x(2,1)dx + f'_y(2,1)dy = \frac{2}{\sqrt{7}}dx + \frac{3}{\sqrt{7}}dy$	0.25 0.5
III 1.5đ	2 $f''_{xx} = \frac{3y^2}{(x^2 + 3y^2)\sqrt{x^2 + 3y^2}}$; $f''_{yy} = \frac{3x^2}{(x^2 + 3y^2)\sqrt{x^2 + 3y^2}}$	0.25 0.25
	$\Rightarrow A = 3f''_{xx} + f''_{yy} = \frac{3}{\sqrt{x^2 + 3y^2}}$	0.25
	$I = \lim_{a \rightarrow +\infty} \int_1^a \frac{dx}{(x+3)^2 + 1} = \lim_{a \rightarrow +\infty} [\arctan(x+3)]_1^a$	0.5 0.25
	$= \lim_{a \rightarrow +\infty} [\arctan(a+3) - \arctan(4)] = \frac{\pi}{2} - \arctan 4$	0.25 0.5
IV 3.0đ	1 Pt t/đ: $\frac{xdx}{\sqrt{x^2 + 1}} + \frac{ydy}{\sqrt{y^2 + 4}} = 0$	0.5
	$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{y^2 + 4} = C$ với C là hằng số. Thay $y(0) = 0$ tìm được $C = 3$	0.5 0.25
	Nghiệm cần tìm: $\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{y^2 + 4} = 3$	0.25

2	Đặt $y = u.v$ (với $u = u(x), v = v(x)$) có pt: $u'.v + u\left(v' - \frac{v}{x}\right) = \frac{1}{x}$ (1)	0.25
	Tìm 1 h/s $v \neq 0$ s/c $v' - \frac{v}{x} = 0 \Leftrightarrow \frac{dv}{dx} = \frac{v}{x} \Leftrightarrow \frac{dv}{v} = \frac{dx}{x}$	0.25
	$\Leftrightarrow v = C.x$. Chọn $C = 1$ được $v = x$	0.25
	Thay vào (1) có $u'.x = \frac{1}{x} \Leftrightarrow u' = \frac{1}{x^2} \Leftrightarrow u = -\frac{1}{x} + C$ với C là hằng số. NTQ: $y = Cx - 1$	0.5 0.25
V 1.5đ	1 $a_n = \frac{1}{n(2n+1)}$ $\Rightarrow \rho = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left \frac{a_{n+1}}{a_n} \right = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left \frac{n(2n+1)}{(n+1)(2n+3)} \right = 1$	0.25 0.25
	Bán kính hội tụ của chuỗi là: $R = \frac{1}{\rho} = 1$	0.25
	2 $u_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ Tổng riêng thứ n : $S_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$	0.25
	$= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$ $= 1 - \frac{1}{n+1}$ $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} (S_n) = 1$ Vậy chuỗi hội tụ có tổng bằng 1.	0.25 0.25 0.25

Cán bộ ra đề: Nguyễn Xuân Thảo

Cán bộ soạn đáp án

Nguyễn Thị Lan

Duyệt đáp án

Phạm Việt Nga

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Giải tích Đáp án đề thi số: 10
---	---

(Ngày thi: 18/12/2017)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 2.0đ	1 $f'(x) = -6x^2 + 3$ (0.5đ) $\Rightarrow f'(1) = -3$ (0.25đ)	0.75
	Điểm dừng: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm(1/\sqrt{2})$	0.25
	Xét dấu f' : $f'(x) > 0 \Leftrightarrow -(1/\sqrt{2}) < x < (1/\sqrt{2})$	0.25
	2 $f(-1/\sqrt{2}) = 4 - \sqrt{2}$; $f(1/\sqrt{2}) = 4 + \sqrt{2}$	0.25
	Gt biên $f(-2) = 14$; $f(1) = 5$	0.25
	Vậy $f_{\min} = f(-1/\sqrt{2}) = 4 - \sqrt{2}$; $f_{\max} = f(-2) = 14$	0.25
II 2.0đ	1 $f'_x = \frac{4x}{\sqrt{4x^2 + y^2}}$; $f'_y = \frac{y}{\sqrt{4x^2 + y^2}}$	0.5
	$f'_x(1,2) = \sqrt{2}$; $f'_y(1,2) = 1/\sqrt{2}$	0.25
	Vì phân toàn phần	
	$df(1,2) = f'_x(1,2)dx + f'_y(1,2)dy = \sqrt{2}dx + \frac{1}{\sqrt{2}}dy$	0.5
	2 $f''_{xx} = \frac{4y^2}{(4x^2 + y^2)\sqrt{4x^2 + y^2}}$; $f''_{yy} = \frac{4x^2}{(4x^2 + y^2)\sqrt{4x^2 + y^2}}$	0.25
	$\Rightarrow A = f''_{xx} + 4f''_{yy} = \frac{4}{\sqrt{4x^2 + y^2}}$	0.25
III 1.5đ	$I = \lim_{a \rightarrow +\infty} \int_1^a \frac{dx}{(x+2)^2 + 1} = \lim_{a \rightarrow +\infty} [\arctan(x+2)]_1^a$	0.5
	$= \lim_{a \rightarrow +\infty} [\arctan(a+2) - \arctan(3)] = \frac{\pi}{2} - \arctan 3$	0.25
		0.5
IV 3.0đ	1 Pt t/đ: $\frac{xdx}{\sqrt{x^2 + 4}} + \frac{ydy}{\sqrt{y^2 + 5}} = 0$	0.5
	$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 4} + \sqrt{y^2 + 5} = C$ với C là hằng số.	0.5
	Thay $y(0) = 2$ tìm được $C = 5$	0.25
	Nghiệm cần tìm: $\sqrt{x^2 + 4} + \sqrt{y^2 + 5} = 5$	0.25

	Đặt $y = u.v$ (với $u = u(x), v = v(x)$) có pt:	
	$u'.v + u\left(v' - \frac{v}{x}\right) = \frac{1}{x}$ (1)	0.25
2	Tìm 1 h/s $v \neq 0$ s/c $v' - \frac{v}{x} = 0 \Leftrightarrow \frac{dv}{dx} = \frac{v}{x} \Leftrightarrow \frac{dv}{v} = \frac{dx}{x}$	0.25
	$\Leftrightarrow v = C.x$. Chọn $C = 1$ được $v = x$	0.25
	Thay vào (1) có $u'.x = 2x^2 \Leftrightarrow u' = 2x \Leftrightarrow u = x^2 + C$ với C là hằng số.	0.5
	NTQ: $y = Cx + x^3$	0.25
V 1.5đ	1 $a_n = \frac{1}{n.2^n} \Rightarrow \rho = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left \frac{a_{n+1}}{a_n} \right = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left \frac{n.2^n}{(n+1).2^{n+1}} \right = \frac{1}{2}$	0.25
	Bán kính hội tụ của chuỗi là: $R = \frac{1}{\rho} = 2$	0.25
	2 Tổng riêng thứ n : $S_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n}$	
	$= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} \right)$	0.25
	$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - (1/2)^n}{1 - 1/2} = 1 - \frac{1}{2^n}$	0.25
	$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} (S_n) = 1$.	0.25
	Vậy chuỗi hội tụ có tổng bằng 1.	0.25

Cán bộ ra đề : Nguyễn Xuân Thảo
Cán bộ soạn đáp án
Nguyễn Thị Lan

Duyệt đáp án
Phạm Việt Nga

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Giải tích Đáp án đề thi số: 05
---	---

(Ngày thi: 29/12/2017)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 2.0đ	$f(1) = 0; f'(x) = \frac{2}{2x-1} \Rightarrow f'(1) = 2;$	0.25
	$f''(x) = -\frac{4}{(2x-1)^2} \Rightarrow f''(1) = -4 ;$	0.25
	$f'''(x) = \frac{16}{(2x-1)^3} \Rightarrow f'''(1) = 16$	0.25
	Đa thức $P_3(x) = 2(x-1) - 2(x-1)^2 + \frac{8}{3}(x-1)^3$	0.25
2	$y' = \frac{2}{\sqrt{1-4x^2}} \Rightarrow y'(0) = 2$	0.25 0.25
	$dy(0) = y'(0)dx = 2dx$	0.5
II 3.0đ	$I = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_1^b \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} \right) \Big _1^b$	0.25 0.5
	$= \lim_{b \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{b} - \frac{1}{2b^2} + \frac{3}{2} \right) = \frac{3}{2}$	0.25 0.5
	$y' = 2x - \frac{1}{8x} \Rightarrow 1 + (y')^2 = \left(2x + \frac{1}{8x} \right)^2$	0.25 0.25
2	$l = \int_1^e \sqrt{1+(y')^2} dx = \int_1^e \left(2x + \frac{1}{8x} \right) dx$	0.25 0.25
	$= x^2 + \frac{\ln x}{8} \Big _1^e = \frac{8e^2 - 7}{8}$	0.25 0.25
III 2.0đ	$f'_x = 2y - 2xy - y^2; \quad f'_y = 2x - x^2 - 2xy$	0.5
	$\begin{cases} f'_x = 0 \\ f'_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} (x, y) = (0, 0) \vee (2, 0) \\ (x, y) = (0, 2) \vee (2/3, 2/3) \end{cases}$	0.5
	$f''_{xx} = -2y; f''_{xy} = 2 - 2x - 2y; f''_{yy} = -2x$	0.5
	Tại mỗi điểm dừng (x_0, y_0) đặt :	

	$A = f''_{xx}(x_0, y_0), B = f''_{xy}(x_0, y_0), C = f''_{yy}(x_0, y_0)$																															
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>(x_0, y_0)</th> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th>$AC - B^2$</th> <th>Phân loại</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>(0,0)</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>-4</td> <td>Không</td> </tr> <tr> <td>(2,0)</td> <td>0</td> <td>-2</td> <td>-4</td> <td>-4</td> <td>không</td> </tr> <tr> <td>(0,2)</td> <td>-4</td> <td>-2</td> <td>0</td> <td>-4</td> <td>Không</td> </tr> <tr> <td>$\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3} \right)$</td> <td>$-\frac{4}{3}$</td> <td>$-\frac{2}{3}$</td> <td>$-\frac{4}{3}$</td> <td>$\frac{4}{3}$</td> <td>Cực đại</td> </tr> </tbody> </table>	(x_0, y_0)	A	B	C	$AC - B^2$	Phân loại	(0,0)	0	2	0	-4	Không	(2,0)	0	-2	-4	-4	không	(0,2)	-4	-2	0	-4	Không	$\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3} \right)$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	Cực đại	0.25
(x_0, y_0)	A	B	C	$AC - B^2$	Phân loại																											
(0,0)	0	2	0	-4	Không																											
(2,0)	0	-2	-4	-4	không																											
(0,2)	-4	-2	0	-4	Không																											
$\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3} \right)$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	Cực đại																											
	Vậy $f_{max} = f(2/3; 2/3) = 8/27$	0.25																														
IV 2.0đ	Đặt $y = uv$ thì $y' = u'v + uv'$, ta có pt:	0.5																														
	$u'v + u \left(v' + \frac{2x}{x^2+1}v \right) = \frac{1}{2x} \quad (1)$																															
	Chọn 1 h/s $v \neq 0$ s/c: $v' + \frac{2x}{x^2+1}v = 0 \Leftrightarrow \frac{dv}{v} = -\frac{2xdx}{x^2+1}$	0.25																														
	$\Leftrightarrow \ln v = -\ln(x^2+1) + C$, chọn $v = \frac{1}{x^2+1}$	0.25																														
	Từ (1) có: $u' = \frac{x^2+1}{2x} \Leftrightarrow u = \frac{1}{4}x^2 + \frac{\ln x }{2} + C, C = const$	0.5																														
	Ng TQ: $y = \left(\frac{1}{4}x^2 + \frac{\ln x }{2} + C \right) \frac{1}{x^2+1}, C = const$	0.5																														
V 1.0đ	Tổng riêng thứ n của chuỗi:																															
	$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1+3^k}{4^k} = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{4} \right)^k + \sum_{k=1}^n \left(\frac{3}{4} \right)^k$	0.25																														
	$= \frac{1}{4} \frac{1 - \left(\frac{1}{4} \right)^n}{1 - \frac{1}{4}} + \frac{3}{4} \frac{1 - \left(\frac{3}{4} \right)^n}{1 - \frac{3}{4}} = \frac{1}{3} \left[1 - \left(\frac{1}{4} \right)^n \right] + 3 \left[1 - \left(\frac{3}{4} \right)^n \right]$	0.25																														
	Do $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{4} \right)^n = 0$, và $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{4} \right)^n = 0$ nên $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{1}{3} + 3$	0.25																														
	Vậy tổng của chuỗi đã cho là $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{10}{3}$.	0.25																														

Cán bộ ra đề : Thân Ngọc Thành

Cán bộ soạn đáp án

Duyệt đáp án
Phạm Việt Nga

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Giải tích Đáp án đề thi số: 06
---	---

(Ngày thi: 29/12/2017)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 2.0đ	$f(-1)=0; f'(x)=\frac{2}{2x+3} \Rightarrow f'(-1)=2;$	0.25
	$f''(x)=\frac{-4}{(2x+3)^2} \Rightarrow f''(-1)=-4 ;$	0.25
	$f'''(x)=\frac{16}{(2x+3)^3} \Rightarrow f'''(-1)=16$	0.25
	Đa thức $P_3(x)=2(x+1)-2(x+1)^2+\frac{8}{3}(x+1)^3$	0.25
2	$y'=\frac{3}{1+9x^2} \Rightarrow y'(0)=3$	0.25
	$dy(0)=y'(0)dx=3dx$	0.25
II 3.0đ	$I=\lim_{b \rightarrow \infty} \int_1^b \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4}\right) dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{x} - \frac{1}{3x^3}\right) \Big _1^b$	0.25
	$= \lim_{b \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{b} - \frac{1}{3b^3} + \frac{4}{3}\right) = \frac{4}{3}$	0.5
	$y'=\frac{x}{4}-\frac{1}{x} \Rightarrow 1+(y')^2 = \left(\frac{x}{4} + \frac{1}{x}\right)^2$	0.25
	$l = \int_1^e \sqrt{1+(y')^2} dx = \int_1^e \left(\frac{x}{4} + \frac{1}{x}\right) dx$	0.25
	$= \frac{x^2}{8} + \ln x \Big _1^e = \frac{e^2+7}{8}$	0.25
III 2.0đ	$f'_x = 2y + 2xy - y^2; f'_y = 2x + x^2 - 2xy$	0.5
	$\begin{cases} f'_x = 0 \\ f'_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} (x, y) = (0, 0) \vee (-2, 0) \\ (x, y) = (0, 2) \vee (-2/3, 2/3) \end{cases}$	0.5
	$f''_{xx} = 2y; f''_{xy} = 2 + 2x - 2y; f''_{yy} = -2x$	0.5
	Tại mỗi điểm dừng (x_0, y_0) đặt :	

$A = f''_{xx}(x_0, y_0), B = f''_{yy}(x_0, y_0), C = f''_{xy}(x_0, y_0)$						
(x_0, y_0)	A	B	C	$AC - B^2$	Phân loại	
(0,0)	0	2	0	-4	Không	
(-2,0)	0	-2	-4	4	không	
(0,2)	4	-2	0	-4	Không	
$\left(\frac{-2}{3}, \frac{2}{3}\right)$	$\frac{4}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	Cực tiểu	
Vậy $f_{\min} = f(-2/3; 2/3) = -8/27$						
IV 2.0đ	Đặt $y = uv$ thì $y' = u'v + uv'$, ta có pt:					0.5
	$u'v + u\left(v' - \frac{2x}{x^2+1}v\right) = 2x^2 \quad (1)$					0.25
	Chọn 1 h/s $v \neq 0$ s/c: $v' - \frac{2x}{x^2+1}v = 0 \Leftrightarrow \frac{dv}{v} = \frac{2xdx}{x^2+1}$					0.25
	$\Leftrightarrow \ln v = \ln(x^2+1) + C$, chọn $v = x^2+1$					0.25
	Từ (1) có $u' = \frac{2x^2}{x^2+1} \Leftrightarrow u = 2x - 2\arctan x + C, C = const$					0.5
Ng TQ: $y = (2x - 2\arctan x + C)(x^2+1), C = const$						0.5
V 1.0đ	Tổng riêng thứ n của chuỗi:					0.25
	$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1+2^k}{3^k} = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{3}\right)^k + \sum_{k=1}^n \left(\frac{2}{3}\right)^k$					0.25
	$= \frac{1}{3} \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n}{1 - \frac{1}{3}} + \frac{2}{3} \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right] + 2 \left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n\right]$					0.25
	Do $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$, và $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$ nên $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{1}{2} + 2$					0.25
Vậy tổng của chuỗi đã cho là $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{5}{2}$.						0.25

Cán bộ ra đề : Thân Ngọc Thành

Cán bộ soạn đáp án

Duyệt đáp án
Phạm Việt Nga