

Phần I: Xác suất

Các công thức xác suất

Bài 1. Từ một hộp đựng 10 hạt đậu giống gồm 4 hạt đậu hoa vàng thuần chủng, 3 hạt đậu hoa vàng không thuần chủng và 3 hạt đậu hoa trắng, người ta chọn ngẫu nhiên ra 3 hạt đậu.

- 1) Tính xác suất để “3 hạt đậu được chọn gồm 3 loại khác nhau”.
- 2) Tính xác suất để “3 hạt đậu được chọn là đậu cho hoa vàng”.
- 3) Tính xác suất để “3 hạt đậu được chọn có ít nhất một hạt cho hoa màu trắng”.

ĐS: 1) 0,3 2) 0,2917 3) 0,7083

Bài 2. Tại một vùng, tỷ lệ người dân nghiện hút thuốc lá là 20%, tỷ lệ người dân nghiện uống rượu là 14%, tỷ lệ người dân vừa nghiện hút thuốc vừa nghiện uống rượu là 9%.

- 1) Hãy tính tỷ lệ người dân nghiện hút thuốc nhưng không nghiện uống rượu.
- 2) Hãy tính tỷ lệ người dân không nghiện hút thuốc và không nghiện uống rượu.
- 3) Chọn ngẫu nhiên một người dân ở vùng này. Nếu biết rằng người đó nghiện hút thuốc thì xác suất người đó cũng nghiện uống rượu là bao nhiêu?
- 4) Chọn ngẫu nhiên một người dân ở vùng này. Nếu biết người đó nghiện uống rượu thì xác suất người đó không nghiện hút thuốc là bao nhiêu?

ĐS: 1) 0,11 2) 0,75 3) 9/20 4) 5/14

Bài 3. Lai gà lông màu nâu với gà lông màu trắng, gà con ở thế hệ F1 có lông màu nâu, màu xám và màu trắng theo tỉ lệ 1:2:1. Chọn ngẫu nhiên 5 quả trứng gà ở thế hệ F1. Tính xác suất để:

- 1) Có đúng 3 gà con có lông màu nâu.
- 2) Có 2 gà có lông màu nâu và 3 gà có lông màu xám.
- 3) Có 1 gà có lông màu nâu, 2 gà có lông màu xám và 2 gà có lông màu trắng.

ĐS: 1) 0,0879 2) 0,0781 3) 0,1172

Bài 4. Ba sinh viên A, B, C cùng làm bài thi một cách độc lập. Xác suất làm được bài thi của sinh viên A, B, C tương ứng là 0,6; 0,7 và 0,8.

- 1) Tính xác suất để “có đúng 1 sinh viên làm được bài”.
- 2) Tính xác suất để “có ít nhất 1 sinh viên làm được bài”.
- 3) Biết rằng có đúng 1 sinh viên làm được bài, tính xác suất để sinh viên C làm được bài.

ĐS: 1) 0,188 2) 0,976 3) 0,5106

Bài 5. Một nhóm xạ thủ có số xạ thủ loại A gấp ba số xạ thủ loại B. Xác suất bắn trúng đích của xạ thủ loại A là 0,9, của xạ thủ loại B là 0,8. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ từ nhóm trên và yêu cầu bắn 3 viên đạn. Biết người đó bắn trúng 2 viên, tính xác suất đó là xạ thủ loại A.

ĐS: 0,7915

Bài 6. Một loại sản phẩm X được bán ra thị trường do một nhà máy gồm ba phân xưởng I, II và III sản xuất, trong đó phân xưởng I chiếm 35%, phân xưởng II chiếm 40% và phân xưởng III chiếm 25%. Tỷ lệ sản phẩm loại A do ba phân xưởng I, II và III sản xuất lần lượt là 80%, 60% và 90%.

- 1) Tính tỷ lệ sản phẩm loại A nói chung do nhà máy sản xuất.
- 2) Chọn mua ngẫu nhiên một sản phẩm X ở thị trường. Giả sử đã mua được sản phẩm loại A. Khi đó theo bạn, sản phẩm được mua do phân xưởng nào sản xuất là có khả năng nhất?
- 3) Chọn mua ngẫu nhiên 10 sản phẩm X ở thị trường. Tính xác suất để có đúng 7 sản phẩm loại A.

ĐS: 1) 0,745 2) phân xưởng I 3) 0,2535

Biến ngẫu nhiên

Bài 7. Một người chơi trò phi tiêu vào một tấm bia hình tròn được chia làm 5 phần bằng nhau, trên đó điền số điểm tương ứng từ 1 đến 5. Giả sử kết quả các lần phi tiêu là độc lập và lần nào cũng ném trúng bia.

- 1) Tính xác suất người đó ném một lần được 5 điểm.
- 2) Giả sử người đó phi tiêu hai lần liên tiếp. Hãy tính xác suất để:
 - a) Tổng số điểm là 8.
 - b) Hai lần có cùng số điểm.
 - c) Lần thứ hai có điểm số cao hơn lần thứ nhất.
- 3) Trong 5 lần phi tiêu, tính xác suất có 3 lần được 5 điểm.
- 4) Hỏi trong 80 lần phi tiêu:
 - a) Trung bình có bao nhiêu lần được 5 điểm?
 - b) Khả năng cao nhất có bao nhiêu lần được 5 điểm?

ĐS: 1) 0,2 ; 2) a) 3/25, b) 1/5, c) 10/25; 3) 0,0512 ; 4) a) 16, b) 16.

Bài 8. Từ một lồng gà gồm có 3 gà trống và 5 gà mái người ta bắt ngẫu nhiên 3 con gà.

- 1) Gọi X là số con gà mái trong số 3 con gà bắt ra. Lập bảng phân phối xác suất của X và tính E(X), D(X).
- 2) Lập hàm phân phối xác suất của X.

ĐS: 1)

X	0	1	2	3
P	1/56	15/56	30/56	10/56

E(X)=1,875;
D(X)=0,5022

$$2) F(x) = \begin{cases} 0 & \text{khi } x \leq 0 \\ 1/56 & \text{khi } 0 < x \leq 1 \\ 16/56 & \text{khi } 1 < x \leq 2 \\ 46/56 & \text{khi } 2 < x \leq 3 \\ 1 & \text{khi } x > 3 \end{cases}$$

Bài 9. Khi lai đậu hoa đỏ thuần chủng với đậu hoa trắng thuần chủng, ở thế hệ F1 các cây đậu đều có hoa màu đỏ; ở thế hệ F2 các cây đậu có hoa màu đỏ và màu trắng theo tỷ lệ 3:1.

Chọn ngẫu nhiên 4 cây đậu ở thế hệ F2. Gọi X là số cây đậu có hoa màu đỏ trong 4 cây trên.

- 1) Lập bảng phân phối xác suất của X.
- 2) Tính E(X), D(X).

ĐS:

X	0	1	2	3	4
P	1/256	3/64	27/128	27/64	81/256

E(X)=3;
D(X)=0,75

Bài 10. Trong hộp đựng hạt giống hoa có 6 hạt cho hoa đỏ và 2 hạt cho hoa vàng. Xác suất nảy mầm của mỗi hạt cho hoa đỏ và mỗi hạt cho hoa vàng lần lượt là 0,6 và 0,7. Lấy ngẫu nhiên 2 hạt trong hộp.

- 1) Tính xác suất để lấy được ít nhất một hạt cho hoa màu đỏ.
- 2) Gọi X là số hạt giống cho hoa đỏ trong 2 hạt lấy ra. Lập bảng phân phối xác suất của X.
- 3) Đem gieo 2 hạt trên, tính xác suất để có đúng một hạt nảy mầm.

ĐS: 1) 27/28 2) 3) 0,4693

X	0	1	2
P	1/28	3/7	15/28

Bài 11. Có hai thùng đựng táo: thùng thứ nhất có 6 quả tốt và 4 quả hỏng, thùng thứ hai có 5 quả tốt và 3 quả hỏng. Một người lấy ngẫu nhiên từ mỗi thùng một quả.

- 1) Tính xác suất để trong hai quả lấy được có ít nhất một quả tốt.
- 2) Gọi X là số quả tốt lấy được. Lập bảng phân phối xác suất của X .
- 3) Một người đến sau tiếp tục lấy ngẫu nhiên 2 quả từ thùng thứ nhất. Tính xác suất để người đó lấy được 2 quả tốt.

ĐS: 1) $17/20$ 2) 3) $0,3333$

X	0	1	2
P	$3/20$	$19/40$	$15/40$

Bài 12. Có 3 hộp đựng bút: hộp thứ nhất có 5 bút đỏ và 10 bút xanh, hộp thứ hai có 3 bút đỏ và 7 bút xanh, hộp thứ ba có 4 bút đỏ và 3 bút xanh. Từ hộp thứ nhất lấy ra 1 bút, từ hộp thứ hai lấy ra 2 bút rồi bỏ cả ba bút vừa lấy ra vào hộp thứ ba.

- 1) Tính xác suất để 3 bút lấy ra cùng màu đỏ.
- 2) Tính xác suất để trong hộp thứ ba số bút đỏ nhiều hơn số bút xanh.
- 3) Gọi X là số bút đỏ trong 3 bút lấy ra. Tính $E(X)$, $D(X)$.

ĐS: 1) $0,0222$ 2) $0,2222$ 3) $E(X)=0,9333$; $D(X)=0,5956$

Bài 13. Một người có một chùm chìa khoá gồm 4 chìa trong đó chỉ có 2 chìa mở được khoá. Người đó mở khoá bằng cách thử lần lượt từng chìa cho đến khi mở được khoá; nếu thử chìa nào không mở được thì loại chìa đó ra khỏi chùm. Gọi X là biến ngẫu nhiên chỉ số lần thử của người đó.

- 1) Lập bảng và hàm phân phối xác suất của X .
- 2) Trung bình thì người đó phải thử bao nhiêu lần?

ĐS: 1) 2) $1,6667$

X	1	2	3
P	$1/2$	$1/3$	$1/6$

Bài 14. Hai phòng thí nghiệm được giao mỗi phòng làm 2 thí nghiệm độc lập. Xác suất thành công trong từng thí nghiệm của phòng thứ nhất là $0,85$ và của phòng thứ hai là $0,8$. Phòng nào thành công ít nhất một thí nghiệm được coi là hoàn thành nhiệm vụ, phòng nào thành công cả 2 thí nghiệm được xếp loại xuất sắc. Giả sử hai phòng làm việc độc lập.

- 1) Gọi X là số thí nghiệm thành công của phòng thứ nhất. Tính kỳ vọng và phương sai của X .
- 2) Tính xác suất để cả hai phòng cùng hoàn thành nhiệm vụ.
- 3) Tính xác suất để có đúng một phòng được xếp loại xuất sắc.

ĐS: 1) $E(X)=1,7$; $D(X)=0,255$ 2) $0,9384$ 3) $0,4377$

Bài 15. Lợi nhuận X (đơn vị: triệu đồng) thu được khi đầu tư 500 triệu đồng vào một dự án có bảng phân phối xác suất như sau

X	-30	-15	0	10	20	30
P	0,1	0,15	0,2	0,2	0,25	0,1

- 1) Tìm mức lợi nhuận có khả năng nhiều nhất khi đầu tư vào dự án đó.
- 2) Tính xác suất của sự kiện “khi đầu tư 500 triệu đồng vào dự án đó thì không bị lỗ”.
- 3) Việc đầu tư vào dự án này có hiệu quả không? Vì sao?
- 4) Coi phương sai của X đặc trưng cho mức độ rủi ro, hãy tính mức độ rủi ro khi đầu tư vào dự án trên.

ĐS: 1) 20 2) $0,75$ 3) Có vì $E(X)>0$ 4) $D(X)=311,1875$

Bài 16. Một lớp có 64 sinh viên, mỗi bạn phải đến dự một trong 2 ca học phụ đạo môn Toán với khả năng như nhau. Phòng học có 44 chỗ ngồi.

- 1) Gọi X là số sinh viên đi đến ca học thứ nhất. X là biến rời rạc hay liên tục? X tuân theo quy luật phân phối xác suất nào? Có thể coi rằng X có phân phối xấp xỉ chuẩn không?
- 2) Để mọi sinh viên đều có đủ chỗ ngồi (trong cả 2 ca) thì X phải thỏa mãn điều kiện gì?
- 3) Tính xác suất của sự kiện “mọi sinh viên đều có đủ chỗ ngồi”.

ĐS: 1) $X \sim B(64; 0,5)$, có. 2) $20 \leq X \leq 44$ 3) 0,9974

Bài 17. Mỗi người dự sơ tuyển vận động viên bắn súng được phát 5 viên đạn để bắn từng viên một. Nếu có ít nhất 3 viên trúng mục tiêu thì được coi là qua vòng sơ tuyển. Giả sử xác suất để mỗi viên đạn bắn trúng mục tiêu của mọi người dự tuyển đều là 0,6 và các lần bắn là độc lập nhau.

- 1) Có một người dự vòng sơ tuyển. Tính xác suất để người dự tuyển qua vòng sơ tuyển.
- 2) Nếu có 100 người dự vòng sơ tuyển thì khả năng nhất có bao nhiêu người sẽ vượt qua vòng sơ tuyển.
- 3) Có người 120 người dự vòng sơ tuyển. Tìm số nguyên k lớn nhất để sự kiện: "Số người dự tuyển qua vòng sơ tuyển không ít hơn k người" có xác suất không nhỏ hơn 0,95.

ĐS: 1) 0,6826 2) 68 3) $k = 73$

Bài 18. Biết rằng năng suất lúa (đơn vị: tấn/ha) tại một vùng có hàm mật xác suất như sau:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{khi } x \notin [4; 8] \\ \frac{1}{2}x - 2 & \text{khi } x \in [4; 5] \\ -\frac{1}{6}x + \frac{4}{3} & \text{khi } x \in [5; 8] \end{cases}$$

Hãy tính tỷ lệ % thửa ruộng có năng suất từ 4,5 tấn/ha đến 6 tấn/ha và năng suất lúa trung bình.

ĐS: 60,42%; 17/3

Bài 19. Sản lượng X, Y, Z (tấn/ha) của ba giống lúa A, B, C tương ứng là các biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn: $X \sim N(8; 0, 6^2)$; $Y \sim N(7; 0, 6^2)$; $Z \sim N(8; 0, 5^2)$.

- 1) Nếu cần chọn một giống để trồng thì nên chọn giống nào? Tại sao?
- 2) Tính xác suất để một thửa ruộng trồng giống lúa C có năng suất lớn 7,5 tấn/ha.
- 3) Có 15 thửa ruộng được trồng giống lúa C. Tính xác suất của sự kiện: “có 13 thửa cho năng suất lớn hơn 7,5 tấn/ha”.

ĐS: 1) C 2) 0,8413 3) 0,2797

Bài 20. Giả sử chiều cao của cây bạch đàn trong khu rừng trồng bạch đàn sau 5 năm trồng là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với trung bình 7 m và độ lệch chuẩn là 1,5 m. Chọn ngẫu nhiên một cây và đo chiều cao cây đó.

- 1) Tính xác suất để cây chọn được có chiều cao nhỏ hơn 8,5 m.
- 2) Chọn ngẫu nhiên 100 cây và đo chiều cao. Tính xác suất để có không quá 90 cây có chiều cao nhỏ hơn 8,5 m. Nhiều khả năng nhất có bao nhiêu cây có chiều cao nhỏ hơn 8,5 m trong 100 cây được chọn?
- 3) Tìm chiều cao t (m) tối thiểu sao cho tỉ lệ cây có chiều cao lớn hơn t không quá 1%.

ĐS: 1) 0,8413 2) 0,9463; 84 cây 3) 10,495 m

Bài 21. Đường kính một loại trục máy là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với trung bình là 1,2cm và độ lệch chuẩn 0,01cm. Trục loại I là trục có đường kính sai lệch so với trung bình không quá 0,02cm, còn lại là trục loại II.

- 1) Tính tỷ lệ trục loại I, loại II.
- 2) Một doanh nghiệp mua loại trục máy này với giá 30 000 đồng/trục và bán với giá 40 000 đ/trục đối với trục loại I; 25 000 đồng/trục đối với trục loại II. Tính tiền lời trung bình doanh nghiệp này thu được khi bán 1 trục máy.

ĐS: 1) 0,9544; 0,0456; 2) 9316

Bài 22. Một gia đình trồng một loại quả có 2 giống A và B , đến vụ thu hoạch số lượng quả 2 loại như nhau. Trọng lượng quả giống A có phân phối chuẩn với trung bình 2,5kg, độ lệch chuẩn 1kg; trọng lượng quả giống B có phân phối chuẩn với trung bình 3kg, độ lệch chuẩn 0,8kg (trọng lượng 2 loại quả độc lập). Công ty rau quả chỉ đồng ý mua cho gia đình những quả có trọng lượng từ 2kg trở lên.

- 1) Tính tỉ lệ quả không đủ tiêu chuẩn để được mua.
- 2) Lấy ngẫu nhiên 1 quả giống A , 1 quả giống B . Tính xác suất quả giống B nhẹ hơn quả giống A (biết rằng nếu $X \sim N(\mu_X; \sigma_X^2)$, $Y \sim N(\mu_Y; \sigma_Y^2)$ thì $X \pm Y \sim N(\mu_X \pm \mu_Y; \sigma_X^2 + \sigma_Y^2)$).

ĐS: 1) 0,20705 2) 0,3897

Bài 23. Xác suất của một loại hạt giống nảy mầm sau khi gieo là 0,8.

- 1) Gọi X là số hạt nảy mầm khi gieo 5 hạt. Tính $P(X \geq 4)$.
- 2) Gọi Y là số hạt nảy mầm khi gieo 100 hạt. Tính $P(Y \geq 85)$.
- 3) Phải gieo ít nhất bao nhiêu hạt để với xác suất không nhỏ hơn 0,9972 có thể tin rằng có ít nhất 1 hạt nảy mầm.
- 4) Phải gieo ít nhất bao nhiêu hạt để với xác suất không nhỏ hơn 0,9772 có thể tin rằng có trên 100 hạt nảy mầm.

ĐS: 1) 0,73728 2) 0,1056 3) 17 4) 137

Bài 24. Số khách vào một cửa hàng bách hóa trong một giờ là biến ngẫu nhiên với phân phối Poisson với mật độ (số khách trung bình) là 8 khách hàng trong một giờ. Tìm xác suất để trong một giờ nào đó có hơn 4 khách vào.

ĐS: 0,9

Bài 25. Một xe tải vận chuyển 1000 chai rượu vào kho. Xác suất để mỗi chai bị vỡ khi vận chuyển là 0,004. Tìm xác suất để sau khi vận chuyển 1000 chai rượu thì có 5 chai rượu bị vỡ.

ĐS: 0,1562

Phần II: Thống kê

Ước lượng – kiểm định

Bài 1. Giả sử hàm lượng nước X (%) trong cam Cao Phong - Hòa Bình là biến có phân phối chuẩn $N(\mu, \sigma^2)$. Quan sát một mẫu gồm 25 quả ta được số liệu như sau:

X (%)	79	80	84,6	86	87,5	89	90
Số quả	2	3	5	7	4	3	1

- 1) Hãy tính một ước lượng không chệch của μ và của σ^2 .
- 2) Hãy tìm khoảng tin cậy của μ với độ tin cậy 90%.
- 3) Với mức ý nghĩa 0,05 ta có thể coi hàm lượng nước của cam Cao Phong thấp hơn 89% hay không?

ĐS: 1) $\bar{x} = 85,2; s^2 = 10,4917$ 2) $[84,0916; 86,3084]$ 3) $Z_t = -2,4617$

Bài 2. Một điều tra về thời gian X (phút) xem các chương trình thể thao trên ti vi trong một ngày của 18 nam thanh niên (từ 20 đến 30 tuổi) thu được kết quả dưới đây. Giả sử X là biến có phân phối chuẩn.

51	52	66	74	66	37	45	68	64
65	58	55	52	63	59	57	74	65

- 1) Hãy tìm khoảng tin cậy của thời gian xem chương trình thể thao trung bình mỗi ngày của nam thanh niên lứa tuổi trên với độ tin cậy 95%.
- 2) Với mức ý nghĩa 5% có thể cho rằng trung bình mỗi ngày họ xem hơn 50 phút hay không?

ĐS: 1) $[54,6744; 64,3256]$ 2) $Z_t = 4,1539$

Bài 3. Giám đốc một công ty cho rằng thời gian trung bình để đọc và xóa thư rác của mỗi nhân viên văn phòng là ít nhất 25 phút / ngày. Để minh chứng cho điều này, ông ta đã điều tra một mẫu gồm 20 nhân viên văn phòng và thu được kết quả (đơn vị: phút):

28	34	23	13	10	12	30	42	37	43
47	35	45	29	42	17	21	32	35	18

Với mức ý nghĩa 1% có thể chấp nhận nhận định của giám đốc trên hay không?

ĐS: $Z_t = 0,7337$

Bài 4. Thời gian giao hàng X (giờ) trong nội thành của một dịch vụ chuyển phát nhanh là một biến có phân phối chuẩn $N(\mu, \sigma^2)$. Theo dõi ngẫu nhiên thời gian giao hàng tới 60 địa chỉ trong nội thành của dịch vụ này thu được kết quả:

X (giờ)	6 - 7	7 - 8	8 - 9	9 - 10	10 - 11	11 - 12	12 - 13	13 - 14
Số địa chỉ	2	3	10	16	13	10	5	1

- 1) Với độ tin cậy 0,95, hãy tìm khoảng tin cậy của thời gian giao hàng trung bình trong nội thành của dịch vụ chuyển phát nhanh nói trên.
- 2) Giám đốc của dịch vụ này quảng cáo rằng thời gian giao hàng trung bình trong nội thành ít hơn 10 giờ. Với mức ý nghĩa 5%, hãy cho kết luận về lời quảng cáo trên.
- 3) Những địa chỉ có thời gian giao hàng từ 11 giờ trở lên bị coi là giao hàng chậm. Có thể cho rằng có hơn 25% số địa chỉ bị giao hàng chậm hay không? Kết luận ở mức ý nghĩa 2%.
- 4) Giả sử $\sigma = 1,5$. Hỏi cần theo dõi tối thiểu bao nhiêu địa chỉ giao hàng để với độ tin cậy 95% thì độ rộng khoảng tin cậy của kỳ vọng μ không vượt quá 0,3?

ĐS: 1) $[9,6116;10,3884]$ 2) $Z_t = 0$ 3) $Z_t = 0,2981$ 4) $n = 97$

Bài 5. Một khu đô thị có 2000 hộ gia đình sinh sống. Để ước lượng nhu cầu sử dụng Internet cáp quang FTTH người ta thăm dò ngẫu nhiên 100 hộ thấy có 65 hộ có nhu cầu sử dụng Internet cáp quang FTTH.

- 1) Tìm một ước lượng điểm cho tỷ lệ hộ có nhu cầu sử dụng Internet cáp quang FTTH của khu đô thị trên.
- 2) Hãy ước lượng số gia đình có nhu cầu sử dụng Internet cáp quang FTTH của khu vực trên với độ tin cậy 0,95.
- 3) Cần thăm dò ít nhất bao nhiêu hộ gia đình để với độ tin cậy 98% ta có độ rộng của khoảng ước lượng của tỷ lệ gia đình có nhu cầu sử dụng Internet cáp quang FTTH nhỏ hơn 0,15?

ĐS: 1) 0,65 2) $[1111,12; 1488,88]$ 3) $n = 242$

Bài 6. Tỷ lệ trứng nở của loài rầy nâu là 89%. Người ta sử dụng một loại thuốc trừ sâu để phun cho lúa. Sau khi phun, theo dõi 200 trứng rầy nâu trên lúa thấy vẫn có 36 quả nở. Với mức ý nghĩa 5%, có thể cho rằng tỷ lệ trứng rầy nâu nở sau khi phun thuốc là 15% hay không?

ĐS: $Z_t = 1,1882$

Bài 7. Trong điều kiện bình thường, một kho hạt giống có tỷ lệ nảy mầm là 90%. Do điều kiện thời tiết thay đổi, người ta kiểm tra lại chất lượng hạt giống bằng cách gieo 300 hạt thì thấy có 80 hạt không nảy mầm. Hỏi với mức ý nghĩa 0,05 có thể nói thời tiết có ảnh hưởng xấu tới tỷ lệ nảy mầm của hạt giống hay không ?

ĐS: $Z_t = -9,6225$

Bài 8. Một cửa hàng quần áo cuối mỗi tháng đều tiến hành kiểm kê và tính toán thiệt hại do trộm cắp gây ra. Cửa hàng muốn giảm những thiệt hại này và đang xem xét chọn một trong hai phương án: thuê một nhân viên bảo vệ hay lắp đặt camera. Để đưa ra quyết định lựa chọn phương án nào, cửa hàng đã thuê một bảo vệ trong 6 tháng đầu và trong 6 tháng tiếp theo lắp đặt camera. Hàng tháng thiệt hại đã được ghi lại và kết quả được liệt kê dưới đây (đơn vị triệu đồng/tháng):

Camera: 4,86 3,03 2,70 3,86 4,11 4,35

Nhân viên bảo vệ: 3,55 2,84 4,01 3,98 4,77 2,54

Biết rằng mức độ thiệt hại của cả hai phương án có phân phối chuẩn với phương sai bằng nhau. Có thể cho rằng mức thiệt hại khi dùng Camera là lớn hơn hay không? Kết luận ở mức ý nghĩa 2%.

ĐS: $Z_t = 0,5248$

Bài 9. Để so sánh hàm lượng tinh bột trong chuỗi ngũ (X) và chuỗi tiêu (Y) người ta lấy mẫu và đo được hàm lượng tinh bột như sau (đơn vị: g/100g chuỗi)

Chuỗi ngũ: 11 10 12 13 9 11 12 10 13 14

Chuỗi tiêu: 6 7 8 6 7 9 8 7 7 6 7

Biết rằng X, Y là các biến có phân phối chuẩn và phương sai bằng nhau. Với mức ý nghĩa 5%, có thể cho rằng hàm lượng tinh bột ở chuỗi ngũ cao hơn chuỗi tiêu hay không?

ĐS: $Z_t = 7,8483$

Bài 10. Để đánh giá tác dụng của một chế độ ăn bồi dưỡng mà dấu hiệu quan sát là số hồng cầu, người ta đếm số hồng cầu trước (Y) và sau khi ăn bồi dưỡng (X) của 10 người được kết quả:

Y	32	40	38	42	41	35	36	47	50	30
X	40	45	42	50	52	43	48	45	55	34

Biết rằng X, Y là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn. Với mức ý nghĩa 0,05, có thể cho rằng chế độ ăn bồi dưỡng có làm thay đổi số lượng hồng cầu không?

ĐS: $Z_t = -4,9447$

Bài 11. Để so sánh năng suất X của giống cỏ A và năng suất Y của giống cỏ B (dùng làm thức ăn cho bò) người ta trồng chúng trên 10 thửa ruộng theo cách: mỗi thửa ruộng được chia đôi, một nửa trồng giống A, một nửa trồng giống B. Sau khi thu hoạch được kết quả như sau:

X (tấn/ha)	60	70	65	55	43	66	58	49	53	65
Y (tấn/ha)	50	40	75	55	55	56	68	42	63	45

Giả sử X và Y là các biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn. Với mức ý nghĩa 0,05, có thể coi năng suất hai giống cỏ trên là khác nhau không?

ĐS: $Z_t = 0,7676$

Bài 12. Hai máy tự động dùng để cắt những thanh kim loại do cùng một kỹ thuật viên phụ trách và căn chỉnh. Từ máy 1 lấy ra 36 thanh kim loại để kiểm tra và thu được $\bar{x} = 12,5$ cm. Từ máy 2 lấy ra 40 thanh kim loại để kiểm tra và thu được $\bar{y} = 12,2$ cm. Với mức ý nghĩa 0,01 có thể cho rằng chiều dài của các thanh kim loại do máy 1 cắt nói chung lớn hơn chiều dài của các thanh kim loại do máy 2 cắt hay không? Biết rằng chiều dài của các thanh kim loại do máy 1, 2 sản xuất là các biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với $\sigma = 1,2$.

ĐS: $Z_t = 1,0882$

Bài 13. Người ta thí nghiệm hai phương pháp chăn nuôi gà khác nhau, sau một tháng kết quả tăng trọng như sau:

Phương pháp	Số gà được theo dõi	Mức tăng trọng trung bình (kg)	Độ lệch chuẩn mẫu
I	100	1,1	0,2
II	150	1,2	0,3

Với mức ý nghĩa 0,05 có thể kết luận phương pháp II hiệu quả hơn phương pháp I hay không? Giả thiết mức tăng trọng gà có phân phối chuẩn.

ĐS: $Z_t = -3,1623$

Bài 14. Để so sánh nhiệt độ bảo quản cam vàng người ta cho 200 quả vào kho I bảo quản ở nhiệt độ $4^{\circ}C$, độ ẩm 85% và 300 quả vào kho II bảo quản ở nhiệt độ $7^{\circ}C$, độ ẩm 85%. Sau một tháng kiểm tra thấy ở kho I có 20 quả hỏng và ở kho hai có 40 quả hỏng. Với mức ý nghĩa 5% có thể cho rằng ở độ ẩm 85% thì bảo quản ở nhiệt độ $4^{\circ}C$ tốt hơn hay không?

ĐS: $Z_t = -0,1237$

Bài 15. Để so sánh tỷ lệ nuôi sống đến hai tháng tuổi của gà Đông tảo và gà Hồ người ta theo dõi 200 con gà Đông tảo thấy có 170 con sống và theo dõi 300 con gà Hồ thấy có 245 con sống.

- Với mức ý nghĩa 5% có thể cho rằng tỷ lệ nuôi sống đến hai tháng tuổi của hai giống gà này là như nhau không?
- Hãy tìm khoảng tin cậy của tỷ lệ nuôi sống đến hai tháng tuổi của giống gà Đông tảo với độ tin cậy 0,95.

ĐS: 1) $Z_t = 0,9721$ 2) $[0,8005; 0,8995]$

Bài 16. Giám đốc thương mại của một hãng đồ chơi muốn nghiên cứu ý kiến khách hàng về một loại đồ chơi mới ở 3 vùng. Kết quả điều tra như sau:

Vùng / ý kiến	Không biết gì về đồ chơi	Giá đồ chơi vừa phải	Giá cao
1	64	28	106
2	84	42	76
3	56	14	130

- Với mức $\alpha = 0,01$ có thể cho rằng ý kiến của khách hàng ở 3 vùng trên là như nhau?
- Tìm khoảng tin cậy của tỉ lệ “khách hàng cho rằng giá đồ chơi là cao” với độ tin cậy 95%.

ĐS: 1) $Z_t = 33,9761$ 2) $[0,4800; 0,5600]$

Bài 17. Theo thống kê thì tỷ lệ côn trùng trong một vườn cây có phân phối như sau:

Nhện	Ruồi đục quả	Rệp	Sâu xanh	Bọ xít
15%	20%	24%	36%	5%

Sau khi phun một loại thuốc trừ sâu, người ta bắt ngẫu nhiên một số côn trùng và được kết quả sau:

Nhện	Ruồi đục quả	Rệp	Sâu xanh	Bọ xít
25	20	15	10	6

Hỏi thuốc trừ sâu có làm thay đổi cơ cấu côn trùng trong vườn không? Kết luận với mức ý nghĩa 5%.

ĐS: $Z_t = 33,9761$

Bài 18. Trước khi đưa ra thị trường một loại sản phẩm có kiểu dáng mới, người ta muốn xem phản ứng của khách hàng về kiểu dáng đó như thế nào. Một cuộc điều tra khách hàng theo các nhóm tuổi đã được tiến hành và thu được số liệu như sau:

Phản ứng/Độ tuổi	< 20	20 – 25	25 – 35	35 – 45	> 45
Thích	170	157	106	91	114
Không thích	60	43	64	49	66

Hãy cho biết “phản ứng của khách hàng với kiểu dáng mới” có phụ thuộc vào “độ tuổi” không? Kết luận với mức ý nghĩa 5%.

ĐS: $Z_t = 33,9761$

Bài 19. Sử dụng thuốc của hai hãng A, B để điều trị một loại bệnh cho gia súc được kết quả sau:

Hãng	Kết quả		
	Khỏi bệnh	Giảm bệnh	Không khỏi bệnh
A	192	20	8
B	185	12	3

- Ở mức ý nghĩa 0,05, có thể coi tác dụng thuốc của các hãng là như nhau hay không?
- Tìm khoảng tin cậy của tỉ lệ gia súc khỏi bệnh khi dùng thuốc của hãng A với độ tin cậy 95%.

- 3) Với mức ý nghĩa 0,05, có thể coi tỷ lệ gia súc khỏi bệnh khi dùng thuốc của hãng B lớn hơn 0,9 không?
- 4) Với mức ý nghĩa 0,05, có thể cho rằng khi sử dụng thuốc của hãng A thì tỷ lệ số con “khỏi bệnh”: “giảm bệnh”: “không khỏi bệnh” là 19 : 2 : 1 hay không?

ĐS: 1) $Z_t = 3,4582$ 2) $[0,8287; 0,9167]$ 3) $Z_t = 1,1785$ 4) $Z_t = 0,4211$

Bài 20. Một loại cây có gen A chỉ lá quăn, gen a chỉ lá thẳng, gen B hạt đỏ, gen b chỉ hạt trắng. Khi lai hai cây thuần chủng lá quăn hạt đỏ và lá thẳng hạt trắng ta được cây con ở thế hệ F1.

Cho các cá thể ở thế hệ F1 lai với nhau thì ở thế hệ F2 ta thu được kết quả sau:

“1160 cây lá quăn hạt đỏ; 380 cây lá quăn hạt trắng; 350 cây lá thẳng hạt đỏ; 110 cây lá thẳng hạt trắng”.

Với các số liệu trên, ở mức ý nghĩa 0,05, hãy kiểm định cặp giả thuyết đối thuyết sau:

H_0 : Kết quả phù hợp với qui luật phân li tính trạng 9 : 3 : 3 : 1

H_1 : Trái với H_0 .

ĐS: $Z_t = 4,6222$

Bài 21. Điều tra 100 gia đình có hai con ta được kết quả sau:

Số con trai	0	1	2
Số gia đình	20	56	24

Với mức ý nghĩa 0,05, hãy kiểm định giả thuyết: Số con trai trong mỗi gia đình hai con tuân theo phân phối nhị thức $B(2; 0,5)$.

ĐS: $Z_t = 1,76$

Tương quan và hồi quy

Bài 22. Theo dõi dư lượng Y (mg/kg) của một loại thuốc bảo vệ thực vật trên rau sau X (ngày) phun có bảng số liệu sau:

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y	12	11,9	11,5	11,3	10,5	9,3	8,1	7,2	6,1	5,1

- Tính hệ số tương quan mẫu giữa X và Y .
- Tìm hàm hồi quy tuyến tính thực nghiệm của Y theo X . Hãy dự đoán sau bao nhiêu ngày thì không còn dư lượng thuốc bảo vệ thực vật trên rau.

ĐS: 1) $r = -0,9753$ 2) $y = 13,8 - 0,8182x$; 17 ngày.

Bài 23. Đo chiều cao X (cm) của bố và chiều cao Y (cm) của con trai ở tuổi trưởng thành thu được số liệu:

X	158	160	163	165	167	170	167	172	177	181
Y	160	158	167	162	165	172	170	175	180	177

- Tìm hệ số tương quan của X và Y .
- Tìm hàm hồi quy tuyến tính thực nghiệm của Y theo X . Nếu bố cao 175cm, hãy dự đoán chiều cao tuổi trưởng thành của con trai người đó.

ĐS: 1) $r = 0,9176$ 2) $y = 9,5362 + 0,9468x$; 175cm.

Bài 24. Để xác định mối liên hệ giữa năng suất cỏ Y và lượng phân bón X , người ta thực hiện thí nghiệm trên 10 lô đất có cùng diện tích có kết quả như sau:

X (kg/ha)	25	50	75	100	125	150	175	200	180	185
Y (tấn/ha)	84	80	90	148	154	169	206	244	210	220

- Hãy tính hệ số tương quan mẫu giữa X và Y .
- Xác định phương trình đường hồi quy tuyến tính mẫu của Y theo X .

ĐS: 1) $r = 0,9767$ 2) $y = 0,955x + 39,6925$

Bài 25. Bảng số liệu sau cho biết chiều dài X (cm) và trọng lượng Y (kg) của 10 con lợn khi xuất chuồng:

X	130	128	125	124	125	129	127	134	136	137
Y	102	103	98	96	97	100	100	108	111	112

- Hãy tính hệ số tương quan mẫu giữa X và Y . (ĐS:)
- Xác định phương trình hồi quy tuyến tính mẫu của Y theo X . Nếu một con lợn xuất chuồng có chiều dài 132 cm, có thể dự báo cân nặng của nó là bao nhiêu kg?

ĐS: 1) $r = 0,9805$ 2) $y = - 52,8943 + 1,2015x$; 105,7037 kg