

Đề số: 03
Ngày thi: 13/6/2018

Tên Học phần: **Giải tích**
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: **Tự luận**

Câu I (2.0 điểm)

- (1.0 đ) Tính vi phân của hàm số $y = (x+1)\ln(1+2x)$ tại $x = 0$.
- (1.0 đ) Tìm đa thức Taylor bậc 3 tại $x = 0$ của hàm số $f(x) = e^{2x}$.

Câu II (3.0 điểm)

- (1.5 đ) Tính tích phân $\int \frac{2x+1}{x^2+6x+5} dx$
- (1.5 đ) Tính tích phân suy rộng $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2+3}}$

Câu III (2.0 điểm) Tìm tất cả các điểm cực trị và giá trị cực trị (nếu có) của hàm số:

$$f(x, y) = x^3 + y^4 - 3x - 4y + 10$$

Câu IV (2.0 điểm) Giải phương trình vi phân tuyến tính sau:

$$y' + 3x^2 y = \frac{e^{-x^3}}{x^2}$$

Câu V (1.0 điểm) Tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1+2n}{4^n} x^n$$

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề
Lê Thị Diệu Thùy

Duyệt đề
Trưởng Bộ môn
Phạm Việt Nga

Đề số: 02
Ngày thi:

Tên Học phần: **Giải tích**
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: **Tự luận**

Câu I (2.0 điểm)

- (1.0 đ) Tính vi phân của hàm số $y = (x+1)\ln(3x+1)$ tại $x = 0$.
- (1.0 đ) Tìm đa thức Taylor bậc 3 tại $x = 0$ của hàm số $f(x) = e^{3x}$.

Câu II (3.0 điểm)

- (1.5đ) Tính tích phân $\int \frac{2x-1}{x^2-6x+5} dx$
- (1.5đ) Tính tích phân suy rộng $\int_3^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-5}}$

Câu III (2.0 điểm) Tìm tất cả các điểm cực trị và giá trị cực trị (nếu có) của hàm số:

$$f(x, y) = x^4 + y^3 + 4x - 3y + 1$$

Câu IV (2.0 điểm) Giải phương trình vi phân tuyến tính sau:

$$y' - 4x^3 y = \frac{e^{x^4}}{x+1}$$

Câu V (1.0 điểm) Tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2+n}{3^n} x^n$$

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề
Lê Thị Diệu Thùy

Duyệt đề
Trưởng Bộ môn
Phạm Việt Nga

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Giải tích Đáp án đề thi số: 03
---	---

(Ngày thi: 13/6/2018)

Ghi chú: Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu		Đáp án vắn tắt	Điểm
I 2.0đ	1	$y' = \ln(1+2x) + \frac{2(x+1)}{1+2x}$	0.5
		$dy(0) = y'(0)dx = 2dx$	0.5
	2	$f'(x) = 2e^{2x} \quad f''(x) = 4e^{2x} \quad f'''(x) = 8e^{2x}$ CT: $P_3(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3$ $f(0) = 1; f'(0) = 2; f''(0) = 4; f'''(0) = 8$ Đa thức cần tìm: $P_3(x) = 1 + 2x + 2x^2 + \frac{4}{3}x^3$	0.5
II 3.0đ	1	$A, B \in \mathbb{R}$ t/m: $\frac{2x+1}{x^2+6x+5} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+5}$ $\Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow A = -\frac{1}{4}, B = \frac{9}{4}$	0.75
		$\int \frac{2x+1}{x^2+6x+5} dx = \frac{-1}{4} \int \frac{dx}{x+1} + \frac{9}{4} \int \frac{dx}{x+5}$	0.25
		$= \frac{-1}{4} \ln x+1 + \frac{9}{4} \ln x+5 + C$	0.5
	2	Tpsr $= \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_1^b \frac{dx}{x\sqrt{x^2+3}}$ Đặt $t = \sqrt{x^2+3} \Rightarrow t^2 = x^2+3 \Rightarrow tdt = xdx$ Đổi cận: $x=1 \Rightarrow t=2; x=b \Rightarrow t=\sqrt{b^2+3}=c$	0.5
		$\int_1^b \frac{dx}{x\sqrt{x^2+3}} = \int_2^c \frac{dt}{t^2-3} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \ln \left \frac{t-\sqrt{3}}{t+\sqrt{3}} \right \Big _2^c$ \Rightarrow Tpsr $= \lim_{c \rightarrow +\infty} \frac{1}{2\sqrt{3}} \left(\ln \left \frac{c-\sqrt{3}}{c+\sqrt{3}} \right + \ln \left \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} \right \right) = \frac{1}{2\sqrt{3}} \ln \left \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} \right $	0.5

III 2.0đ	$f'_x = 3x^2 - 3; f'_y = 4y^3 - 4$	0.5																	
	$\begin{cases} f'_x = 0 \\ f'_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ y = 1 \end{cases} \rightarrow 2 \text{ điểm dừng } M(1;1), N(-1;1)$	0.5																	
	$f''_{xx} = 6x; f''_{xy} = 0; f''_{yy} = 12y^2$	0.5																	
	$A = f''_{xx}(x_0, y_0); B = f''_{xy}(x_0, y_0); C = f''_{yy}(x_0, y_0)$																		
	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>(x_0, y_0)</td> <td>A</td> <td>B</td> <td>C</td> <td>$AC - B^2$</td> <td>KL về (x_0, y_0)</td> </tr> <tr> <td>(1;1)</td> <td>6</td> <td>0</td> <td>12</td> <td>72</td> <td>điểm cực tiểu</td> </tr> <tr> <td>(-1;1)</td> <td>-6</td> <td>0</td> <td>12</td> <td>-72</td> <td>Không phải CT</td> </tr> </table>	(x_0, y_0)	A	B	C	$AC - B^2$	KL về (x_0, y_0)	(1;1)	6	0	12	72	điểm cực tiểu	(-1;1)	-6	0	12	-72	Không phải CT
(x_0, y_0)	A	B	C	$AC - B^2$	KL về (x_0, y_0)														
(1;1)	6	0	12	72	điểm cực tiểu														
(-1;1)	-6	0	12	-72	Không phải CT														
	Vậy $f_{ct} = f(1;1) = 5$	0.25																	
IV 2.0đ	Đặt $y = uv$ thì $y' = u'v + uv'$, ta có pt:																		
	$u'v + u(v' + 3x^2v) = \frac{e^{-x^3}}{x^2} \quad (1)$	0.5																	
	Chọn 1 h/s $v \neq 0$ s/c: $v' + 3x^2v = 0 \Leftrightarrow \frac{dv}{v} = -3x^2 dx$	0.25																	
	Tìm được $\ln v = -x^3 + C$, chọn $v = e^{-x^3}$	0.25																	
	Thay vào pt (1), có $u' = \frac{1}{x^2} \Leftrightarrow u = -\frac{1}{x} + C, C = const$	0.5																	
	Ng TQ: $y = \left(-\frac{1}{x} + C \right) e^{-x^3}, C = const$	0.5																	
V 1.0đ	$a_n = \frac{1+2n}{4^n}, a_{n+1} = \frac{3+2n}{4^{n+1}}$																		
	$\Rightarrow \rho = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3+2n}{4(1+2n)} = \frac{1}{4}$	0.25																	
	Bk hội tụ: $R = 1/\rho = 4 \Rightarrow$ Khoảng HT: $(-4; 4)$	0.25																	
	Tại $x = 4$ có chuỗi số $\sum_{n=1}^{+\infty} (1+2n)$ phân kỳ (vì ...?).	0.25																	
	Tại $x = -4$ có chuỗi số $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n (1+2n)$ phân kỳ (vì ...)	0.25																	
	Vậy miền hội tụ là $(-4; 4)$																		

Cán bộ ra đề: Lê Thị Diệu Thuý

Cán bộ soạn đáp án
Nguyễn Thuý Hằng

Duyệt đáp án
Phạm Việt Nga

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Giải tích Đáp án đề thi số: 04
---	---

(Ngày thi: 13/6/2018)

Ghi chú: Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 2.0đ	1 $y' = \ln(1+3x) + \frac{3(x+1)}{1+3x}$ $dy(0) = y'(0)dx = 3dx$	0.5 0.5
	$f'(x) = 3e^{3x}$ $f''(x) = 9e^{3x}$ $f'''(x) = 27e^{3x}$	0.5
	2 CT: $P_3(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3$ $f(0) = 1; f'(0) = 3; f''(0) = 9; f'''(0) = 27$	0.25
	Đa thức cần tìm: $P_3(x) = 1 + 3x + \frac{9}{2}x^2 + \frac{9}{2}x^3$	0.25
II 3.0đ	1 $A, B \in \mathbb{R}$ t/m: $\frac{2x-1}{x^2-6x+5} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-5}$ $\Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow A = -\frac{1}{4}, B = \frac{9}{4}$	0.75
	$\int \frac{2x-1}{x^2-6x+5} dx = \frac{-1}{4} \int \frac{dx}{x-1} + \frac{9}{4} \int \frac{dx}{x-5}$	0.25
	$= \frac{-1}{4} \ln x-1 + \frac{9}{4} \ln x-5 + C$	0.5
	2 Tpsr $= \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_3^b \frac{dx}{x\sqrt{x^2-5}}$ Đặt $t = \sqrt{x^2-5} \Rightarrow t^2 = x^2-5 \Rightarrow tdt = xdx$ Đổi cận: $x=3 \Rightarrow t=2; x=b \Rightarrow t=\sqrt{b^2-5} = c$	0.5
$\int_3^b \frac{dx}{x\sqrt{x^2-5}} = \int_2^c \frac{dt}{t^2+5} = \frac{1}{\sqrt{5}} \arctan\left(\frac{t}{\sqrt{5}}\right) \Big _2^c$ \Rightarrow Tpsr $= \lim_{c \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\arctan \frac{c}{\sqrt{5}} - \arctan \frac{2}{\sqrt{5}} \right) = \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{\pi}{2} - \arctan \frac{2}{\sqrt{5}} \right)$	0.5	

III 2.0đ	$f'_x = 4x^3 + 4; f'_y = 3y^2 - 3$	0.5																	
	$\begin{cases} f'_x = 0 \\ f'_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = \pm 1 \end{cases} \rightarrow 2 \text{ điểm dừng } M(-1;1), N(-1;-1)$	0.5																	
	$f''_{xx} = 12x^2; f''_{xy} = 0; f''_{yy} = 6y$	0.5																	
	$A = f''_{xx}(x_0, y_0); B = f''_{xy}(x_0, y_0); C = f''_{yy}(x_0, y_0)$																		
	<table border="1" style="width: 100%;"> <thead> <tr> <th>(x_0, y_0)</th> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th>$AC - B^2$</th> <th>KL về (x_0, y_0)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$(-1;1)$</td> <td>12</td> <td>0</td> <td>6</td> <td>72</td> <td>điểm cực tiểu</td> </tr> <tr> <td>$(-1;-1)$</td> <td>12</td> <td>0</td> <td>-6</td> <td>-72</td> <td>Không phải CT</td> </tr> </tbody> </table>	(x_0, y_0)	A	B	C	$AC - B^2$	KL về (x_0, y_0)	$(-1;1)$	12	0	6	72	điểm cực tiểu	$(-1;-1)$	12	0	-6	-72	Không phải CT
(x_0, y_0)	A	B	C	$AC - B^2$	KL về (x_0, y_0)														
$(-1;1)$	12	0	6	72	điểm cực tiểu														
$(-1;-1)$	12	0	-6	-72	Không phải CT														
Vậy $f_{ct} = f(-1;1) = 5$																			
IV 2.0đ	Đặt $y = uv$ thì $y' = u'v + uv'$, ta có pt: $u'v + u(v' - 4x^3v) = \frac{e^{x^4}}{x+1}$ (1)	0.5																	
	Chọn 1 h/s $v \neq 0$ s/c: $v' - 4x^3v = 0 \Leftrightarrow \frac{dv}{v} = 4x^3 dx$	0.25																	
	Tìm được $\ln v = x^4 + C$, chọn $v = e^{x^4}$	0.25																	
	Thay vào pt (1), có $u' = \frac{1}{x+1} \Leftrightarrow u = \ln x+1 + C, C = const$	0.5																	
	Ng TQ: $y = (\ln x+1 + C)e^{x^4}, C = const$	0.5																	
V 1.0đ	$a_n = \frac{2+n}{3^n}, a_{n+1} = \frac{3+n}{3^{n+1}} \Rightarrow \rho = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3+n}{3(2+n)} = \frac{1}{3}$	0.25																	
	Bk hội tụ: $R = 1/\rho = 3 \Rightarrow$ Khoảng HT: $(-3;3)$	0.25																	
	Tại $x = 3$ có chuỗi số $\sum_{n=1}^{+\infty} (2+n)$ phân kỳ (vì ...?).	0.25																	
	Tại $x = -3$ có chuỗi số $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n (2+n)$ phân kỳ (vì ...)	0.25																	
	Vậy miền hội tụ là $(-3;3)$																		

Cán bộ ra đề: Lê Thị Diệu Thuý

Cán bộ soạn đáp án

Nguyễn Thuý Hằng

Duyệt đáp án

Phạm Việt Nga