

## BÀI TẬP CƠ SỞ TOÁN KT 2

### Chương 1: Phép tính tích phân hàm số một biến số

**Bài 1.** Tìm họ nguyên hàm của các hàm số sau:

$$1) f(x) = 2 + \frac{3}{x} - \frac{4}{x^3}$$

$$2) f(x) = \sqrt{x+1} - \frac{2}{3x+4} - 1$$

$$3) f(x) = e^{\frac{x}{2}} + \frac{1}{x^2} - \frac{2x}{3} + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$4) f(x) = \frac{2+x+x^2}{\sqrt{x}}$$

$$5) f(x) = (2x+5)^3$$

$$6) f(x) = \frac{1}{e^{3x}}$$

$$7) f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x}$$

$$8) f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 16}$$

$$9) f(x) = \frac{x}{4-x^2}$$

Đs:

$$1) F(x) = 2x + 3\ln|x| + \frac{2}{x^2} + C$$

$$2) F(x) = \frac{2}{3}\sqrt{x+1}^3 - \frac{2}{3}\ln|3x+4| - x + C$$

$$3) F(x) = 2e^{\frac{x}{2}} - \frac{1}{x} - \frac{x^2}{3} + 2\sqrt{x} + C$$

$$4) F(x) = 4\sqrt{x} + \frac{2}{3}x\sqrt{x} + \frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + C$$

$$5) F(x) = \frac{(2x+5)^4}{8} + C$$

$$6) F(x) = \frac{-1}{3e^{3x}} + C$$

$$7) F(x) = \frac{1}{3}\ln\left|\frac{x-3}{x}\right| + C$$

$$8) F(x) = x + 2\ln\left|\frac{x-4}{x+4}\right| + C$$

$$9) F(x) = \frac{-1}{2}\ln|4-x^2| + C$$

**Bài 2.** Tính các tích phân sau:

$$1) \int_1^{\frac{9}{2}} \sqrt[3]{2x-1} dx$$

$$2) \int_0^2 \left(x^2 - 3 + \frac{2x}{x^2+1}\right) dx$$

$$3) \int_1^{\sqrt{5}} \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}$$

$$4) \int_0^1 x^2 \ln(x+1) dx$$

$$5) \int_0^3 \frac{x dx}{x^2+3}$$

$$6) \int_6^{+\infty} \frac{dx}{x^2-3x-10}$$

$$7) \int_3^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$$

$$8) \int_0^{+\infty} e^{1-3x} dx$$

$$9) \int_{-\infty}^0 (1-x)e^{2x} dx$$

Đs:

$$1) \frac{45}{8}$$

$$2) -\frac{10}{3} + \ln 5$$

$$3) \frac{1}{2} \ln \frac{3+2\sqrt{2}}{3}$$

$$4) \frac{2}{3} \ln 2 - \frac{5}{18}$$

$$5) \ln 2$$

$$6) \frac{\ln 8}{7}$$

$$7) 1/3$$

$$8) \frac{e}{3}$$

$$9) 1/4$$

**Bài 3.** Giả sử  $S(Y)$  là hàm tiết kiệm với  $Y$  là thu nhập. Biết rằng mức tiết kiệm  $S = -7,42$  khi thu nhập  $Y = 5$ . Hãy xác định hàm tiết kiệm  $S(Y)$  nếu khuynh hướng tiết kiệm cận biên  $MPS = S'(Y) = Y - 0,4$ . Kể từ mức thu nhập dương nào trở lên thì sẽ có tiết kiệm dương?

$$\text{Đs: } S(Y) = \frac{1}{2}Y^2 - 0,4Y - 17,92$$

**Bài 4.** Cho hàm đầu tư  $I(t) = 12t^{\frac{1}{3}}$  (trong đó  $t$  là biến thời gian).

$$1) \text{ Xác định hàm vốn } K(t) = \int I(t) dt, \text{ biết rằng } K(0) = 25.$$

## BÀI TẬP CƠ SỞ TOÁN KT 2

2) Xác định tổng lượng vốn tích lũy được trong khoảng thời gian  $t \in [0;1]$ .

Đs: 1)  $K(t) = 9\sqrt[3]{t^4} + 25$

2)  $K(1) - K(0) = 9$

**Bài 5.** Đồ thị của hàm  $g(x)$  gồm 2 đoạn thẳng và một nửa đường tròn. Hãy dùng nó để xác định các tích phân sau

1)  $\int_0^2 g(x)dx$

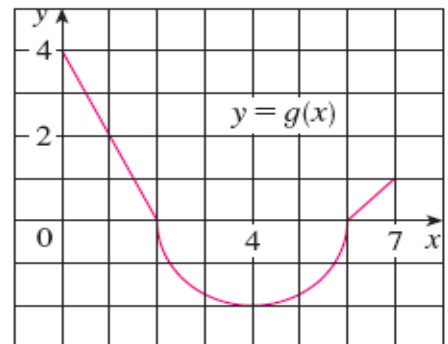
2)  $\int_2^6 g(x)dx$

3)  $\int_0^7 g(x)dx$

Đs: 1) 4

2)  $-2\pi$

3)  $9/2 - 2\pi$



**Bài 6.** Tính diện tích hình giới hạn bởi:

1)  $y = x^2 - 2x, y = 0, -1 \leq x \leq 3$

2)  $y = x^2 - x, y = 2x, -2 \leq x \leq 3$

3)  $y = 3 - 2x^2, y = 2x^2 - 4x$

4)  $y = e^x, y = e^{-x}, x = 1$

5) (+)  $y = e^{-x}, y = 3 - 2x$

6) (+)  $y = x^3 - 6x^2 + 9x, y = x$

Đs: 1) 4    2)  $79/6$     3)  $16/3$     4)  $e + 1/e - 2$

5), 6) gợi ý sử dụng cận là nghiệm gần đúng của pt hoành độ giao điểm.

**Bài 7.** (+) Hãy tính gần đúng diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị  $y = x^2$ , trục  $Ox$  và các đường thẳng  $x = 0, x = 3$  bằng cách chia đoạn  $[0,3]$  thành 6 đoạn con bằng nhau và trên mỗi đoạn con  $[x_k, x_{k+1}]$  chọn điểm  $c_k$  là đầu mút trái, chính giữa hay mút phải.

Đs:  $91/8; 55/8; 143/16$

## BÀI TẬP CƠ SỞ TOÁN KT 2

### Chương 2. Biến ngẫu nhiên và phân phối xác suất

**Bài 8.** Cho  $A, B, C$  là các sự kiện thỏa mãn  $P(A) = 0,6; P(B) = 0,8$  và  $P(A/B) = 0,7$ . Tính

1)  $P(AB)$

2)  $P(A \cup B)$

3)  $P(B/A)$

4)  $P(\overline{AB})$

5)  $P(A/\overline{B})$

Đs: 1) 0,56      2) 0,84      3) 14/15      4) 0,04      5) 0,2

**Bài 9.** Ba người cùng bắn đạn vào bia một cách độc lập, mỗi người bắn một viên với xác suất trúng tương ứng là 0,5; 0,6; 0,7. Tính xác suất:

1) Cả 3 người bắn trúng bia.

2) Chỉ có 1 người bắn trúng bia

3) Chỉ có 2 người bắn trúng bia.

4) Biết chỉ có 2 người bắn trúng. Tính xác suất người bắn trượt là người thứ nhất.

Đs: 1) 0,21      2) 0,29      3) 0,44      4) 21/44

**Bài 10.** Một thiết bị hoạt động gồm có hai bộ phận. Xác suất bị hỏng của bộ phận thứ nhất, bộ phận thứ hai và của cả hai bộ phận trong một ca làm việc lần lượt là 0,1; 0,2 và 0,04. Tính xác suất các trường hợp sau:

1) Có bộ phận bị hỏng.

2) Có bộ phận hoạt động tốt.

3) Chỉ có bộ phận thứ nhất hoạt động tốt.

4) Chỉ có một bộ phận hoạt động tốt.

5) Bộ phận thứ hai hoạt động tốt nếu biết bộ phận thứ nhất hỏng.

Đs: 1) 0,26      2) 0,96      3) 0,16      4) 0,22      5) 0,6

**Bài 11.** Theo thống kê của một trường đại học về tỷ lệ sinh viên khối ngành kinh tế (gồm hai ngành đào tạo kinh tế và kế toán) có việc làm sau khi tốt nghiệp. Theo báo cáo, hằng năm, số sinh viên tốt nghiệp ngành Kinh tế gấp đôi ngành Kế toán và tỷ lệ sinh viên có việc làm sau 6 tháng tốt nghiệp của ngành Kinh tế là 72%, của ngành Kế toán là 81%.

1) Tính tỷ lệ sinh viên khối ngành kinh tế của trường ĐH nói trên có việc làm sau 6 tháng tốt nghiệp.

2) Trong số những sinh viên khối ngành kinh tế của trường có việc làm sau 6 tháng tốt nghiệp thì số sinh viên ngành Kế toán chiếm bao nhiêu phần trăm?

Đs: 1) 75%      2) 36%

**Bài 12.** Một đại lý tại Hà Nội kinh doanh đồ uống do ba công ty A, B, C sản xuất theo tỉ lệ 2 : 3 : 5. Tỷ lệ đồ uống có ga tương ứng ở ba công ty trên là 70%, 60% và 50%.

1) Chọn ngẫu nhiên một kiện hàng tại kho của đại lý. Tính xác suất để kiện đồ uống được chọn là đồ uống có ga.

2) Biết kiện hàng được chọn là đồ uống có ga.

a) Tính xác suất để kiện hàng đó do công ty A sản xuất.

b) Tính xác suất để kiện hàng đó không do công ty B sản xuất.

## BÀI TẬP CƠ SỞ TOÁN KT 2

c) Khả năng cao nhất kiện hàng đó do công ty nào sản xuất?

Đs: 1) 0,57    2a) 14/57    2b) 13/19    2c) C

**Bài 13.** Lô hàng mới nhập của công ty có 4 sản phẩm loại I và 6 sản phẩm loại II. Người ta lấy ngẫu nhiên 3 sản phẩm từ lô hàng trên đóng gói gửi cho khách hàng. Gọi  $X$  là số sản phẩm loại I có trong gói hàng gửi cho khách hàng.

- 1) Lập bảng phân phối xác suất và hàm phân phối xác suất cho  $X$ .
- 2) Tính  $E(X), D(X), \sigma(X)$ .

$$\text{Đs: 1) Hàm ppxs } F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 1/6 & 0 < x \leq 1 \\ 2/3 & 1 < x \leq 2 \\ 29/30 & 2 < x \leq 3 \\ 1 & 3 < x \end{cases}$$

2)  $E(X) = 1,2; D(X) = 0,56; \sigma(X) = 0,7483$

**Bài 14.** Lợi nhuận ( $X$  - triệu đồng) thu được khi đầu tư 500 triệu đồng vào một dự án với trạng thái lợi nhuận được mô tả như sau:

X	-30	-15	0	10	20	30
P	0,1	0,15	0,2	0,2	0,25	0,1

- 1) Mức lợi nhuận có khả năng nhất khi đầu tư vào dự án đó là bao nhiêu?
- 2) Tính xác suất của sự kiện “khi đầu tư 500 triệu đồng vào dự án đó thì không bị lỗ”.
- 3) Việc đầu tư vào dự án này có hiệu quả không? Vì sao?
- 4) Coi phương sai của  $X$  số đặc trưng cho mức độ rủi ro, hãy tính mức độ rủi ro khi đầu tư vào dự án trên.

Đs: 1) 20    2) 0,75    3) Có vì  $E(X) > 0$     4)  $D(X) = 311,1875$

**Bài 15.** (+) Biết rằng năng suất lúa (đơn vị: tấn/ha) tại một vùng có hàm mật xác suất như sau:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{khi } x \notin [4;8] \\ \frac{1}{2}x - 2 & \text{khi } x \in [4;5] \\ -\frac{1}{6}x + \frac{4}{3} & \text{khi } x \in [5;8] \end{cases}$$

Hãy tính tỷ lệ % thửa ruộng có năng suất từ 4,5 tấn/ha đến 6 tấn/ha và năng suất lúa trung bình.

Đs: 60,42%    17/3

**Bài 16.** Theo số liệu thống kê, có 30% công nhân đi làm hàng ngày bằng xe buýt. Giả sử chọn ngẫu nhiên 10 công nhân để phỏng vấn về phương tiện đi làm hàng ngày. Gọi  $X$  là số công nhân lựa chọn phương tiện đi làm là xe buýt trong 10 công nhân được phỏng vấn.

- 1) Xác định quy luật phân phối xác suất của  $X$ .
- 2) Trung bình có bao nhiêu công nhân được hỏi trả lời lựa chọn xe buýt?

Đs: 1)  $X \sim B(10;0,3)$     2)  $E(X) = 3$

## BÀI TẬP CƠ SỞ TOÁN KT 2

**Bài 17.** Một hãng quảng cáo cho biết tỷ lệ gia đình dùng sản phẩm của hãng là 30%. Tính xác suất để khi điều tra ngẫu nhiên 5 gia đình thì có nhiều nhất 1 gia đình dùng sản phẩm của hãng.

Đs: 0,5282

**Bài 18.** Sản lượng  $X, Y, Z$  (tấn/ha) của ba giống lúa A, B, C tương ứng là các biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn:  $X \sim N(8; 0, 6^2)$ ;  $Y \sim N(7; 0, 6^2)$ ;  $Z \sim N(8; 0, 5^2)$ .

- 1) Nếu cần chọn một giống để trồng thì nên chọn giống nào? vì sao?
- 2) Nếu một thửa ruộng trồng giống lúa C. Bao nhiêu phần trăm thửa ruộng đó cho năng suất lớn 7,5 tấn/ha?
- 3) Giả sử có 15 thửa ruộng trồng giống lúa C. Gọi D là số thửa ruộng cho năng suất lớn hơn 7,5 tấn/ha” trong 15 thửa. Tìm quy luật PPXS của D và từ đó tính  $P(D = 13)$ .

Đs: 1) C 2) 84,13% 3) 0,2797

**Bài 19.** Đường kính một loại trục máy là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với trung bình là 1,2cm và độ lệch chuẩn 0,01cm. Trục loại I là trục có đường kính sai lệch so với trung bình không quá 0,02cm, còn lại là trục loại II.

- 1) Tính tỷ lệ trục loại I, loại II.
- 2) Một doanh nghiệp mua loại trục máy này với giá 30 000 đồng/trục và bán với giá 40 000 đ/trục đối với trục loại I; 25 000 đồng/trục đối với trục loại II. Tính lợi nhuận kỳ vọng của doanh nghiệp khi bán 1 trục máy.

Đs: 1) 0,9544 0,0456 2) 9316

### Chương 3. Thống kê

**Bài 20.** Theo báo cáo thống kê về doanh thu bán hàng theo quý ( $X$  – đơn vị: tỷ VNĐ) của một công ty được trong năm 2016 và 2017 như sau:

Quý	Q1-16	Q2-16	Q3-16	Q4-16	Q1-17	Q2-17	Q3-17	Q4-17
X	182,432	182,926	180,761	212,344	157,612	215,740	187,307	215,476

- 1) Tính kỳ vọng mẫu
- 2) Tính độ lệch chuẩn mẫu, từ đó cho nhận xét về mức độ biến động doanh thu theo quý của công ty nói trên.
- 3) Tìm một ước lượng điểm cho doanh thu trung bình theo quý của công ty.

Đs: 1)  $\bar{x} = 191,825$  tỷ VNĐ 2)  $\hat{s} = 19,471$  tỷ 3)  $\bar{x} = 191,825$

**Bài 21.** Thống kê doanh thu ( $X$  – triệu VNĐ) bán hàng hằng ngày tại một hiệu sách ở TP Hà Nội trong 35 ngày được  $\bar{x} = 56,723$  triệu VNĐ,  $\hat{s} = 7,642$  triệu VNĐ.

- 1) Tìm một ước lượng điểm cho doanh thu trung bình theo ngày của hiệu sách nói trên.
- 2) Với độ tin cậy 95%, hãy tìm khoảng tin cậy cho doanh thu trung bình theo ngày của hiệu sách nói trên.
- 3) Với độ tin cậy 95%, hãy tìm khoảng tin cậy cho  $\sigma_X$  (mức độ biến động của doanh thu theo ngày của hiệu sách).

Đs: 1)  $\bar{x} = 56,723$  2) (54,117 ; 59,329) 3) (6,363 ; 10,307)

**Bài 22.** Theo thống kê của một cửa hàng tiện lợi về lợi nhuận thuần trước thuế ( $X$  – triệu VNĐ) theo theo ngày trong 40 ngày thu được  $\bar{x} = 7,865$  triệu VNĐ và  $\hat{s} = 1,658$  triệu VNĐ.

## BÀI TẬP CƠ SỞ TOÁN KT 2

- 1) Với độ tin cậy 90%, hãy tìm khoảng tin cậy cho lợi nhuận thuần trung bình trước thuế theo ngày của cửa hàng nói trên.
- 2) Với độ tin cậy 90%, hãy tìm khoảng tin cậy cho  $\sigma_X$  (mức độ biến động của lợi nhuận thuần trước thuế theo ngày của cửa hàng).

Đs: 1) (7,392 ; 8,338)    2) (1,438 ; 2,095)

**Bài 23.** Chỉ Số IQ(X) của 60 sinh viên của một trường đại học cho bởi bảng sau:

Chỉ số IQ	75-84	85-94	95-104	105-114	115-124	125-134	135-144	145-154
Số sinh viên	2	3	10	16	13	10	5	1

- 1) Tìm một ước lượng điểm cho chỉ số IQ trung bình của sinh viên ở trường ĐH nói trên?
- 2) Có ý kiến cho rằng chỉ số IQ trung bình của sinh viên của trường đại học trên là thấp hơn 120. Từ số liệu trên hãy đưa ra kết luận về ý kiến trên với mức ý nghĩa 5%. Biết rằng chỉ số IQ của sinh viên của trường đại học nói trên có phân phối chuẩn.

Đs: 1)  $\bar{x} = 114,5$     2)  $Z_T = -10,898$

**Bài 24.** Doanh thu ( $X$  : triệu đồng ) của các cửa hàng bán đồ điện trong một tháng là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn. Điều tra ngẫu nhiên 144 cửa hàng kinh doanh mặt hàng ở địa phương A

thu được số liệu sau:  $\sum_{i=1}^{144} x_i = 2736$ ;  $\sum_{i=1}^{144} (x_i - \bar{x})^2 = 3575$ .

- 1) Tìm khoảng tin cậy cho mức doanh thu trung bình với độ tin cậy 95%.
- 2) Theo thống kê, trước đây độ phân tán ( $\sigma$ ) của doanh thu/tháng của các cửa hàng trên bằng 5,2 triệu. Với mức ý nghĩa 5%, hãy cho biết độ phân tán trong tháng 2 có nhỏ hơn so với trước đây không?

Đs: 1) (18,1833; 19,8167);    2)  $Z_t = 132,2115$

**Bài 25.** Các chi tiết máy được sản xuất theo dây chuyền. Để kiểm tra độ chính xác của dây chuyền sản xuất phòng kiểm định chất lượng của xí nghiệp đo ngẫu nhiên đường kính( $X - mm$ ) của 15 chi tiết máy do xí nghiệp sản xuất thu được  $\bar{x} = 12mm$  và  $\hat{s} = 0,83mm$ . Với mức ý nghĩa 5%, hãy kết luận dây chuyền sản xuất có hoạt động bình thường không? Biết rằng đường kính chi tiết máy có phân phối chuẩn với sai số tiêu chuẩn theo thiết kế của dây chuyền sản xuất là 0,35mm.

Đs:  $Z_T = 5,292$

**Bài 26.** Theo kết quả thống kê về lượng nước tiêu thụ ( $X - m^3$ /tháng) của một số hộ gia đình hai con được ở phường A thu được như sau:

X	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10
Số hộ	11	16	23	35	22	11	7

Biết rằng  $X$  là biến có phân phối chuẩn.

- 1) Hãy tìm khoảng tin cậy cho lượng nước tiêu thụ trung bình của các hộ ở phường A với độ tin cậy 95%.
- 2) Có ý kiến cho rằng lượng nước tiêu thụ trung bình của các hộ gia đình hai con ở phường A là thấp hơn 7  $m^3$ /tháng. Dựa vào số liệu đã thu được, hãy đưa ra kết luận về ý kiến trên với mức ý nghĩa 5%.

## BÀI TẬP CƠ SỞ TOÁN KT 2

Đs: 1) (6,0385; 6,5935) 2)  $Z_T = -4,8306$

**Bài 27.** Một xí nghiệp sản xuất bóng đèn huỳnh quang theo công nghệ dây chuyền với tuổi thọ trung bình được xí nghiệp công bố là 8700 giờ. Có ý kiến cho rằng bóng đèn do xí nghiệp này sản xuất có tuổi thọ trung bình thấp hơn nhiều so với xí nghiệp công bố. Nhận được phản ánh từ người tiêu dùng, phòng đảm bảo chất lượng của xí nghiệp đã tiến hành đo ngẫu nhiên tuổi thọ ( $X$  – giờ) của 35 bóng đèn huỳnh quang do xí nghiệp sản xuất thu được  $\bar{x} = 8610$  giờ và  $\hat{s} = 205$  giờ.

- 1) Với độ tin cậy 95%, hãy đưa ra kết luận về ý kiến phản ánh trên.
- 2) Với độ tin cậy 95% hãy cho biết hệ thống dây chuyền sản xuất có hoạt động bình thường không? Biết rằng tuổi thọ của bóng đèn có phân phối chuẩn với độ lệch chuẩn ( sai số chuẩn) theo thiết kế là  $\sigma = 170$  giờ?

Đs: 1)  $Z_T = -2,523$  2)  $Z_T = 52,392$

**Bài 28.** Báo cáo của cuộc điều tra dân số ở thành phố A năm 1990 chỉ ra rằng độ tuổi trung bình của đàn ông ở thành phố này kết hôn lần đầu là 23,4(tuổi). Nhưng đến năm 2010, trong một báo cáo điều tra dân số, cho thấy nam thanh niên ở thành phố này có xu hướng lập gia đình muộn hơn trước đó. Để kiểm chứng kết luận của báo cáo này, một tổ chức độc lập đã khảo sát 43 thanh niên mới lập gia đình lần đầu thu được kết quả độ tuổi trung bình khi kết hôn lần đầu là 24,6(tuổi) và độ lệch chuẩn là 5,4 năm. Với số liệu tổ chức độc lập thu được và mức ý nghĩa 5%, có thể cho rằng nam thanh niên thành phố này kết hôn lần đầu muộn hơn trước đó(so với năm 1990) hay không?

**Bài 29.** Năng suất một giống lúa tại vùng A là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn. Người ta thu hoạch ngẫu nhiên 100 khu ruộng, được số liệu sau:

Năng suất (tấn/ha)	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5
Số khu ruộng	8	13	22	24	15	10	8

- 1) Trước đây năng suất trung bình của giống lúa trên bằng 3,8 tấn/ha. Với mức ý nghĩa 5% hãy cho biết năng suất có tăng lên không?
- 2) Với độ tin cậy 95%, hãy tìm khoảng tin cậy cho phương sai của năng suất.

Đs: 1)  $Z_t = 1,6392$  2) (0,5230; 0,9148)