

Đề số: 04
Ngày thi: 27/05/2019

Tên Học phần: **Đại số tuyến tính**
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: **Tự luận**

Câu I (3,5 điểm) Cho ma trận $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & x & 1 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 4 & 1 & 4 & 0 \end{bmatrix}$.

Gọi A là ma trận có được bằng cách **xóa đi cột 4** của ma trận B .

- (0,5 đ) Tìm phần tử thuộc hàng 1, cột 2 của ma trận A^2 .
- (1,5 đ) Với $x = 2$ tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của ma trận A .
- (1,5 đ) Với $x = 3$, giải hệ phương trình tuyến tính có B là ma trận hệ số bổ sung.

Câu II (3,0 điểm)

- (1,5 đ) Hãy chứng tỏ hệ vectơ $U = \{ u_1 = (1; 2); u_2 = (2; 1) \}$ là một cơ sở của không gian vectơ \mathbb{R}^2 . Biết tọa độ của vectơ v trong cơ sở chính tắc là $(3; 1)$, hãy tìm tọa độ của vectơ v trong cơ sở U .
- (1,5 đ) Trong không gian vectơ \mathbb{R}^3 cho tập hợp $W = \{ u = (x, y, z) \mid x + 3y = 0 \}$.
Chứng minh W là không gian vectơ con của không gian \mathbb{R}^3 và tìm hệ sinh của không gian W .

Câu III (3,5 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$(x, y, z) \mapsto f(x, y, z) = (x + y, 2z, 0).$$

- (0,5 đ) Biết $f(u) = (5, 4, 0)$, $f(v) = (3, 2, 0)$, hãy tìm $f(3u + v)$.
- (1,5 đ) Tìm $\text{Im}(f)$.
- (1,5 đ) Tìm ma trận của ánh xạ tuyến tính f trong cơ sở

$$U = \{ u_1 = (1, 2, 3), u_2 = (1, 0, 0), u_3 = (0, 1, 1) \}$$
 của không gian \mathbb{R}^3 .

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm

+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề

Duyệt đề

Đề số: 05
Ngày thi: 27/05/ 2019

Tên Học phần: **Đại số tuyến tính**
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: **Tự luận**

Câu I (3,5 điểm) Cho ma trận $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & x & 1 \\ 3 & 2 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$.

Gọi A là ma trận có được B bằng cách *xóa đi cột 2* của ma trận B .

- (0,5 đ) Tìm phần tử thuộc hàng 3, cột 2 của ma trận A^2 .
- (1,5 đ) Với $x = 2$ tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của ma trận A .
- (1,5 đ) Với $x = 1$ giải hệ phương trình tuyến tính có B là ma trận hệ số bổ sung.

Câu II (3,0 điểm)

- (1,5 đ) Hãy chứng tỏ hệ vector $U = \{u_1 = (1; 3); u_2 = (3; 2)\}$ là một cơ sở của không gian vector \mathbb{R}^2 . Biết tọa độ của vector v trong cơ sở chính tắc là $(5; 3)$, hãy tìm tọa độ của vector v trong cơ sở U .
- (1,5 đ) Trong không gian \mathbb{R}^3 cho tập hợp $W = \{u = (x, y, z) \mid 2x + y = 0\}$. Chứng minh W là không gian vector con của không gian \mathbb{R}^3 và tìm hệ sinh của không gian W .

Câu III (3,5 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$(x, y, z) \mapsto f(x, y, z) = (0, 3x, y + z).$$

- (0,5 đ) Biết $f(u) = (0, 3, 2)$, $f(v) = (0, 6, 5)$, tính $f(u - 2v)$.
- (1,5 đ) Tìm $\text{Im}(f)$.
- (1,5 đ) Tìm ma trận của ánh xạ tuyến tính f trong cơ sở

$$U = \{u_1 = (1, 2, 3); u_2 = (1, 0, 0); u_3 = (0, 1, 1)\} \text{ của không gian } \mathbb{R}^3.$$

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm

+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề

Duyệt đề

Câu I (2.5 điểm) Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

- (1.0đ) Tìm ma trận X sao cho $3X - A.A^t = 0$.
- (1.5đ) Tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của ma trận A bằng cách sử dụng ma trận phụ hợp.

Câu II (1.5 điểm) Giải hệ phương trình tuyến tính:

$$\begin{cases} x + y - 2z + t = 0 \\ 2x + y + 6z - 2t = 5 \\ 6x + 2y + 10z + 8t = 2 \end{cases}$$

Câu III (3.0 điểm) Trong không gian \mathbb{R}^3 cho tập hợp:

$$S = \{u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x - y + 4z = 0\}$$

- (1.0đ) Chứng minh rằng S là một không gian vector con của \mathbb{R}^3 .
- (1.5đ) Tìm một cơ sở và chỉ ra số chiều của không gian S . Kí hiệu cơ sở vừa tìm được là U .
- (0.5đ) Tìm tọa độ của vector $v = (-1, 2, 1)$ trong cơ sở U tìm được ở trên.

Câu IV (2.5 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ xác định bởi:

$$(x, y, z) \mapsto f(x, y, z) = (4x + 2y - 2z, -x + 2y)$$

- (1.0đ) Tìm hạt nhân của ánh xạ tuyến tính f .
- (1.5đ) Tìm ma trận của f trong cơ sở hai cơ sở:

$$U = \{u_1 = (0, 1, 1); u_2 = (1, -1, 0); u_3 = (1, 1, 2)\} \text{ của } \mathbb{R}^3$$
$$\text{và } U_1 = \{v_1 = (1, 3); v_2 = (2, 1)\} \text{ của } \mathbb{R}^2.$$

Câu V (0.5 điểm) Tìm các giá trị riêng của ma trận $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$.

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề

Duyệt đề

Đề số: **05**
Ngày thi: 13/06 2019

Tên Học phần: **Đại số tuyến tính**
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: **Tự luận**

Câu I (2.5 điểm) Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$.

- (1.0đ) Tìm ma trận X sao cho $2X - A^2 = 0$.
- (1.5đ) Tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của ma trận A bằng cách sử dụng ma trận phụ hợp.

Câu II (1.5 điểm) Giải hệ phương trình tuyến tính:

$$\begin{cases} x + y + z - t = 0 \\ 2x + y - 2z + t = 5 \\ 6x + 2y + 8z - 12t = 2 \end{cases}$$

Câu III (3.0 điểm) Trong không gian \mathbb{R}^3 cho tập hợp:

$$S = \{u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x + y - 4z = 0\}$$

- (1.0đ) Chứng minh rằng S là một không gian vector con của \mathbb{R}^3 .
- (1.5đ) Tìm một cơ sở và chỉ ra số chiều của không gian S . Kí hiệu cơ sở vừa tìm được là U .
- (0.5đ) Tìm tọa độ của vector $v = (1, -6, -1)$ trong cơ sở U tìm được ở trên.

Câu IV (2.5 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ xác định bởi:

$$(x, y, z) \mapsto f(x, y, z) = (2x + 4y - 2z, 2x - y)$$

- (1.0đ) Tìm hạt nhân của ánh xạ tuyến tính f .
- (1.5đ) Tìm ma trận của f trong hai cơ sở:

$$U = \{u_1 = (0, 1, 1); u_2 = (1, -1, 0); u_3 = (1, 1, 2)\} \text{ của } \mathbb{R}^3$$
$$\text{và } U_1 = \{v_1 = (1, 3); v_2 = (2, 1)\} \text{ của } \mathbb{R}^2.$$

Câu V (0.5 điểm) Tìm các giá trị riêng của ma trận $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$.

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề

Duyệt đề

HỌC VIỆN NÔNG NGHIỆP VN KHOA CNTT – BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN
Đề số: 04 Ngày thi: 27/05/2019	Tên học phần: Đại số tuyến tính Thời gian làm bài: 75 phút Loại đề thi: Không sử dụng tài liệu

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 3.5 đ	1 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & x \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad A^2_{12} = (1 \quad -1 \quad x) \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = x - 3$	0.25 0.25
	$x = 2 \rightarrow A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad \det A = 5 \neq 0 \Rightarrow$ mt A khả nghịch	0.25
	Mt phụ hợp của mt A là: $A^* = \begin{pmatrix} 7 & 6 & -5 \\ -8 & -4 & 5 \\ -5 & -5 & 5 \end{pmatrix}$	1.0
	(mỗi 3 pt đúng 0.25đ, viết đúng ma trận phụ hợp 0.25đ)	
	$A^{-1} = \frac{1}{5} A^* = \begin{pmatrix} 7/5 & 6/5 & -1 \\ -8/5 & -4/5 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$	0.25
	3 $x = 3 \rightarrow B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 4 & 1 & 4 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{-3h_1+h_2 \\ -2h_1+h_3}} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & -8 & -4 \\ 0 & 5 & -8 & -4 \end{pmatrix}$	0.25 0.5
$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & -8 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	0.25	
	$r(A) = r(A^{bs}) = 2$ Hệ vô số nghiệm: $y = \frac{8}{5}z - \frac{4}{5}$	0.25

	$\rightarrow x = \frac{-7}{5}z + \frac{1}{5}$	
	Vậy nghiệm của hệ là $\begin{cases} x = \frac{-7}{5}z + \frac{1}{5} \\ y = \frac{8}{5}z - \frac{4}{5} \end{cases} \quad z \in \mathbb{R}$	0.25
II 3.0 đ	Xét định thức của ma trận tọa độ cột $\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -3 \neq 0 \rightarrow U$ đltt	0.5
	$\dim \mathbb{R}^2 = 2 \rightarrow U$ là cơ sở của \mathbb{R}^2	0.25
	$v = au_1 + bu_2 \rightarrow \begin{cases} a + 2b = 3 \\ 2a + b = 1 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} a = -1/3 \\ b = 5/3 \end{cases}$	0.5
	$\rightarrow v_{[U]} = \begin{pmatrix} -1/3 \\ 5/3 \end{pmatrix}$	0.25
	$\theta \in W \rightarrow W \neq \emptyset$	0.25
	$\begin{cases} u = (x, y, z) \in S \\ v = (x', y', z') \in S \end{cases} \rightarrow \begin{cases} u + v = (x + x', y + y', z + z') \\ ku = (kx, ky, kz) \end{cases}$	0.25
	chứng minh $u + v \in W; ku \in W$ suy ra W là kgvt con của \mathbb{R}^3	0.5
	$x = -3y \rightarrow \forall u \in W : u = (-3y, y, z); y, z \in \mathbb{R}$	0.25
	$u = y(-3, 1, 0) + z(0, 0, 1)$	0.25
	$S = \{u_1 = (-3, 1, 0), u_2 = (0, 0, 1)\}$ là 1 hệ sinh của W	
1 $f(3u + v) = 3f(u) + f(v)$ $= (18, 14, 0)$	0.25 0.25	
2 $\text{Im } f = \text{span}\{f(e_1); f(e_2); f(e_3)\}$	0.25	
$e_1 = (1, 0, 0); e_2 = (0, 1, 0); e_3 = (0, 0, 1)$	0.25	
$\rightarrow f(e_1) = (1, 0, 0) = e_1; f(e_2) = e_1; f(e_3) = (0, 2, 0) = v$	0.75	
$\text{Im } f = \text{span}\{e_1, v\}$	0.25	
3 $f(u_1) = (3, 6, 0); f(u_2) = (1, 0, 0); f(u_3) = (1, 2, 0)$	0.5	

d	$f(u_1) = -3u_1 + 6u_2 + 9u_3$	0.25
	$f(u_2) = u_2$ $f(u_1) = -u_1 + 2u_2 + 3u_3$	0.25 0.25
	Ma trận của f trong cơ sở U là $A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & -1 \\ 6 & 1 & 2 \\ 9 & 0 & 3 \end{pmatrix}$	0.25

Cán bộ ra đề: Lê Thị Diệu Thùy

Duyệt đáp án

Cán bộ làm đáp án: Nguyễn Thị Bích Thủy

Đỗ Thị Huệ

HỌC VIỆN NÔNG NGHIỆP VN KHOA CNTT – BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN
Đề số: 05 Ngày thi: 27/05/2019	Tên học phần: Đại số tuyến tính Thời gian làm bài: 75 phút Loại đề thi: Không sử dụng tài liệu

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 3.5 đ	1 $A = \begin{pmatrix} 1 & x & 1 \\ 3 & 5 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix} \quad A^2_{32} = (2 \ 4 \ 0) \begin{pmatrix} x \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = 2x+12$	0.25 0.25
	$x=2 \rightarrow A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix} \quad \det A = 2 \neq 0 \Rightarrow$ mt A khả nghịch	0.25
	Mt phụ hợp của mt A là: $A^* = \begin{pmatrix} -4 & 4 & -3 \\ 2 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ (mỗi 3 pt đúng 0.25đ, viết đúng ma trận phụ hợp 0.25đ)	1.0
	$A^{-1} = \frac{1}{2} A^* = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -3/2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1/2 \end{pmatrix}$	0.25
3	$x=3 \rightarrow B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[-2h_1+h_3]{-3h_1+h_2} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 2 & -2 \\ 0 & 5 & 2 & -2 \end{pmatrix}$	0.25 0.5
	$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	0.25
	$r(A) = r(A^{bs}) = 2$ Hệ vô số nghiệm: $y = \frac{-2}{5}z - \frac{2}{5}$	0.25

	$\rightarrow x = \frac{-7}{5}z + \frac{3}{5}$ Vậy nghiệm của hệ là $\begin{cases} x = \frac{-7}{5}z + \frac{3}{5} \\ y = \frac{-2}{5}z - \frac{2}{5} \end{cases} \quad z \in \mathbb{R}$	0.25
II 3.0 đ	Xét định thức của ma trận toạ độ cột $\det A = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -7 \neq 0 \rightarrow U$ đltt	0.5
	$\dim \mathbb{R}^2 = 2 \rightarrow U$ là cơ sở của \mathbb{R}^2	0.25
	$v = au_1 + bu_2 \rightarrow \begin{cases} a+3b=5 \\ 3a+2b=3 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} a=-1/7 \\ b=12/7 \end{cases}$	0.5
	$\rightarrow v_{[U]} = \left(-\frac{1}{7}; \frac{12}{7} \right)$	0.25
	$\theta \in S \rightarrow S \neq \emptyset$	0.25
	$\begin{cases} u = (x, y, z) \in S \\ v = (x', y', z') \in S \end{cases} \rightarrow \begin{cases} u+v = (x+x', y+y', z+z') \\ ku = (kx, ky, kz) \end{cases}$	0.25
	chứng minh $u+v \in W; ku \in W$ suy ra W là kgvt con của \mathbb{R}^3	0.5
	$y = -2x \rightarrow \forall u \in W : u = (x, -2x, z); x, z \in \mathbb{R}$	0.25
	$u = (1, -2, 0) + z(0, 0, 1)$	0.25
	$S = \{u_1 = (1, -2, 0), u_2 = (0, 0, 1)\}$ là 1 hệ sinh của W	0.25
1	$f(u-2v) = f(u) - 2f(v) = (0, -9, -8)$	0.5
	$\text{Im } f = \text{span}\{f(e_1); f(e_2); f(e_3)\}$	0.25
	$e_1 = (1, 0, 0); e_2 = (0, 1, 0); e_3 = (0, 0, 1)$ $\rightarrow f(e_1) = (0, 3, 0) = v; f(e_2) = e_3; f(e_3) = e_3$	0.25 0,75
IV 3.5	$\text{Im } f = \text{span}\{e_3, v\}$	0.25
	$f(u_1) = (0, 3, 5); f(u_2) = (0, 3, 0); f(u_3) = (0, 0, 2)$	0.5

d	$f(u_1) = -2u_1 - 2u_2 - u_3$	0.25
	$f(u_2) = -3u_1 + 3u_2 + 9u_3$ $f(u_3) = 2u_1 + 2u_2 - 4u_3$	0.25 0.25
	Ma trận của f trong cơ sở U là $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ -2 & 3 & -2 \\ -1 & 9 & -4 \end{pmatrix}$	0.25

Cán bộ ra đề: Lê Thị Diệu Thủy Duyệt đáp án

Cán bộ làm đáp án: Nguyễn Thị Bích Thủy Đỗ Thị Huệ

HỌC VIỆN NÔNG NGHIỆP VN KHOA CNTT	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN
Đề số: 04 Ngày thi: 13/06/2019	Tên học phần: đại số tuyến tính Thời gian làm bài: 75 phút Loại đề thi: Không sử dụng tài liệu

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án và tất	Điểm
I 2.5đ	1 $AA^t = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{bmatrix}$ 3 số đúng đc 0.25đ	0.75
	$X = \frac{1}{3}AA^t = \begin{bmatrix} 5/3 & 2/3 & 2/3 \\ 2/3 & 2/3 & -1/3 \\ 2/3 & -1/3 & 5/3 \end{bmatrix}$	0.25
	2 $\det(A) = -3$	0.25
	$A^* = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ -2 & 4 & 1 \\ 1 & -2 & -2 \end{bmatrix}$	0.25* 3 +0.25
	$A^{-1} = \begin{bmatrix} 2/3 & -1/3 & -1/3 \\ 2/3 & -4/3 & -1/3 \\ -1/3 & 2/3 & 2/3 \end{bmatrix}$	0.25
II 1.5đ	$\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 6 & -2 & 5 \\ 6 & 2 & 10 & 8 & 2 \end{bmatrix}$	0.25
	$\xrightarrow{\substack{h_2-2h_1 \rightarrow h_2 \\ h_3-6h_1 \rightarrow h_3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 10 & -4 & 5 \\ 0 & -4 & 22 & 2 & 2 \end{bmatrix}$	0.5
	$\xrightarrow{h_3-4h_2 \rightarrow h_3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 10 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & -18 & 18 & -18 \end{bmatrix}$	0.25
	Nghiệm: $x = -5t - 3$ (0.25); $y = 6t + 5$; $z = t + 1$; $t \in R$	0.5
III	1 $S \neq \Phi$	0.25

3.0đ	$u + v; ku$	0.25	
	CM $u + v \in S$	0.25	
	CM $ku \in S$	0.25	
	2	$u \in S \Rightarrow u = (x, 2y + 4z, z)$	0.25
		$u = x(1, 2, 0) + z(0, 4, 1)$	0.25
		hệ sinh $U = \{(1; 2; 0), (0; 4; 1)\}$	0.25
Chứng minh U độc lập tuyến tính, suy ra là cơ sở		0.5	
3	Đưa về hệ đúng Toa độ của v trong cơ sở trên: $(-1; 1)$	0.25 0.25	
IV 2.5đ	1	$u = (x, y, z) \in \text{Ker}(f) \Leftrightarrow f(u) = \theta$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y - 2z = 0 \\ -x + 2y = 0 \end{cases}$	0.25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y \\ z = 5y \end{cases}$	0.25
		$u = (2y, y, 5y)$	0.25
		$\text{Ker}(f) = \{u = (2y, y, 5y) \mid y \in \mathbb{R}\}$	0.25
	2	$f(u_1) = (0; 2), f(u_2) = (2; -3), f(u_3) = (2, 1)$	0.5
		$\begin{cases} a_1 + 2a_2 = 0 \\ 3a_1 + a_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 4/5 \\ a_2 = -2/5 \end{cases}$	0.25
$\begin{cases} b_1 + 2b_2 = 2 \\ 3b_1 + b_2 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = -8/5 \\ b_2 = 9/5 \end{cases}$		0.25	
	$\begin{cases} c_1 + 2c_2 = 2 \\ 3c_1 + c_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c_1 = 0 \\ c_2 = 1 \end{cases}$	0.25	
	Ma trận của $f: \begin{bmatrix} 4/5 & -8/5 & 0 \\ -2/5 & 9/5 & 1 \end{bmatrix}$	0.25	
V 0.5đ	$\det(A - \lambda I) = \begin{vmatrix} 3 - \lambda & 0 \\ 1 & 2 - \lambda \end{vmatrix}$	0.25	
	Giá trị riêng của A là $\lambda = 3; 2$	0.25	

GV ra đề: Nguyễn Thị Bích Thủy.

GV soạn đáp án : Lê Thị Diệu Thùy

HỌC VIỆN NÔNG NGHIỆP VN KHOA CNTT	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN
Đề số: 05 Ngày thi: 13/06/2019	Tên học phần: đại số tuyến tính Thời gian làm bài: 75 phút Loại đề thi: Không sử dụng tài liệu

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án văn tắt	Điểm
I 2.5đ	1 $A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -3 & 1 & -1 \\ -1 & 4 & 9 \end{bmatrix}$ 3 số đúng đc 0.25đ	0.75
	$X = \frac{1}{2}A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 5/2 \\ -3/2 & 1/2 & -1/2 \\ -1/2 & 2 & 9/2 \end{bmatrix}$	0.25
	$\det(A) = 5 \neq 0 \Rightarrow \exists A^{-1}$	0.25
	2 $A^* = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 3 & 6 & -1 \\ -1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$	0.25* 3 +0.25
	$A^{-1} = \begin{bmatrix} 3/5 & 1/5 & -1/5 \\ 3/5 & 6/5 & -1/5 \\ -1/5 & -2/5 & 2/5 \end{bmatrix}$	0.25
II 1.5đ	$\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -2 & 1 & 5 \\ 6 & 2 & 8 & -12 & 2 \end{bmatrix}$	0.25
	$\xrightarrow{\substack{h_2-2h_1 \rightarrow h_2 \\ h_3-6h_1 \rightarrow h_3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -4 & 3 & 5 \\ 0 & -4 & 2 & -6 & 2 \end{bmatrix}$	0.5
	$\xrightarrow{h_3-4h_2 \rightarrow h_3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -4 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 18 & -18 & -18 \end{bmatrix}$	0.25
	Nghiệm hệ $x = t + 2; y = -t - 1; z = t - 1; t \in \mathbb{R}$	0.5

III 3.0đ	1	$S \neq \Phi$	0.25
		$u + v; ku$	0.25
		CM $u + v \in S$	0.25
		CM $ku \in S$	0.25
	2	$u \in S \Rightarrow u = (x, 4z - 2x, z)$	0.25
		$u = x(1, -2, 0) + z(0, 4, 1)$	0.25
		hệ sinh $U = \{(1; -2; 0), (0; 4; 1)\}$	0.25
		Chứng minh U độc lập tuyến tính, suy ra là cơ sở $\dim(S) = 2$	0.5 0.25
	3	Đưa về hệ đúng	0.25
Toa độ của v trong cơ sở trên: $(1; -1)$		0.25	
IV 2.5đ	1	$u = (x, y, z) \in \text{Ker}(f) \Leftrightarrow f(u) = \theta$	
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 4y - 2z = 0 \\ 2y + z = 0 \end{cases}$	0.25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ z = 5x \end{cases}$	0.25
		$u = (x, 2x, 5x)$	0.25
		$\text{Ker}(f) = \{u = (x, 2x, 5x) \mid x \in \mathbb{R}\}$	0.25
	1. 5	$f(u_1) = (2; -1), f(u_2) = (-2; 3), f(u_3) = (4, 1)$	0.5
		$\begin{cases} a_1 + 2a_2 = 2 \\ 3a_1 + a_2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = -4/5 \\ b_2 = 7/5 \end{cases}$	0.25
$\begin{cases} b_1 + 2b_2 = -2 \\ 3b_1 + b_2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = 8/5 \\ b_2 = -9/5 \end{cases}$		0.25	
	$\begin{cases} c_1 + 2c_2 = 2 \\ 3c_1 + c_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c_1 = 0 \\ c_2 = 1 \end{cases}$	0.25	
	Ma trận của $f: \begin{bmatrix} -4/5 & 8/5 & 0 \\ 7/5 & -9/5 & 1 \end{bmatrix}$	0.25	
V 0.5đ		$\det(A - \lambda I) = \begin{vmatrix} 3 - \lambda & 3 \\ 0 & 4 - \lambda \end{vmatrix}$	0.25
		Giá trị riêng của A là $\lambda = 3; 4$	0.25

GV ra đề: Nguyễn Thị Bích Thủy.

GV soạn đáp án: Lê Thị Diệu Thùy

