

BÀI TẬP CHƯƠNG 3 Cơ sở MHTT

1. Giả sử, với mã lặp lại 3 lần được dùng, nếu ta nhận được xâu $x = 100110011100111$. Có thể kết luận gì với thông điệp được gửi đi?

2. Giả sử có một xâu bit được gửi đi trên kênh đối xứng nhị phân, xác suất nhận sai là 0.001. Vậy xác suất để nhận được xâu bit 100110001 là bao nhiêu khi xâu bit gửi đi là:

a/. 101110011

b/. 110111011

c/. 110111010.

3. Cho mã $C = \{00000000, 0101000, 1000111\}$

a/. Sử dụng quy tắc giải mã người láng giềng gần nhất để xác định từ mã nào được gửi đi nếu nhận được xâu $x = 0101001$.

b/. Giả sử các xâu bit của C được gửi đi trên kênh đối xứng nhị phân, xác suất nhận sai là 0.01. Vậy xác suất để nhận được xâu bit x trên là bao nhiêu khi xâu bit gửi đi là c_x được xác định bằng phương pháp trên?

4. Có thể phát hiện và sửa bao nhiêu lỗi trong các mã sau:

a/. $C = \{11101, 10011\}$

b/. $C = \{111001, 100011, 00011\}$

c/. $C = \{11101101, 10001111, 10011011, 11011011\}$

5. Giả sử C là mã $\{000000001, 111110100, 010101111, 100001111\}$. C có thể phát hiện và sửa bao nhiêu lỗi ?

6. Tìm ma trận kiểm tra H của một mã khi ta thêm một bit kiểm tra chẵn lẻ vào một thông điệp nhị phân có độ dài bằng 5.

7. Tìm ma trận kiểm tra H của một mã lặp lại 3 lần đối với một thông điệp nhị phân có độ dài bằng 4.

8. Cho mã nhị phân tuyến tính C có ma trận sinh $G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

a/. Mã C sẽ mã hoá các thông điệp nào thành các từ mã của C . Tìm tất cả các từ mã của C ?

b/. Bảng coset chuẩn của mã C gồm bao nhiêu hàng, bao nhiêu cột. Xây dựng bảng coset chuẩn của mã C .

c/. Gửi đi một từ của bộ mã C , nhận được xâu $x = 111$, dùng bảng coset chuẩn xác định từ mã nào đã được gửi đi. Cũng hỏi như vậy nếu nhận được xâu $y = 001$, xác định vector lỗi (nếu có) trong trường hợp này.

9. Cho mã nhị phân tuyến tính C có ma trận sinh $G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

- a/. Mã C sẽ mã hoá các thông điệp nào thành các từ mã của C. Tìm tất cả các từ mã của C?
- b/. Bảng coset chuẩn của mã C gồm bao nhiêu hàng, bao nhiêu cột. Xây dựng bảng coset chuẩn của mã C.
- c/. Gửi đi một từ của mã C, nhận được xâu $x = 0111$, dùng bảng coset chuẩn xác định từ mã nào đã được gửi đi. Cũng hỏi như vậy nếu nhận được xâu $y = 1110$, xác định vector lỗi (nếu có) trong trường hợp này.

10. Cho mã nhị phân tuyến tính C có ma trận sinh $G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

- a/. Mã C sẽ mã hoá các thông điệp nào thành các từ mã của C. Tìm tất cả các từ mã của C?
- b/. Bảng coset chuẩn của mã C gồm bao nhiêu hàng, bao nhiêu cột. Tìm 6 hàng đầu tiên của bảng coset chuẩn của mã C.
- c/. Gửi đi một từ của mã C, nhận được xâu $x = 11111$, dùng bảng coset chuẩn xác định từ mã nào đã được gửi đi. Cũng hỏi như vậy nếu nhận được xâu $y = 01111$, xác định vector lỗi (nếu có) trong trường hợp này.

11. Giả sử rằng mã C có ma trận kiểm tra:

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- a/. Tìm ma trận sinh G của mã C.
- b/. Những từ mã nào trong bộ mã C được tạo ra bởi ma trận ma trận sinh này?
- c/. Mã C với ma trận kiểm tra H trên đây có phải là một mã Hamming không?

12. Tìm 16 từ mã trong mã Hamming nhị phân cấp 3.

13. Tìm ma trận kiểm tra của mã Ham(2, 2). Từ ma trận kiểm tra, viết ma trận sinh của mã này và liệt kê tất cả các từ của mã.

14. Cho ma trận sinh của mã tuyến tính $C[7, 4]$ trên trường F_2 :

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- a/. Tìm tất cả các từ mã sinh bởi G.
- b/. Khi gửi đi một từ mã của C, ta nhận được xâu $x = 1011011$. Giả sử xâu nhận được sai không quá 1 bit, tìm từ mã đã gửi đi.

15. Cho mã tuyến tính $C[7, 3]$ có ma trận sinh: $G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

- a/. Tìm tất cả các từ mã của mã C. ĐA: $C = \{0000000; 0010111; 0101011; 0111100; 1001101; 1011010; 1100110; 1110001\}$

b/. Tìm ma trận kiểm tra của mã C.

ĐA: Ma trận kiểm tra $H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

c/. Mã C có phải là một mã Ham(r, 2) hay không?

d/. Gửi đi 1 từ mã của C, nhận được xâu $x = 1110000$. Giả sử xâu nhận được sai không quá 1 bit, tìm từ mã đã gửi đi.

e/. Cũng hỏi như câu d, với xâu nhận được $y = 1011010$

16. Trên trường F_3 , cho C là mã Ham(2, 3) có ma trận kiểm tra là: $H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

a/. Hãy tìm ma trận sinh của mã C nói trên.

b/. Viết tất cả các từ mã của mã C.