

1. Mục Đích Và Công Cụ Của Mô Phỏng

1.1. Khái niệm về mô phỏng ngẫu nhiên

- Theo Từ điển chính xác Oxford, bản 1976, "mô phỏng có nghĩa là giả cách,..., làm ra vẻ như, hành động như, bắt chước giống với, mang hình thức của, giả bộ như..., làm giả các điều kiện của tình huống nào đó thông qua một mô hình với mục đích huấn luyện hoặc tiện lợi".
- Một cách tổng quát, mô phỏng (hay nói đúng hơn, phương pháp mô phỏng) hàm chứa việc áp dụng một mô hình nào đó để tạo ra các số liệu đầu ra như vậy, chứ không có nghĩa là thử nghiệm một hệ thống thực tế nào đó đang cần nghiên cứu hay khảo sát.

1.1. Khái niệm về mô phỏng ngẫu nhiên

- Nếu mô hình có chứa các thành phần hay yếu tố ngẫu nhiên thì chúng ta có mô phỏng ngẫu nhiên
- Mô phỏng ngẫu nhiên khác với các thí nghiệm thông thường ở chỗ nó được tiến hành hoàn toàn trên hệ thống máy tính.
- Phạm vi ứng dụng của mô phỏng ngẫu nhiên ngày càng trở nên rộng rãi

1.2. Các công cụ chủ yếu của mô phỏng

1.2. Các công cụ chủ yếu của mô phỏng

Nguồn ngẫu nhiên (*Source of randomness*): Trong các ngôn ngữ lập trình có các hàm để sinh các số ngẫu nhiên, thực chất của các hàm này là sinh các số giả ngẫu nhiên dựa vào đồng dư

- **Mô hình ngẫu nhiên**

Hai lí do chính cho việc áp dụng mô phỏng ngẫu nhiên là:

- Tổng hợp dữ liệu theo sự phân loại nhất định.
- Đưa ra các dự báo.

1.2. Các công cụ chủ yếu của mô phỏng

- Để ứng dụng một mô hình, ta phải tiến hành các bước sau:
 - Tiến hành các phân tích về mặt toán học để tìm hiểu hành vi của mô hình. Vấn đề này nhiều khi trở nên rất phức tạp, do đó chúng ta cần đặt ra thêm các giả thiết. Tuy nhiên những giả thiết "chặt chẽ quá" của toán học đôi khi trở nên không thực tế.
 - Thí nghiệm với mô hình đang xem xét. Đối với các mô hình ngẫu nhiên các giá trị phản hồi (số liệu đầu ra) sẽ biến thiên. Vì vậy, với những bộ tham số khác nhau, chúng ta cần tạo ra hàng loạt các kịch bản hành vi của mô hình, để từ đó tìm ra các giá trị phù hợp của các tham số giúp cho hệ thống hoạt động tốt hơn.
 - Có thể kết hợp cả hai cách trên

1.3. Mô phỏng một số phân phối xác suất

Ví dụ 1: Mô phỏng phân phối đều trên $[0, 1)$

- *Cách 1:* Dùng bảng số ngẫu nhiên (xem phụ lục 2A và 2B). Đây là các bảng số ghi lại các số (giả) ngẫu nhiên được phát sinh nhờ các hàm sinh số ngẫu nhiên trong máy tính. Chẳng hạn, sử dụng phụ lục 2B chúng ta nhận được một dãy số ngẫu nhiên: 0,10; 0,09; 0,73; 0,25...
- *Cách 2:* Sử dụng các hàm sinh số ngẫu nhiên (Random number generator) đã được cài đặt trên máy tính.

1.3. Mô phỏng một số phân phối xác suất

- **Ví dụ 2:** Mô phỏng phân phối rời rạc với luật phân phối xác suất sau

Các giá trị của X: xi	6	9	12
Xác suất pi	0,3	0,4	0,3

- Muốn mô phỏng phân phối trên, trước hết cần tạo ra một dãy các chữ số ngẫu nhiên bằng cách tra bảng số ngẫu nhiên hay dùng hàm sinh số ngẫu nhiên đã được cài đặt trong máy tính. Chẳng hạn ta có thể chọn dãy sau 1009732533 7652013586 3467354876... lấy từ hàng đầu bảng số ngẫu nhiên trong phụ lục 2B. Ta quy định nếu các chữ số 0, 1, 2 xuất hiện thì coi $X = 6$, nếu 3, 4, 5, 6 xuất hiện thì coi $X = 9$, còn nếu có 7, 8, 9 xuất hiện thì coi $X = 12$.

1.3. Mô phỏng một số phân phối xác suất

- **Ví dụ 3:** Mô phỏng phân phối mũ.

Giả sử biến ngẫu nhiên τ tuân theo phân phối mũ với hàm phân phối xác suất là $F(t) = P(\tau \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$, với λ là tham số đã cho của phân phối mũ. $F(t)$ chính là xác suất để τ nhận giá trị không lớn hơn một số t cho trước.

- Nếu r là biến ngẫu nhiên có phân phối đều trên $[0, 1)$ thì $P(r \geq e^{-\lambda t}) = 1 - e^{-\lambda t} = P(\tau \leq t)$. Do đó, $P(\ln r \geq -\lambda t) = P((-1/\lambda)\ln r \leq t) = P(\tau \leq t)$.

- Vậy để phát sinh ra giá trị ngẫu nhiên τ của τ thì trước hết cần phát sinh ra giá trị ngẫu nhiên r của r và tính $\tau = (-1/\lambda)\ln r$

2. Áp dụng mô phỏng ngẫu nhiên

2.1. Vai trò của phương pháp mô phỏng

- Chúng ta cần áp dụng phương pháp mô phỏng trong các tình huống sau đây:
 - Khi không tìm được mô hình giải tích nào thích hợp.
 - Các hoạt động của hệ thống thường bị ngắt quãng, đứt đoạn không theo quy luật nào cả.
 - Mô phỏng là phương pháp duy nhất cho chi phí tiết kiệm và tốn ít thời gian.

2.1. Vai trò của phương pháp mô phỏng

- Hạn chế của phương pháp mô phỏng:
 - Không đưa ra được lời giải chính xác.
 - Khó xác định được sai số.
 - Mô phỏng chỉ sử dụng khi môi trường có tính bất ổn định.
 - Mô phỏng chỉ tạo ra các phương án đánh giá chứ không đưa ra được kỹ thuật tìm lời giải tối ưu.
 - Mô phỏng đôi khi rất đắt tiền.

2.2. Các bước cần tiến hành khi áp dụng mô phỏng

2.2. Các bước cần tiến hành khi áp dụng mô phỏng

- – Xác định vấn đề hay hệ thống cần mô phỏng.
- – Xác định mô hình mô phỏng.
- – Đo và thu thập số liệu cần thiết cho mô hình.
- – Chạy mô phỏng.
- – Phân tích kết quả mô phỏng, nếu cần thì phải sửa lại phương án đã được đánh giá qua chạy mô phỏng.
- – Chạy mô phỏng để kiểm chứng phương án mới.
- – Kiểm tra tính đúng đắn của mọi kết luận về hệ thống thực tế được rút ra sau khi chạy mô phỏng.

2.3. Một số ví dụ về áp dụng phương pháp mô phỏng

2.3. Một số ví dụ về áp dụng phương pháp mô phỏng

Ví dụ 1: Cần lựa chọn một trong hai chiến lược để phát triển sản phẩm, với các số liệu thu thập được cho trong ba bảng IV.1, IV.2 và IV.3.

Bảng IV.1. Xác suất thời gian phát triển sản phẩm

Thời gian phát triển sản phẩm	Xác suất	
	Chiến lược I	Chiến lược II
6	0,2	0,4
9	0,3	0,4
12	0,5	0,2

2.3. Một số ví dụ về áp dụng phương pháp mô phỏng

- Click to edit Master text styles

Bảng IV.1. Chi phí lợi nhuận

Chi phí bán hàng	Chiến lược I	Chiến lược II
Chi phí cố định	600.000	1.500.000
Chi phí biến thiên/đơn vị	7,5	6,75
Giá bán/đơn vị sản phẩm	10	10

Bảng IV.3. Doanh số phụ thuộc thời gian phát triển sản phẩm

Doanh số	Xác suất		
	6 tháng	9 tháng	12 tháng
1.000.000	0,2	0,4	0,5
1.500.000	0,8	0,6	0,5

2.3. Một số ví dụ về áp dụng phương pháp mô phỏng

- Yêu cầu: áp dụng phương pháp mô phỏng để tính lợi nhuận trung bình của từng chiến lược, sau đó kiểm tra kết quả (so sánh với kết quả lí thuyết)
- Có năm phân phối xác suất cần mô phỏng ứng với năm biến ngẫu nhiên: X1 – thời gian phát triển sản phẩm (theo chiến lược) I, X2 – thời gian phát triển sản phẩm II, X3 – doanh số cho thời gian 6 tháng, X4 – doanh số cho thời gian 9 tháng và X5 – doanh số cho thời gian 12 tháng.
- Để mô phỏng các phân phối xác suất của các biến trên, ta dùng mười số ngẫu nhiên, mỗi số gồm mười chữ số ngẫu nhiên rút ra từ bảng số ngẫu nhiên – phụ lục 2A

2.3. Một số ví dụ về áp dụng phương pháp mô phỏng

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}
1	5	8	2	2	3	9	6		
2	0	6	7	7	9	8	4		
8	2	6	3	0	8	9	2		
8	3	7	4	8	3	6	0	4	9
4	6	3	7	5	6	7	4	8	8
0	9	2	8	1	0	5	5	8	2
7	2	9	5	0	8	8	5	7	9
9	5	8	6	1	1	1	6	3	2
7	0	5	5	5	0	8	7	6	7
6	4	7	2	3	8	2	9	3	4

2.3. Một số ví dụ về áp dụng phương pháp mô phỏng

- Ta quy định a_1 ứng với X_1 , a_2 ứng với X_2 , a_6 ứng với X_3 , a_8 ứng với X_4 và a_{10} ứng với X_5 . Ngoài ra cũng quy định:

$$\begin{aligned} a_1 &= \begin{cases} 0,1 & \text{thì } X_1 = 6 \text{ tháng (thời gian phát triển sản phẩm I)} \\ 2,3,4 & \text{thì } X_1 = 9 \text{ tháng} \\ 5,6,7,8,9 & \text{thì } X_1 = 12 \text{ tháng} \end{cases} \\ a_2 &= \begin{cases} 0,1,2,3 & \text{thì } X_2 = 6 \text{ tháng (thời gian phát triển sản phẩm II)} \\ 4,5,6,7 & \text{thì } X_2 = 9 \text{ tháng} \\ 8,9 & \text{thì } X_2 = 12 \text{ tháng} \end{cases} \\ a_6 &= \begin{cases} 0,1 & \text{thì } X_3 = 10^6 \text{ (doanh số 6 tháng phát triển sản phẩm)} \\ 2,3,\dots, 9 & \text{thì } X_3 = 1,5 \cdot 10^6 \end{cases} \\ a_8 &= \begin{cases} 0,1,2,3 & \text{thì } X_4 = 10^6 \text{ (doanh số 9 tháng phát triển sản phẩm)} \\ 4,5,\dots, 9 & \text{thì } X_4 = 1,5 \cdot 10^6 \end{cases} \\ a_{10} &= \begin{cases} 0,1,2,3,4 & \text{thì } X_5 = 10^6 \text{ (doanh số 12 tháng phát triển sản phẩm)} \\ 5,6,\dots, 9 & \text{thì } X_5 = 1,5 \cdot 10^6 \end{cases} \end{aligned}$$

2.3. Một số ví dụ về áp dụng phương pháp mô phỏng

- Trong lĩnh vực quản trị kinh doanh như sau:
- + $Lợi\ nhuận = (Doanh\ số - Điểm\ hoà\ vốn) \times (Lợi\ nhuận/đơn\ vị\ sản\ phẩm)$
- + $Điểm\ hoà\ vốn = (Chi\ phí\ cố\ định)/(Lợi\ nhuận/đơn\ vị\ sản\ phẩm)$
- + $Lợi\ nhuận/đơn\ vị\ sản\ phẩm = (Giá\ bán/đơn\ vị\ sản\ phẩm) - (chi\ phí/đơn\ vị\ sản\ phẩm)$

2.3. Một số ví dụ về áp dụng phương pháp mô phỏng

- Lợi nhuận và lợi nhuận trung bình với kết quả mô phỏng như sau:

Tổng lợi nhuận	Chiến lược I	Chiến lược II
	$26,5 \times 10^6$	$28,91 \times 10^6$
Lợi nhuận trung bình ($\sum$ lợi nhuận/10)	$2,65 \times 10^6$	$2,891 \times 10^6$

- Kết quả lý thuyết:

Doanh số chiến lược I = $0,2 \times (0,2 \times 10^6 + 0,8 \times 1,5 \times 10^6) + 0,3 \times (0,4 \times 10^6 + 0,6 \times 1,5 \times 10^6) + 0,5 \times (0,5 \times 10^6 + 0,5 \times 1,5 \times 10^6) = 1,295 \times 10^6$. Lợi nhuận trung bình chiến lược I = $(1,295 - 0,24) \times 2,5 \times 10^6 = 2,637 \times 10^6$. Kết quả tính toán mô phỏng là $2,65 \times 10^6$ rất sát với kết quả này.

2.3. Một số ví dụ về áp dụng phương pháp mô phỏng

- Lập chương trình máy tính và chạy 100 lần mô phỏng để kiểm tra kết quả trên
- Các ví dụ khác đọc thêm trong giáo trình

3. MỘT SỐ VẤN ĐỀ VỀ MÔ HÌNH HÀNG CHỜ

3.1. Một số yếu tố cơ bản của hệ thống hàng chờ

- Các xí nghiệp sửa chữa máy móc, các cửa hàng, các bến xe, bến cảng, trạm tổng đài, các hệ thống điện tử viễn thông, dịch vụ Internet,... là các ví dụ về hệ thống hàng chờ
- *Mô hình hàng chờ*

Trong các hệ thống hàng chờ thường xuyên diễn ra hai quá trình: quá trình nảy sinh các yêu cầu (một yêu cầu còn được coi là một tín hiệu cần được phục vụ) và quá trình phục vụ các yêu cầu ấy

3.1. Một số yếu tố cơ bản của hệ thống hàng chờ

- Có hai tình trạng hay xảy ra: hoặc quá trình phục vụ không đáp ứng các yêu cầu và do đó dẫn đến kết quả là nhiều yêu cầu phải chờ để được phục vụ. Hoặc khả năng phục vụ của hệ thống vượt quá số yêu cầu cần được phục vụ.
- Vì vậy bài toán đặt ra là:
 - Thiết lập được mô hình phản ánh bản chất của hàng chờ
 - Tính toán được các tham số để quản lý hiệu quả hơn

3.1. Một số yếu tố cơ bản của hệ thống hàng chờ

• *Các phương pháp giải bài toán mô hình hàng chờ*

Phương pháp giải tích

- *Bước 1:* Phân tích hệ thống, chủ yếu là phân tích bản chất của dòng yêu cầu/tín hiệu đến và các trạng thái của hệ thống.
- *Bước 2:* Thiết lập hệ phương trình trạng thái cho các xác suất trạng thái (xác suất để hệ thống ở một trạng thái nào đó tại thời điểm t).
- *Bước 3:* Giải hệ phương trình để tìm các xác suất trạng thái. Từ đó thiết lập các mối quan hệ giữa các chỉ tiêu cần phân tích.
- *Bước 4:* Tính toán, phân tích các chỉ tiêu, trên cơ sở đó đưa ra các nhận xét và các quyết định.

3.1. Một số yếu tố cơ bản của hệ thống hàng chờ

- Phương pháp mô phỏng
- *Bước 1:* Xác định bài toán hay hệ thống hàng chờ cần mô phỏng và mô hình mô phỏng.
- *Bước 2:* Đo và thu thập số liệu cần thiết để khảo sát thống kê các số đặc trưng/các yếu tố cơ bản của mô hình.
- *Bước 3:* Chạy mô phỏng kiểm chứng (test simulation) mô hình và so sánh kết quả kiểm chứng với các kết quả đã biết được trong thực tế. Phân tích kết quả chạy mô phỏng kiểm chứng, nếu cần thì phải sửa lại phương án đã được đánh giá qua chạy mô phỏng.
- *Bước 4:* Chạy mô phỏng để kiểm chứng phương án cuối cùng và kiểm tra tính đúng đắn của mọi kết luận về hệ thống thực tế được rút ra sau khi chạy mô phỏng. Triển khai hoạt động của hệ thống hàng chờ dựa trên phương án tìm được.

3.1. Một số yếu tố cơ bản của hệ thống hàng chờ

- **Các yếu tố cơ bản của hệ thống hàng chờ:** tín hiệu đến, hàng chờ, kênh phục vụ, tín hiệu ra.
- **Bố trí vật lý của hệ thống hàng chờ có thể là:**
 - *Single Channel - Single Server (Một kênh phục vụ, một loại dịch vụ)*
 - *- Single Channel - Multi Server (Một kênh phục vụ, nhiều loại dịch vụ)*
 - *- Multi Channel - Single Server (Nhiều kênh phục vụ, một loại dịch vụ)*
 - *Multi Channel - Multi Server (Nhiều kênh phục vụ, nhiều loại dịch vụ)*

3.1. Một số yếu tố cơ bản của hệ thống hàng chờ

- **Nguyên tắc phục vụ:** FCFS (*First come first served*), LCFS (*Last come first served*), SIRO (*service in random order*), có ưu tiên, không ưu tiên,...
- **Các phân phối xác suất của các dòng tín hiệu, dòng phục vụ:** Đối với dòng tín hiệu đầu vào, thông thường chúng ta giả sử rằng số tín hiệu đến trong vòng một khoảng thời gian nào đó được ấn định trước (1 phút, 3 phút, 5 phút, 30 phút,...) tuân theo luật phân phối Poát-xông $P(\lambda)$
- Thực chất dòng tín hiệu đến là dòng Poát-xông dừng (còn gọi là dòng tối giản) với các tính chất: tính không hậu quả, tính đơn nhất, tính dừng

3.2. Các chỉ số cần khảo sát

- – A (*Arrival rate*): cường độ dòng tín hiệu đến hay số tín hiệu đến trung bình trong một khoảng thời gian.
- – S (*Service rate*): cường độ phục vụ hay số tín hiệu trung bình được phục vụ trên một đơn vị thời gian.
- – L_q (*Number in queue hay Length of queue*): số tín hiệu trung bình trong hàng chờ.
- – L_s (*Number in system hay Length of system*): số tín hiệu trung bình trong toàn hệ thống (như vậy $L_s \geq L_q$).

3.2. Các chỉ số cần khảo sát

- – W_q (*Waiting time in queue*): thời gian chờ trung bình trong hàng chờ của một tín hiệu.
- – W_s (*Waiting time in system*): thời gian chờ trung bình trong hệ thống của một tín hiệu.
- – P_w (*Probability the system is busy*): xác suất hệ thống bận (đang hoạt động) hay còn gọi là hệ số (chỉ số) sử dụng của toàn hệ thống (Utilization factor).

3.3. Tính toán các chỉ số

- Có 4 mô hình giải tích và các công thức tương ứng để tính các chỉ số (xem giáo trình)
- **Hạn chế của các mô hình giải tích:** Đòi hỏi các giả thiết chặt chẽ về mặt toán học, các giả thiết này thường khó được đáp ứng trong thực tế.

3.4. Áp dụng mô phỏng cho một số hệ thống hàng chờ

- **Ví dụ 1:** Bài toán hệ dịch vụ hàng chờ ba kênh với dòng tối giản có từ chối. Cho biết: dòng tín hiệu đến là dòng Poát-xông dừng (còn gọi là *dòng tối giản*).

Giãn cách thời gian giữa thời điểm đến của hai nhu cầu (tín hiệu) liên tiếp có phân phối mũ với tham số $\mu = 5$, tức là có hàm mật độ $f(t) = 5e^{-5t}$. Nếu tín hiệu xuất hiện mà có ít nhất một trong ba kênh không bận (kênh số 1 hoặc kênh số 2 hoặc kênh số 3 không bận) thì tín hiệu được phục vụ tại kênh không bận với số thứ tự nhỏ nhất; nếu trái lại (khi cả ba kênh đều bận) thì tín hiệu bị từ chối. Biết thời gian phục vụ mỗi nhu cầu là 0,5 phút, hãy xác định kì vọng toán số nhu cầu được phục vụ trong khoảng thời gian 4 phút. (Sử dụng quy tắc *First in first served*)

3.4. Áp dụng mô phỏng cho một số hệ thống hàng chờ

- Kí hiệu T_i là thời điểm đến của tín hiệu thứ i , T_{ki} là thời điểm kết thúc dịch vụ của tín hiệu thứ i (nếu có), tại kênh thứ k ($k = 1, 2, 3$). Thời điểm đến của nhu cầu tiếp theo là $T_i = T_{i-1} + \tau_i$ với τ tuân theo luật phân phối mũ có hàm mật độ $f(t) = 5e^{-5t}$ và hàm phân phối là

$$F(t) = 1 - e^{-5t} = P(\tau \leq t).$$

Chú ý: Ta tính τ theo công thức $\tau = (-1/\lambda)\ln r$ với r là một số được sinh ra theo phân phối chuẩn trong khoảng $[0,1)$

Bảng kết quả mô phỏng

Thứ tự tín hiệu	Số ngẫu nhiên r_i	Click to edit Master text styles			Thời điểm T_i kết thúc phục vụ tại kênh C			Đếm số tín hiệu	
		$-\ln r_i$	$-1/5 \ln r_i$	Thời gian đến T_i	1	2	3	nhận	bỏ
1				0	0,5			1	
2	0,10	2,30	0,46	0,46		0,96		1	
3	0,09	2,44	0,482	0,942	1,442			1	
4	0,73	0,32	0,064	1,006		1,506		1	
5	0,25	1,39	0,278	1,284			1,784	1	
6	0,33	1,11	0,222	1,506	2,006			1	
7	0,76	0,27	0,054	1,560		2,060		1	
8	0,52	0,65	0,13	1,690					1
9	0,01	4,6	0,92	2,61	3,11			1	
10	0,35	1,05	0,21	2,82		3,32		1	
11	0,86	0,15	0,03	2,85			3,35	1	
12	0,34	1,08	0,216	3,066					1
13	0,67	0,40	0,08	3,146	3,646			1	
14	0,35	1,05	0,21	3,356		3,856		1	
15	0,48	0,73	0,146	3,502			4,022	1	
16	0,76	0,27	0,054	3,556					1
17	0,80	0,22	0,044	3,600					1
18	0,95	0,05	0,01	3,61					1
19	0,9	0,10	0,02	3,63					1
20	0,91	0,09	0,018	3,648	4,148			1	
21	0,17	1,77	0,354	4,002				1	
								14	6

Kết quả

Từ kết quả trên ta thấy có 14 tín hiệu được phục vụ.
Làm thêm 6 lần nữa ta thu được kết quả

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
14	15	14	12	13	15

Vậy số tín hiệu trung bình được phục vụ là:

$$\bar{x} = (14 + 15 + 14 + 12 + 13 + 15)/6 = 13,83.$$

- Sử dụng giáo trình để giải thích cơ chế phát sinh các số ngẫu nhiên và tính toán kết quả kì vọng.

Đề tài: Lập một chương trình (phần mềm đơn giản) giải quyết bài toán hệ dịch vụ n kênh có từ chối bằng mô phỏng.