Chương 3

SUY LUẬN THEO LOGIC MỜ

3.1 LÝ THUYẾT KHẢ NĂNG

Mở đầu

Từ năm 1965, L. A. Zadeh đã đề xuất lý thuyết tập mờ (*Fuzzy Theory*) và lý thuyết này sau đó đã được ứng dụng rất nhiều trong việc biểu diễn và xử lý các thông tin không chính xác và không đầy đủ, và là cơ sở để xây dựng các mô hình CSDL quan hệ mờ, để có thể lưu trữ và xử lý thông tin "mờ". Tuy nhiên, các tập mờ không thể biểu diễn các thông tin vừa không chính xác vừa không chắc chắn. Vì vậy, năm 1978, tức là 15 năm sau khi đề xuất lý thuyết tập mờ, L. A. Zadeh đã đưa ra lý thuyết khả năng (*Possibility Theory*) với mục đích có thể kết hợp lý thuyết khả năng và lý thuyết tập mờ để biểu diễn những thông tin mà vừa có yếu tố không chính xác vừa có yếu tố không chắc chắn.

Lý thuyết khả năng cung cấp một phương pháp để hình thức hóa những cái không chắc chắn chủ quan trên các sự kiện, có nghĩa nó là một phương tiện để nói rằng trong chừng mực nào việc thực hiện của một sự kiện là có thể và trong chừng mực nào ta có được sự chắc chắn, hoàn toàn không có sự đánh giá về xác suất của việc thực hiện đó, chẳng hạn vì ta không biết về sự kiện tương tự để tham chiếu, hoặc bởi vì sự không chắc chắn là hệ quả của sự thiếu tin cậy của các dụng cụ quan sát hay của một sự nghi ngờ của chính người quan sát.

3.1.1 Độ đo khả năng

Cho một tập tham chiếu X, ta coi mỗi sự kiện xác định trên X như là một tập con của X. Gán cho mỗi sự kiện xác định trên X, có nghĩa cho mỗi phần tử của tập P(X) (hay 2^X, là tập tất cả những tập con thông thường của X), một hệ số nằm giữa 0 và 1, để đánh giá *sự kiện đó có khả năng xảy ra* tới mức nào. Hàm $\Pi : P(X) \rightarrow [0, 1]$ được gọi là một độ đo khả năng trên X, và được định nghĩa hình thức như sau:

Định nghĩa 3.1

Một độ đo khả năng trên X là một ánh xạ $\Pi : P(X) \rightarrow [0, 1]$ (là một hàm xác định trên tập P(X), lấy giá trị trên miền [0, 1]) sao cho:

(i). $\Pi(\emptyset) = 0$, $\Pi(X) = 1$,

(ii). Với mọi họ tập $A_1 \in P(X)$, $A_2 \in P(X)$, …thì $\Pi(\cup_{i = 1, 2, \ldots} A_i) = \sup_{i = 1, 2, \ldots} \Pi(A_i)$.

trong đó *sup* chỉ supremum của các giá trị có liên quan, tức là giá trị lớn nhất (maximum) trong trường hợp họ các $\Pi(A_i)$ là hữu hạn.

Từ định nghĩa trên, ta thấy một sự kiện là hoàn toàn có khả năng nếu độ đo khả năng của nó bằng 1, và hoàn toàn không có khả năng nếu độ đo khả năng bằng 0. Như vậy có thể thấy xác

suất (*Probability*) và khả năng (*Possibility*) đều chỉ mức độ mà một sự kiện có thể xảy ra, tuy nhiên, độ đo khả năng của một sự kiện không phải là xác suất của sự kiện đó.

Có thể thấy một vài sự khác biệt giữa khả năng và xác suất của một sự kiện là:

- Sự kiện có khả năng cao không kéo theo có xác suất cao,

- Sự kiện có xác suất thấp không kéo theo có khả năng thấp,

Tuy nhiên giữa khả năng và xác suất có sự tương đồng (theo một chiều): nếu giảm khả năng của sự kiện thì cũng làm giảm xác suất, và nếu một sự kiện có khả năng bằng không thì cũng không thể xảy ra, tức là có xác suất bằng không.

Thí dụ 3.1 Với một chiếc xe 4 chỗ chạy trên đường thì sự kiện có 2 người ngồi trên xe là có khả năng bằng 1 (hoàn toàn có khả năng) nhưng xác suất của sự kiện này thì có thể nhỏ hơn nhiều (khoảng 0.2, tức là trung bình cứ 5 chiếc xe 4 chỗ chạy trên đường thì mới có 1 xe chở 2 người), sự kiện 7 người ngồi trên chiếc xe 4 chỗ có khả năng bằng không thì xác suất của sự kiện này cũng bằng không.

3.1.2. Phân bố khả năng

Một độ đo khả năng là hoàn toàn được xác định nếu ta gán một hệ số khả năng cho mọi tập con của tập tham chiếu X. Nếu X có lực lượng |X| = n, số các hệ số cần phải xác định để biết đầy đủ một độ đo khả năng là 2^n. Nó được xác định đơn giản hơn nếu ta chỉ ra các hệ số được gán chỉ cho các bộ phận sơ cấp của X, tức những tập con một phần tử của X, vì một tập con bất kỳ của X có thể được xem như hợp của những tập một phần tử mà nó chứa. Số các hệ số phải biết để xác định hoàn toàn độ đo khả năng khi đó bằng n. Một định nghĩa như vậy dựa trên việc cho một hàm khác, gọi là phân bố khả năng, gán các hệ số giữa 0 và 1 cho mọi phần tử của X.

Định nghĩa 3.2

Một phân bố khả năng trên X là một ánh xạ $\pi : X \rightarrow [0, 1]$ (là một hàm xác định trên X, lấy giá trị trong miền [0, 1]) và thỏa điều kiện chuẩn hóa sau:

$$Sup_{x \in X} \pi(x) = 1.$$

- Tập các phần tử của X mà với chúng phân bố khả năng bằng 1 là hạt nhân của X.

Như vậy, phân bố khả năng là tập các độ đo khả năng các sự kiện ứng với mỗi phần tử của X có khả năng xảy ra với mức độ nào.

- Độ đo khả năng và phân bố khả năng có thể kết hợp với nhau theo cách song ánh, tức là từ một độ đo khả năng có thể suy ra một phân bố khả năng và ngược lại.

Thật vậy, một độ đo khả năng Π trên X sẽ gán một hệ số khả năng cho tất cả các tập con của X, kể cả các tập một phần tử của X, khi đó các hệ số khả năng này sẽ được dùng để xác định một phân bố khả năng trên X.
Tức là phân bố khả năng π có thể được xác định từ độ đo khả năng Π như sau:

$$\forall\, x \in X,\ \pi(x) = \Pi(\{x\}) \qquad (3.1)$$

Ngược lại, một phân bố khả năng π trên X sẽ gán cho mỗi phần tử của X một hệ số khả năng, khi đó độ đo khả năng Π có thể được xây dựng bằng cách với mỗi tập con của X xác định một hệ số dựa trên các hệ số khả năng của các phần tử trong tập con này.

Tức là độ đo khả năng Π có thể được xác định từ phân bố khả năng π như sau:

$$\forall A \in P(X),\ \Pi(A) = \sup_{x \in A}\pi(x). \qquad (3.2)$$

Thí dụ 3.2 Cho X là tập các ngày trong một tuần, X = {*Mon, Tues, Wed, Thurs, Fri, Sat, Sun*}. Bạn đang chờ một bưu kiện, giả sử "hoàn toàn có khả năng" là bưu kiện đến vào ngày thứ hai hoặc thứ ba, "tương đối có khả năng" là bưu kiện đến vào ngày thứ tư, "ít có khả năng" đến vào ngày thứ năm và "không có khả năng" đến vào các ngày cuối tuần.

- Như vậy ta sẽ có một độ đo khả năng trên X: với mọi tập con của X, khả năng bưu kiện sẽ đến vào những ngày trong tập này như sau:

Π(Ø) = 0, Π(X) = Π({*Mon, Tues, Wed, Thurs, Fri, Sat, Sun*}) = 1.
Π({*Mon, Tues*}) = 1, Π({*Wed*}) = 0.8, Π({*Thurs*}) = 0.2, Π({*Fri, Sat, Sun*}) = 0,

Với các tập con khác ta có thể tính được:
Π({*Wed, Thurs*}) = max[Π({*Wed*}) , Π({*Thurs*})] = max(0.8 ; 0.2) = 0.8...v.v.

- Một phân bố khả năng trên X là tập các giá trị sau:

Π_X={π(*Mon*) = 1, π(*Tues*) = 1, π(*Wed*) = 0.8, π(*Thurs*) = 0.2, π(*Fri*) = 0, π(*Sat*) = 0, π(*Sun*) = 0}

Rõ ràng nếu biết phân bố khả năng trên X, ta có thể tính được độ đo khả năng trên X, tức là ∀ A ∈ P(X), ta tính được Π(A) theo công thức (3.2).

3.1.3 Tập con mờ và phân bố khả năng

Lý thuyết khả năng và lý thuyết tập mờ có mối liên hệ chặt chẽ với nhau, bổ xung và hỗ trợ nhau trong việc biểu diễn và xử lý các thông tin mờ, bao gồm cả thông tin không chính xác, không đầy đủ và thông tin không chắc chắn. Từ một phân bố khả năng có thể xác định một tập con mờ, và ngược lại, từ một tập con mờ với hàm thuộc đã biết, có thể cảm sinh một phân bố khả năng.

Chẳng hạn, ta có một phân bố khả năng trên X ở thí dụ 3.2: Π_X = {π(*Mon*) = 1, π(*Tues*) = 1, π(*Wed*) = 0.8, π(*Thurs*) = 0.2, π(*Fri*) = 0, π(*Sat*) = 0, π(*Sun*) = 0}

Nếu gọi F là tập những ngày trong tuần bưu kiện có thể đến, thì F là một tập con mờ trên X, và ta có ngay hàm thuộc của tập con mờ này là π(u), ∀ u ∈ X , tức là ta xác định được tập con mờ :

F = {1/Mon ; 1/Tues , 0.8/Wed ; 0.2/Thurs}, những giá trị khác là hoàn toàn không thuộc F.

Ngược lại, giả sử ta có tập U các căn hộ có từ 1đến 8 phòng ngủ trong thí dụ 1.14, và giả sử 1 gia đình có 4 người mong muốn lựa chọn một căn hộ "*thích hợp cho 4 người*". Gọi B là tập các căn hộ "*thích hợp cho 4 người*", được xác định bởi hàm thuộc $f_B(u_3) = 0.4$, $f_B(u_4) = 1$, $f_B(u_5) = 0.7$, $f_B(u_6) = 0.5$, vậy B là tập con mờ B = {$0.4/u_3$; $1.0/u_4$; $0.7/u_5$; $0.5/u_6$}. Rõ ràng khả năng lựa chọn mỗi căn hộ bằng giá trị hàm thuộc f_B tại mỗi căn hộ, tức là ta có thể xác định một phân bố khả năng Π_U = {$\pi(u_1) = 0$, $\pi(u_2) = 0$; $\pi(u_3) = 0.4$; $\pi(u_4) = 1$, $\pi(u_5) = 0.7$, $\pi(u_6) = 0.5$;$\pi(u_7) = 0$, $\pi(u_8) = 0$}, từ tập con mờ B. Như vậy tập con mờ B đã cảm sinh một phân bố khả năng trên U (khả năng lựa chọn căn hộ thích hợp cho 4 người).

3.2 BIẾN NGÔN NGỮ VÀ CÁC HẠNG TỪ MỜ

Tất cả những biến cổ điển chúng ta đã biết, lấy các giá trị duy nhất trong miền xác định của chúng, thường là những số thực liên quan đến một đại lượng thường gặp trong vật lý hay trong kinh tế, xã hội ở một tình huống cụ thể. Chẳng hạn, một biến *x* lấy giá trị là 232 mét (chỉ khoảng cách), hay *y* = 253215 đồng (chỉ giá thành một sản phẩm), tuổi của anh ta là *z* = 22...đó là những biến nhận giá trị chính xác và duy nhất. Tuy nhiên trong nhiều trường hợp, do hạn chế về điều kiện quan sát hay dụng cụ đo cho nên ta chỉ nhận được những giá trị gần đúng, chẳng hạn trong những quan sát trên, thay vì biết khoảng cách chính xác từ ngôi nhà tới bãi biển, ta chỉ biết được khoảng cách là "giữa 200 và 250 mét", hay khoảng cách tới bãi biển là "gần", giá của chiếc áo sơ mi là "khoảng 250000đồng" hay giá chiếc áo là "vừa phải", tuổi của anh ta "khoảng trên 20", hay anh ta là người "trẻ"…Trong thực tế, có rất nhiều biến có thể vừa nhận những giá trị chính xác là các số, các đại lượng (ngôn ngữ nhân tạo), vừa có thể nhận những giá trị là những từ hoặc những câu của ngôn ngữ tự nhiên. Những biến như thế được gọi là biến ngôn ngữ.

3.2.1 Khái niệm biến ngôn ngữ

Biến ngôn ngữ dùng để mô hình hóa những tri thức không chính xác hay mơ hồ về một biến mà giá trị chính xác có thể chưa biết. Zadeh định nghĩa một *biến ngôn ngữ* là một biến mà giá trị của nó là những từ ngữ hoặc những câu trong ngôn ngữ tự nhiên hoặc ngôn ngữ nhân tạo. Ví dụ nếu giá trị của "*age*" là những từ như: *young*, *middle*, *old*,… và những số như: 20, 21, 22,… thì "*age*" là một biến ngôn ngữ. Ta có định nghĩa hình thức cho biến ngôn ngữ như sau:

Định nghĩa 3.3

Một biến ngôn ngữ V được xác định bởi bộ ba $<V, U, T_V>$*, trong đó V là một biến xác định trên tập tham chiếu U,* $T_V = \{V_1, V_2, ...\}$ *gồm hữu hạn hay vô hạn các tập con mờ chuẩn hóa của U, dùng để đặc trưng V.*

Có thể mô tả biến ngôn ngữ một cách cụ thể hơn: Một biến ngôn ngữ xác định trên tập tham chiếu U thường được đặt tên là các từ ngữ, và nhận giá trị là các từ ngữ xác định các tập con mờ chuẩn hóa trên U, khi U là tập số thực, các tập V_1, V_2 …là các đại lượng mờ . Chú ý rằng V_i cũng có thể là một tập mờ đặc biệt gồm một phần tử chính xác trong U. (tập mờ single ton)

Thí dụ 3.3 Xét biến ngôn ngữ cho bởi bộ ba $<V, U, T_V>$, trong đó V = '*age*' (tuổi) là tên biến, U là tập các số nguyên dương U = {1, 2,…20, ..100,…150}, còn T_V = {*'young', 'middle-ege', 'old'*}, với *'young', 'middle-age', 'old'* là các tập con mờ trên U. Khi đó V là một biến ngôn ngữ trên U.

Các tập con mờ "*young*", "*middle-age*" và "*old*" được định nghĩa bởi hàm thuộc f_{young} , $f_{midd\text{-}age}$, f_{old} như sau:

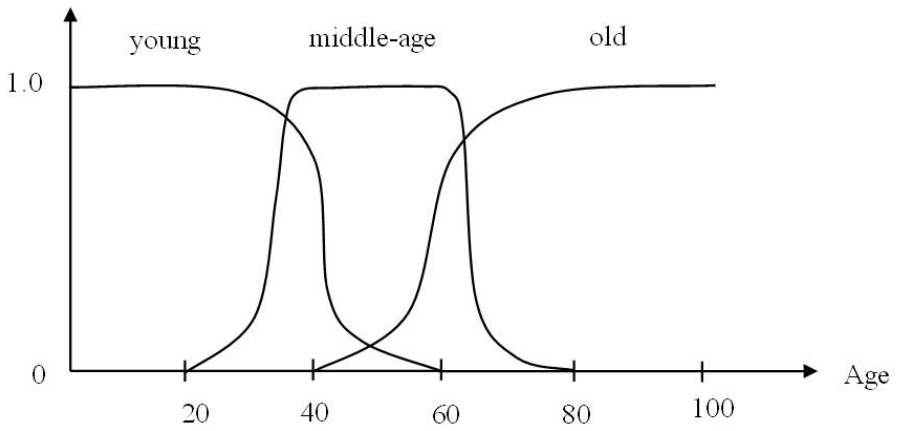
$$f_{young} = \begin{cases} 1 & \text{if } u \le 20 \\ \dfrac{1}{1+\sqrt{\dfrac{u-20}{15}}} & \text{if } 20 < u \le 60 \\ 0 & \text{if } u > 60 \end{cases}$$

$$f_{middle-age} = \begin{cases} 0 & \text{if } u \le 20 \\ \dfrac{1}{1+\sqrt{\dfrac{u-20}{5}}} & \text{if } 20 < u \le 40 \\ 1 & \text{if } 40 < u \le 60 \\ \dfrac{1}{1+\sqrt{\dfrac{u-60}{5}}} & \text{if } 60 < u \le 80 \\ 0 & \text{if } u > 80 \end{cases}$$

$$f_{old} = \begin{cases} 0 & \text{if } u \le 40 \\ \dfrac{1}{1+\sqrt{\dfrac{u-40}{10}}} & \text{if } 40 < u \le 80 \\ 1 & \text{if } u > 80 \end{cases}$$

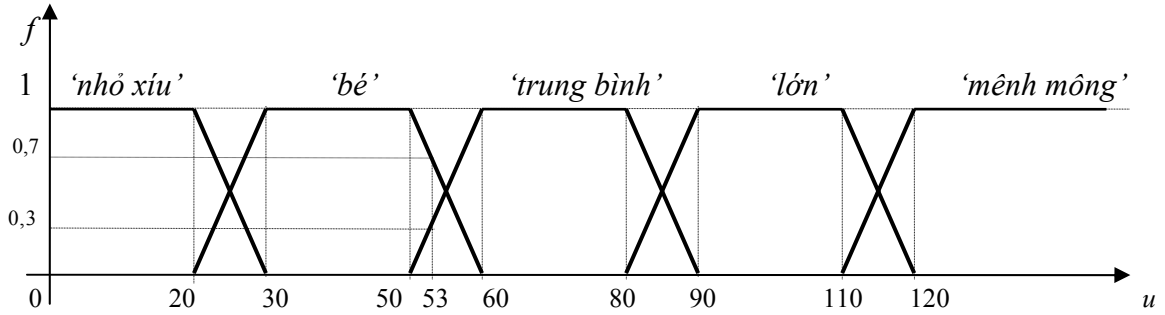
Các hàm thuộc của các tập con mờ "*young*", "*middle-age*", "*old*" được biểu diễn ở hình 3.1 dưới đây.

Các tập con mờ này đều là các tập mờ chuẩn hóa, vậy đó là các đại lượng mờ.



Hình 3.1. Hàm thuộc của các tập mờ "young", "middle-age", "old"

Thí dụ 3.4 Xét bộ ba $<V, U, T_V>$, trong đó biến V = '*diện tích*' chỉ độ rộng của một căn hộ, U là tập các số nguyên dương, còn T_V = {*'nhỏ xíu', 'bé', 'trung bình', 'lớn', 'mênh mông'*} là tập các đặc trưng của V, hàm thuộc của các tập con mờ này được cho trong hình 3.2, đó là các tập con mờ lồi được chuẩn hóa. Vậy *'diện tích'* cũng là một biến ngôn ngữ trên U, được đặc trưng bởi tập các số mờ T_V = {*'nhỏ xíu', 'bé', 'trung bình', 'lớn', 'mênh mông'*} .



Hình 3.2. Hàm thuộc của các số mờ đặc trưng cho biến ngôn ngữ trong thí dụ 3.2

Từ đồ thị các số mờ đặc trưng của biến ngôn ngữ 'diện tích', giả sử căn hộ có diện tích chính xác là 53 m2, thì nó được coi là căn hộ bé (với độ thuộc 0,7), cũng có thể coi là căn hộ trung bình, với độ thuộc 0,3.

Khi ta cần xác định một diện tích chính xác, ta có thể đưa vào T_V tập mờ gồm 1 phần tử, chẳng hạn:'115m2', khi đó tập T_V = {*'nhỏ xíu', 'bé', 'trung bình', 'lớn','115m2', 'mênh mông'*}.

Tùy theo mục đích ứng dụng của biến ngôn ngữ V, tập T_V có thể gồm nhiều hay ít phần tử, tập này càng nhiều phần tử thì việc mô tả V càng 'mịn', trái lại mô tả này là 'thô'.

3.2.2 Hạng từ mờ và các gia tử ngôn ngữ

Những đại lượng mờ đặc trưng cho các biến ngôn ngữ, có vai trò như là các toán hạng trong các biểu thức số học mờ hay logic mờ gọi là các hạng từ mờ.

Chẳng hạn trong các thí dụ trên ta có các hạng từ mờ *"young", "middle-age", "old"* ứng với biến ngôn ngữ "*age*", còn các hạng từ mờ *'nhỏ xíu', 'bé', 'trung bình', 'lớn', 'mênh mông'* ứng với biến ngôn ngữ "*diện tích*"…

Định nghĩa 3.4

Cho biến ngôn ngữ V được xác định bởi bộ ba <V, U, T_V >, trong đó T_V là tập các đặc trưng của V. Các đại lượng mờ $V_i \in T_V$ gọi là các hạng từ mờ (fuzzy term) ứng với biến ngôn ngữ V.

Những hạng từ mờ trên đây được gọi là các "*hạng từ mờ đơn*" (*simple fuzzy term*), với mỗi hạng từ mờ đơn, ta xây dựng thêm những đặc trưng trung gian mới cho biến ngôn ngữ V nhằm tăng cường hoặc giảm nhẹ các tính chất mà các hạng từ mờ đơn đã mô tả. Như vậy, những đặc trưng dùng để mô tả cho biến ngôn ngữ V sẽ gồm những hạng từ mờ đơn trong tập T_V hoặc là những hạng từ mờ đã được biến đổi. Chẳng hạn, với hạng từ mờ "bé" ứng với biến ngôn ngữ "diện tích" (của các căn hộ), ta muốn nhấn mạnh thêm tính chất "bé" bằng việc thêm vào một trợ từ để có mô tả là "*rất* bé" (nhưng chưa đến mức "nhỏ xíu", tức là "*rất bé*" là một đặc trưng trung gian giữa "nhỏ xíu" và "bé"), hay để giảm nhẹ mức độ bé, ta có thể mô tả thêm là "*ít nhiều* là bé" (nhưng vẫn nhỏ hơn mức "trung bình"), những hạng từ mờ có thêm sự tăng cường hay giảm nhẹ như vậy gọi là những *hạng từ mờ sửa đổi* (*modified fuzzy term*), những trợ từ làm biến đổi mức độ đặc trưng của các hạng từ được gọi là các gia tử ngôn ngữ.

Định nghĩa 3.5

Một gia tử ngôn ngữ là một toán tử modify cho phép từ mọi hạng từ mờ A (là một đặc trưng mờ của V) tạo ra một hạng từ mờ sửa đổi của A, ký hiệu là modi(A). Hàm thuộc của hạng từ mờ sửa đổi modi(A) nhận được từ hàm thuộc của A nhờ một phép toán T-modi liên kết với gia tử ngôn ngữ.

- Gọi M là tập các gia tử , T_V là tập các hạng từ mờ đặc trưng cho biến ngôn ngữ V thì tập các hạng từ mờ sửa đổi của T_V được ký hiệu là $M(T_V)$

Chẳng hạn, với những hạng từ mờ đơn như: *young*, *middle*, *old* của biến ngôn ngữ "*age*", tập các gia tử là M = {*very*, *more or less*}, thì tập các hạng từ mờ sửa đổi sẽ là: $M(T_V)$ = {*very young, (rất trẻ)*, *more or less young* (ít nhiều là trẻ)…}

Gia tử ngôn ngữ làm tăng cường tính chất đặc trưng của hạng từ mờ được gọi là các gia tử *thu hẹp*, trái lại, các gia tử có tính giảm nhẹ các tính chất đặc trưng của hạng từ mờ được gọi là các gia tử *mở rộng*. Chẳng hạn gia tử "very" đối với các hạng từ mờ của biến ngôn ngữ "age" là các gia tử thu hẹp, còn gia tử "more or less" là gia tử mở rộng. Ta có thể định nghĩa cho các khái niệm gia tử thu hẹp hay mở rộng thông qua các phép toán liên kết với nó:

Định nghĩa 3.6

- *Một gia tử ngôn ngữ modify được gọi là thu hẹp (tăng cường) nếu phép toán kết hợp với nó nghiệm đúng:*

$$\forall u \in [0, 1] \text{ , T-modi}(u) \leq u$$

- *Một gia tử ngôn ngữ modify được gọi là mở rộng (giảm nhẹ) nếu phép toán kết hợp với nó nghiệm đúng:*

$$\forall u \in [0, 1] \text{ , T-modi}(u) \geq u$$

- Zadeh đã đưa ra các phép toán đơn giản kết hợp với các gia tử thu hẹp là T-modi(u) = u^2, với các gia tử mở rộng là T-modi(u) = $u^{1/2}$.
- Các hạng từ mờ (đơn hoặc sửa đổi) kết hợp với nhau bằng phép hợp, giao, phần bù tạo nên một *hạng từ mờ phức hợp* (*compound fuzzy term*). Chẳng hạn: *more or less young* $\cup$ *middle* là một hạng từ mờ phức hợp.

Thí dụ 3.5 Xét hạng từ mờ đơn "young" của biến ngôn ngữ "age".

1. Ta có các hạng từ mờ sửa đổi thu hẹp "*very young*" (tăng cường đặc trưng 'young'), khi đó phép toán liên kết với "very" là T-very(u) = u^2.

Hàm thuộc của hạng từ mờ sửa đổi "very young" nhận được từ hàm thuộc của hạng từ mờ đơn "young" nhờ kết hợp phép toán T-very(u) = u^2 như sau:

$$f_{very\ young} = \begin{cases} 1 & \text{if } u \leq 20 \\ \dfrac{1}{(1+\sqrt{\dfrac{u-20}{15}})^2} & \text{if } 20 < u \leq 60 \\ 0 & \text{if } u > 60 \end{cases}$$

2. Ta có các hạng từ mờ sửa đổi mở rộng "*more or less young*" (giảm nhẹ đặc trưng 'young'), khi đó phép toán liên kết với "very" là T-more or less(u) = $u^{1/2}$.

Hàm thuộc của hạng từ mờ sửa đổi "more or less young" nhận được từ hàm thuộc của hạng từ mờ đơn "young" nhở kết hợp phép toán T-more or less(u) = $u^{1/2}$ như sau:

$$f_{more\ or\ less\ young} = \begin{cases} 1 & \text{if } u \leq 20 \\ \dfrac{1}{\sqrt{1+\sqrt{\dfrac{u-20}{15}}}} & \text{if } 20 < u \leq 60 \\ 0 & \text{if } u > 60 \end{cases}$$

3.3 SUY LUẬN THEO LOGIC MỜ

3.3.1 Một số hạn chế của logic cổ điển

Logic cổ điển nghiên cứu các phương pháp suy luận trên các mệnh đề có giá trị tuyệt đối đúng (được gán giá trị 1) hoặc tuyệt đối sai (được gán giá trị 0). Những mệnh đề như thế phải được xác định với các tri thức rõ ràng.

Những phát biểu trong thực tế, bằng ngôn ngữ tự nhiên, thường chứa những thông tin không chính xác và không đầy đủ, chúng ta phải chấp nhận những mệnh đề chỉ đúng một phần và xây dựng những phương pháp suy luận mềm dẻo hơn trên các tri thức không đầy đủ, điều mà logic cổ điển không thể thực hiện được. Ta nhắc lại một số yếu tố liên quan đến logic cổ điển mà không thể áp dụng được trong môi trường các tri thức "mờ", đó chính là những hạn chế của logic cổ điển:

1. Các mệnh đề trong logic cổ điển có hai giá trị chân lý là đúng (ký hiệu 1, hay 'T') và sai (ký hiệu 0 hay 'F'), trong khi trong môi trường mờ thì các mệnh đề có thể nhận nhiều giá trị trong miền [0, 1].

2. Có hai lượng từ trong logic cổ điển: lượng từ vạn năng "với mọi" ($\forall$) mà với nó phát biểu (mệnh đề) thỏa mãn với mọi tình huống, và lượng từ "tồn tại" ($\exists$) chỉ ra rằng có ít nhất 1 tình huống thỏa mãn mệnh đề. Với tri thức mờ, cần có các lượng từ mờ để mô tả các tình huống trung gian trong đó phát biểu chỉ thỏa một số tình huống ("trong hầu hết các trường hợp..").

3. Một quy tắc suy diễn chỉ được áp dụng khi tiền đề của nó phải đúng hoàn toàn (hoặc sai hoàn toàn), trong khi với môi trường mờ cần có những quy tắc suy diễn áp dụng được khi tiền đề chỉ đúng một phần. Chẳng hạn quy tắc suy diễn modus ponens:
''nếu $p \rightarrow q$ đúng và p đúng thì q đúng'', hay có thể ký hiệu $\{ p \rightarrow q ; p \} \vdash q$, trong đó nếu tiền đề $\{ p \rightarrow q ; p \}$là đúng thì suy diễn ra q đúng.
Nếu các mệnh đề của tiền đề không hoàn toàn đúng thì không thể kết luận được điều gì.

Tương tự với quy tắc modus tollens: ''nếu $p \rightarrow q$ đúng và q sai thì p sai'': $\{ p \rightarrow q ; \neg q \} \vdash \neg p$ cũng không áp dụng được khi $p \rightarrow q$ chỉ đúng một phần, hoặc q không hoàn toàn sai.

Như vậy, cần thiết phải mở rộng logic cổ điển, và xây dựng những quy tắc suy luận mới để có thể áp dụng được với các mệnh đề có nhiều hơn hai giá trị chân lý.

3.3.2 Logic ba trị

Mở rộng đầu tiên của logic cổ điển là "logic ba trị" (của Lukasiewicz), trong đó các mệnh đề chấp nhận thêm một giá trị trung gian giữa đúng và sai, tức là một mệnh đề có thể có giá trị "nghi ngờ" giữa đúng và sai. Như vậy mỗi mệnh đề trong logic ba trị có thể nhận ba giá trị chân lý biểu diễn bởi 0 (sai), 1 (đúng) và 0.5 (nghi ngờ). Như vậy, có thể coi logic ba trị là cách tiếp cận trung gian giữa logic cổ điển và logic mờ, logic ba trị chưa thực sự là logic mờ, bởi vì các mệnh đề trong logic ba tri chưa thực sự là mệnh đề mờ.

Dưới đây ta tóm tắt các phép toán chủ yếu trong logic cổ điển và đưa ra định nghĩa các phép toán tương ứng trong logic ba trị.

Cho các mệnh đề sơ cấp p, q có thể nhận các giá trị 1 (đúng) và 0 (sai) trong logic cổ điển, và nhận các giá trị 1 (đúng) , 0 (sai) và 0.5 (nghi ngờ) trong logic ba trị. khi đó các phép toán trên các mệnh đề được ký hiệu và định nghĩa như sau

1. Phép hội : $p \wedge q$

- *Phép hội trong logic cổ điển:*

p \ q	0	1
0	0	0
1	0	1

- *Phép hội trong logic ba trị:*

p \ q	0	0.5	1
0	0	0	0
0.5	0	0.5	0.5
1	0	0.5	1

2. Phép tuyển: $p \vee q$

- *Phép tuyển trong logic cổ điển:*

p \ q	0	1
0	0	1
1	1	1

- *Phép tuyển trong logic ba trị:*

p \ q	0	0.5	1
0	0	0.5	1
0.5	0.5	0.5	1
1	1	1	1

3. Phép kéo theo: $p \rightarrow q$

- *Phép kéo theo trong logic cổ điển:*

p \ q	0	1
0	1	1
1	0	1

- *Phép kéo theo trong logic ba trị:*

p \ q	0	0.5	1
0	1	1	1
0.5	0.5	1	1
1	0	0.5	1

4. Phép phủ định: $\neg p$

- *Phép phủ định trong logic cổ điển:*

p	$\neg p$
0	1
1	0

- *Phép phủ định trong logic ba trị:*

p	$\neg p$
0	1
0.5	0.5
1	0

Logic ba trị là sự mở rộng của logic cổ điển (logic hai trị), khi các mệnh đề chỉ nhận 2 giá trị 1 (đúng) và 0 (sai) và không có giá trị trung gian thì logic ba trị trùng với logic cổ điển.

Một số tính chất của logic cổ điển vẫn đúng trong logic ba trị, nhưng nhiều tính chất của logic cổ điển đã bị mất đi do sự mở rộng của logic ba trị. Vì vậy, nói chung không thể chuyển tất cả các công thức của logic cổ điển sang logic ba trị.

Thí dụ 3.6

1. Công thức $p \rightarrow p$ là một công thức luôn luôn đúng trong logic cổ điển, tức là với mọi giá trị của p là 0 hay 1 thì $p \rightarrow p$ luôn nhận giá trị đúng. Chuyển sang logic ba trị, khi p nhận cả giá trị 0.5 thì công thức này vẫn đúng.

2. Trong logic cổ điển ta có phép kéo theo $p \rightarrow q$ là đồng nhất với $\neg p \vee q$, tức là ta có hai công thức đồng nhất bằng nhau $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$ (bạn đọc có thể chứng minh bằng việc tính bảng chân lý của 2 công thức ở 2 vế, để thấy rằng với mọi cách chọn giá trị của p và q thì giá trị chân lý của 2 công thức là như nhau). Tuy nhiên, chuyển sang logic ba trị thì khi $p = q = 0.5$, thì giá trị chân lý của $p \rightarrow q$ là 1, còn của $\neg p \vee q$ là 0.5, vậy hai công thức không phải là đồng nhất bằng nhau trong logic ba trị.

Sau logic ba trị, nhiều logic đa trị khác (với các mệnh đề chấp nhận nhiều hơn hai giá trị như trong logic cổ điển) đã được đưa ra, với các giá trị chân lý thuộc đoạn [0, 1], trong đó 0 ứng với giá trị tuyệt đối sai, và 1 ứng với giá trị tuyệt đối đúng.

Tuy nhiên, những sự mở rộng như vậy của logic cổ điển là không đủ để xử lý các tri thức không chính xác, vì chúng chỉ chấp nhận một thang bậc của các giá trị chân lý, mà không cho phép một mệnh đề có thể được phát biểu một cách không chính xác.

3.3.3 Các mệnh đề mờ sơ cấp.

3.3.3.1 Mệnh đề mờ sơ cấp

Một mệnh đề sơ cấp, có thể hiểu là một phát biểu, một tuyên bố (*statement*), phát biểu đó có thể sử dụng ngôn ngữ tự nhiên hoặc các ngôn ngữ nhân tạo (các công thức toán, ngôn ngữ lập trình…). Khi các phát biểu đó chắc chắn đúng hoặc chắc chắn sai, ta có một mệnh đề sơ cấp theo nghĩa cổ điển (mệnh đề "rõ"), còn khi các phát biểu đó không thể xác định được chắc chắn là đúng hay sai, nhưng có thể đúng đến bao nhiêu phần trăm, tức là mức độ đúng hay sai là một giá trị thuộc đoạn [0, 1] thì ta nhận được các mệnh đề mờ. Có nhiều loại mệnh đề mờ sơ cấp, trong chuyên đề này ta *chỉ xét các mệnh đề mờ sơ cấp liên kết với các biến ngôn ngữ.*

Định nghĩa 3.7

Cho một biến ngôn ngữ V xác định bởi bộ ba <V, U, T_V>, một mệnh đề mờ sơ cấp xác định trên V là một phát biểu dạng: "V là A", trong đó A là một hạng từ mờ đơn hay hạng từ mờ sửa đổi, đặc trưng cho V. Giá trị chân lý của mệnh đề "V là A" được xác định bởi hàm thuộc f_A của A.

Thí dụ 3.7 Xét biến ngôn ngữ "diện tích" (của căn hộ) trong thí dụ 3.2, với tập các đặc trưng mờ T_V = {*'nhỏ xíu', 'bé', 'trung bình', 'lớn', 'mênh mông'*}, khi đó ta có một mệnh đề mờ sơ cấp:

p: "*diện tích*" là "*trung bình*",

giá trị chân lý của mệnh đề này là giá trị của hàm thuộc f_A, với A là tập con mờ của hạng từ mờ "*trung bình*" . Như vậy, giá trị chân lý của p sẽ là bằng 1 khi diện tích của một căn hộ lấy giá trị trong miền [60, 80], càng xa hai đầu đoạn này thì giá trị chân lý của mệnh đề p càng giảm, khi diện tích nhỏ hơn 50, hoặc lớn hơn 90 giá trị chân lý của p bằng 0. (xem thí dụ 3.4).

3.3.3.2 Một số phép toán trên các mệnh đề mờ

Với các mệnh đề mờ sơ cấp, ta có thể xác định các mệnh đề mới nhờ các phép toán 'hội', 'tuyển' 'phủ định' và 'kéo theo'. Có nhiều cách định nghĩa cho các phép toán này, dưới đây trình bày các định nghĩa đơn giản nhất cho các phép toán nói trên. Những định nghĩa này là mở rộng của các phép toán tương ứng trong logic cổ điển, tức là khi các mệnh đề mờ chỉ nhận hai giá trị 1 và 0, thì các phép toán được đinh nghĩa dưới đây trùng với các phép toán tương ứng trong logic cổ điển.

Định nghĩa 3.8

Cho mệnh đề mờ sơ cấp p: "V là A"có giá trị chân lý là f_A và mệnh đề q: "W là B" có giá trị chân lý là f_B, trong đó V và W là các biến ngôn ngữ xác định trên các tập tham chiếu X và Y.

- *Hội của hai mệnh đề mờ p và q là một mệnh đề mờ xác định trên tập tham chiếu* X × Y *với giá trị chân lý được xác định bởi hàm thuộc $f_{p\wedge q}$ trên* X × Y như sau:

  $$\forall(x, y)\in X \times Y,\ f_{p\wedge q}(x, y) = min[f_A(x), f_B(y)]$$

- *Tuyển của hai mệnh đề mờ p và q là một mệnh đề mờ xác định trên tập tham chiếu* X × Y *với giá trị chân lý được xác định bởi hàm thuộc $f_{p\wedge q}$ trên* X × Y như sau:

  $$\forall(x, y)\in X \times Y,\ f_{p\vee q}(x, y) = max[f_A(x), f_B(y)]$$

- *Phủ định của mệnh đề p là một mệnh đề mờ xác định trên tập tham chiếu* X *với giá trị chân lý được xác định bởi hàm thuộc $f_{\neg p}$ trên* X như sau:

  $$\forall\ x\in X,\ f_{\neg p}(x) = 1 - f_A(x)$$

- *Phép kéo theo giữa hai mệnh đề mờ p và q là một mệnh đề mờ xác định trên tập tham chiếu* X × Y *với giá trị chân lý được xác định bởi hàm thuộc $f_{p\to q}$ trên* X × Y như sau:

  $$\forall(x, y)\in X \times Y,\ f_{p\to q}(x, y) = max[(1 - f_A(x)), f_B(y)]$$

Phép kéo theo ở đây theo định nghĩa của Kleeene-Dienes [1], là tổng quát hóa của phép kéo theo của logic cổ điển. Hàm thuộc $f_{p\to q}$ *trên* X × Y là một quan hệ mờ hai ngôi trên X × Y.

Định nghĩa 3.9

Một luật mờ là một phát biểu dạng : "nếu P thì Q", là một phép kéo theo giữa hai mệnh đề mờ P và Q, trong đó Q là một mệnh đề mờ sơ cấp, gọi là kết luận của luật, còn P là một mệnh đề mờ sơ cấp hoặc hội của các mệnh đề mờ sơ cấp, và được gọi là điều kiện (hay tiền đề) của luật.

Chẳng hạn, ta có luật mờ: "nếu V là A thì W là B", là một phép kéo theo "V là A" →"W là B", trong thực tế luật này có thể là một phát biểu: "nếu *diện tích* (căn hộ) là *lớn* thì *giá* là *cao*". Cũng có thể phần điều kiện của luật là một hội của các mệnh đề mờ sơ cấp, chẳng hạn có luật: "*khoảng cách* (tới bãi biển) là *nhỏ* và *diện tích* là *lớn* thì *giá* là *rất cao*"

3.3.4 Các mệnh đề mờ được lượng từ hóa

3.3.4.1 Các lượng từ mờ

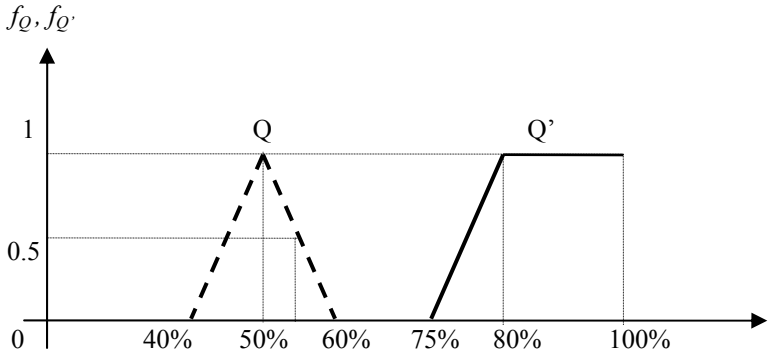
Có hai lượng từ trong logic cổ điển: lượng từ vạn năng "với mọi" (∀) mà với nó phát biểu (mệnh đề) thỏa mãn với mọi tình huống, và lượng từ "tồn tại" (∃) chỉ ra rằng có ít nhất một tình huống thỏa mãn mệnh đề. Trong tự nhiên, với các tri thức mờ, có nhiều mệnh đề hoặc luật chỉ đúng trong một số tình huống, như vậy cần có các lượng từ trung gian, để mô tả các tình huống trung gian trong đó phát biểu là đúng. Chẳng hạn có các luật được phát biểu bằng ngôn ngữ tự nhiên: "nói chung, các ngân hàng đều đóng cửa ngày Chủ nhật" hay "hiếm có những phụ nữ hói đầu". Khi đó "*nói chung*", hay "*hiếm có*" là các lượng từ mờ mô tả các tình huống trung gian giữa lượng từ phổ dụng "với mọi" (∀) và lượng từ "tồn tại" (∃).

Định nghĩa 3.10

Một lượng từ mờ là một tập con mờ Q của tập số thực R, mô tả một số xấp xỉ các trường hợp, hay một tập con mờ của [0, 1] mô tả một tỷ lệ các trường hợp mà một mệnh đề mờ hay một luật mờ là đúng.

- Như vậy một lượng từ mờ được xác định bởi một hàm thuộc trên R.

Thí dụ 3.8 Xét lượng từ mờ Q có ý nghĩa là "khoảng một nửa" và Q' có ý nghĩa là "hầu hết" (các trường hợp). Khi đó ta có thể biểu diễn hàm thuộc của Q và Q' như sau:



Hình 3.3. Hàm thuộc của các lượng từ mờ "khoảng một nửa" và "hầu hết".

3.3.4.2 Các mệnh đề mờ được lượng từ hóa

Khi một mệnh đề mờ hay một luật mờ được phát biểu cùng với một lượng từ mờ, ta có các mệnh đề mờ được lượng từ hóa, hay luật mờ được lượng từ hóa.

Định nghĩa 3.11

Cho Q là một lượng từ mờ với hàm thuộc f_Q, và một mệnh đề mờ "W là B" được xác định trên biến ngôn ngữ <W , X, T_W>, khi đó mệnh đề mờ được lượng từ hóa có dạng "QW là B".

- Khi X là hữu hạn có n phần tử, ta tính được tỷ lệ p = |B| / |X| = $\Sigma\mu_B(u)$ /n, khi đó giá trị chân lý của mệnh đề mờ được lượng từ hóa "QW là B" là $f_Q(p)$

Thí dụ 3.9 Cho tập các nước ở châu Âu: X = {Đức, Bỉ, Tây Ban Nha, Pháp, Anh, Italy, Hà lan, Đan mạch, Na uy, Thụy Điển}. Giả sử W là biến "vị trí" xác định trên X, với một đặc trưng là

tập con mờ "các nước ở phía Bắc" là B = {0.4/Đức, 0.6/Bỉ, 0/Tây Ban Nha, 0.3/Pháp, 0.6/Anh, 0/Italy, 0.7/Hà lan, 0.9/Đan mạch, 1/Na uy, 1/Thụy Điển}.

Giả sử ta có mệnh đề mờ: "vị trí (của một nước) là miền Bắc", hay "W là B" , và có lượng từ mờ Q là "khoảng một nửa" như trong thí dụ 3.8. Khi đó ta có một mệnh đề mờ được lượng từ hóa: "khoảng một nửa trường hợp, vị trí (của các nước) là miền Bắc", hay "QW là B".

Do X là hữu hạn, ta tính được tỷ lệ p = $\Sigma\mu_B(u)$ /10 = 0.55, và chân lý của mệnh đề mờ được lượng từ hóa "QW là B" trên đây là: $f_Q(p) = f_Q(0.55) = 0.5$ (xem hàm thuộc f_Q trong thí dụ 3.8)

Định nghĩa 3.12

Cho Q là một lượng từ mờ với hàm thuộc f_Q, và một luật mờ R: "nếu V là A thì W là B", trong đó V và W là các biến ngôn ngữ xác định trên các tập tham chiếu X và Y. Khi đó luật mờ R được lượng từ hóa bởi Q được phát biểu là: "Q nếu V là A thì W là B", cũng có thể được diễn đạt ngắn gọn là: "Q các A là B".

- Khi X =Y là tập hữu hạn, ta tính được tỷ lệ:

$$p' = |A \cap B| / |A| = \Sigma_{x \in X} \min[f_A(x), f_B(x)] / \Sigma_{x \in X} f_A(x),$$

khi đó giá trị chân lý của luật mờ được lượng từ hóa *"Q các A là B"* là $f_Q(p')$

3.3.5 Quy tăc suy diễn modus ponens suy rộng trong logic mờ

- Trước hết ta nhắc lại quy tắc modus ponens trong logic cổ điển: ''nếu $p \to q$ đúng và p đúng thì q đúng''. Quy tắc này thường được ký hiệu $\{ p \to q ; p \} \vdash q$, hoặc viết dưới dạng $\frac{p, p \to q}{q}$ đây là một luật suy diễn, trong đó nếu tiền đề $\{ p \to q ; p \}$là đúng thì suy diễn ra q đúng. Trong phần tiền đề của quy tắc này, $p \to q$ là một luật , luôn giả thiết là đúng, còn p là một mệnh đề được hiểu là một quan sát, nếu quan sát này trùng với tiền đề (p là đúng) thì suy ra q là đúng.

Chẳng hạn ta có luật: "trời mưa to (p) thì trận đấu bóng bị hủy (q)".

Quan sát (hôm nay): trời mưa to (p đúng, do quan sát là trùng với tiền đề),
vậy suy diễn ra : trận đấu bóng bị hủy (q đúng).

Những mệnh đề trên trong quy tắc modus ponens đều là các mệnh đề "rõ", vì vậy có thể xác định được các tiền đề có đúng hay không, từ đó suy diễn được kết luận.

Nếu các mệnh đề trong quy tắc trên là các mệnh đề mờ, không thể xác định được là đúng tuyệt đối hay sai tuyệt đối, thì không thể kết luận được là các tiền đề có được thỏa hay không, do đó rõ ràng là không thể áp dụng quy tắc modus ponens với các mệnh đề mờ.

Ta đưa ra định nghĩa đơn giản nhất cho quy tắc modus ponens suy rộng trong logic mờ như sau:

Định nghĩa 3.13

Khi có một luật mờ (R): " nếu V là A thì W là B" với hàm thuộc f_A và f_B, và một sự kiện quan sát được: V là A' với hàm thuộc $f_{A'}$, thì kết luận được xác định bởi modus ponens suy rộng là : W là B' với hàm thuộc $f_{B'}$ được xác định bởi:

$$\forall y \in Y,\ f_{B'}(y) = \max_{x \in X} \{\min[f_{A'}(x), f_R(x, y)]\},$$

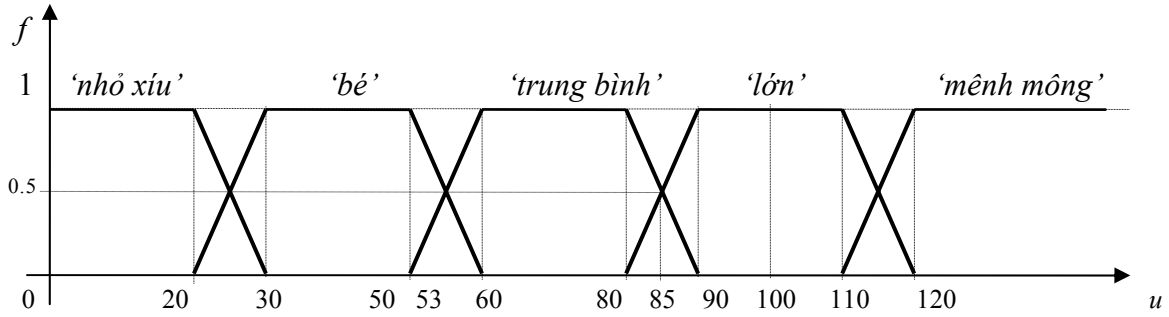
trong đó $f_R(x, y)$là hàm thuộc của phép kéo theo mờ xác định luật mờ (R).

Để tương thích với logic cổ điển, modus ponens suy rộng phải đồng nhất với modus ponens thông thường, trong trường hợp mô tả của quan sát chính xác là dữ liệu được cho trong tiền đề của luật, tức là có A = A', khi đó phải thu được một kết luận B' trùng với B.

Thí dụ 3.10 Với luật "nếu diện tích (V) là lớn (A) thì giá (W) là cao (B)", trong đó biến "diện tích" và hạng từ mờ "lớn" được cho như trong thí dụ 3.4, (xem hình 3.4 dưới đây).

Giả sử ta có một quan sát: "diện tích là 100", rõ ràng $f_{'lớn'}(100) = 1$, vậy tiền đề được thỏa mãn, suy diễn ra: "giá là cao", trong khi với logic cổ điển không cho phép áp dụng luật vì quan sát là khác với tiền đề (tiền đề: "diện tích là lớn" (A) là khác với quan sát: "diện tích là 100").

Mặt khác, với một quan sát "diện tích là 85" (A'), cũng không cho phép áp dụng trong logic cổ điển vì quan sát là khác với tiền đề. Trong logic mờ thì quan sát: "diện tích là 85" không hoàn toàn phù hợp với luật, vì $f_{'lớn'}(85) = 0.5$ (có thể được hiểu là "diện tích ít nhiều là lớn"), và vì vậy, với modus ponens suy rông, có thể suy ra kết luận: "giá ít nhiều là cao" (W là B').



Hình 3.4. Hàm thuộc của các số mờ đặc trưng cho biến "diện tích".

Nếu có một quan sát mơ hồ, kiểu như: "diện tích là tương đối lớn", khi đó sẽ thu được một kết luận sai khác chút ít so với kết luận của luật, chẳng hạn: "giá là tương đối cao".

Thí dụ trên đây chỉ nhằm mục đích minh họa cho luật suy diễn modus ponens suy rộng trong logic mờ, không đi sâu vào các tính toán chi tiết giá trị của các mệnh đề mờ.

- Quy tắc "đảo" của Modus ponens (rõ) là quy tắc *Modus tollens*, còn gọi là "*phương pháp phủ định*". Ký hiệu quy tắc Modus tollens: $\{ p \rightarrow q \; ; \neg q \} \vdash \neg p$ hay là: $\dfrac{p \rightarrow q, \neg q}{\neg p}$

Thí dụ 3.11.

Có luật: Nếu hôm nay là thứ bẩy thì tôi sẽ đến thư viện. ($p \rightarrow q$)

Quan sát: Hôm nay là thứ bẩy. (p đúng). Suy diễn theo quy tắc *Modus ponens*: Vậy tôi sẽ đến thư viện. (q).

Quan sát: Hôm nay tôi không đến thư viện. ($\neg q$). Suy diễn theo quy tắc Modus tollens: Vậy hôm nay không phải là thứ bẩy. ($\neg p$)

Có thể đưa ra các suy luận tương tự cho công thức suy diễn modus tollen suy rộng (mờ), xin dành cho bạn đọc.

Bài tập chương 3

1. Xét biến ngôn ngữ V = "*Thân nhiệt*", xác định bởi bộ ba: <V, R^+, T_V> xác định trên tập số thực dương R^+, T_V gồm các hạng từ mờ được xác định như sau:

a/. Ta nói thân nhiệt "*không bình thường*" khi thấp hơn 36.6^o hoặc cao hơn 37.4^o (trong khoảng [36.8^o ; 37.2^o] được coi là bình thường) hãy xác định đặc trưng (hạng từ mờ) A = "*không bình thường*" của biến ngôn ngữ V bởi một tập con mờ, với các hàm thuộc kiểu L và kiểu Gamma tuyến tính. Vẽ đồ thị của đại lượng mờ này.

b/. Ta nói thân nhiệt "*tương đối không bình thường*" khi thấp hơn 36.8^o hoặc cao hơn 37.2^o (37° là nhiệt độ bình thường) hãy xác định đặc trưng (hạng từ mờ) B = "*tương đối không bình thường*" bởi một tập con mờ, với các hàm thuộc kiểu L và kiểu Gamma tuyến tính, vẽ đồ thị của đại lượng mờ này.

c/. Ta nói thân nhiệt "*rất không bình thường*" khi thấp hơn 36.4^o hoặc cao hơn 37.6^o (trong khoảng [36.6^o ; 37.4^o] được coi là "*tương đối không bình thường*") hãy xác định đặc trưng (hạng từ mờ) C = "*rất không bình thường*" bởi một tập con mờ, với các hàm thuộc kiểu L và kiểu Gamma tuyến tính, vẽ đồ thị của đại lượng mờ này.

Các đồ thị trên có thể vẽ trên cùng một hên trục tọa độ.

2. Xét biến ngôn ngữ W = "*Thời hạn can thiệp*", xác định bởi bộ ba: <W, R^+, T_W> xác định trên tập số thực dương R^+, T_W gồm các hạng từ mờ được xác định như sau:

a/. Thời hạn can thiệp là ngắn nếu được can thiệp trước 30 phút, có độ trễ 10 phút. Sau 40 phút thì không được coi là ngắn. Hãy xác định hạng từ mờ X = *"ngắn"* của biến ngôn ngữ W bởi một tập con mờ, với hàm thuộc kiểu L. Vẽ đồ thị của đại lượng mờ này.

b/. Thời hạn can thiệp là rất ngắn nếu được can thiệp trước 20 phút, có độ trễ 5 phút. Sau 25 phút thì không được coi là rất ngắn. Hãy xác định hạng từ mờ Y = "*rất ngắn*" của biến ngôn ngữ W bởi một tập con mờ, với hàm thuộc kiểu L. Vẽ đồ thị của đại lượng mờ này.

3. Cho luật mờ:

(R): "Nếu thân nhiệt là *không bình thường* thì thời hạn can thiệp là *ngắn*".

Sử dụng các biến ngôn ngữ và các hạng từ mờ trong bài tập 1 và 2, với phép kéo theo và luật suy diễn modus ponens suy rộng, ta có được kết luận gì về thời hạn can thiệp (W) trong các trường trường hợp quan sát sau:

a/. Thân nhiệt đo được là 36^o7

b/. Thân nhiệt cao hơn 38^oC.

c/. Sau 40 phút, người ta can thiệp thành công, vậy nhiệt độ bệnh nhân nằm trong khoảng nào?