

Học phần: Đại số tuyến tính

Thời gian làm bài: 90 phút

Loại đề thi: Không được sử dụng tài liệu

Đề số 0507

Câu I (2.5 điểm) Trong không gian \mathbb{R}^3 xét họ vectơ:

$$V = \{v_1 = (\lambda, 1, 1), v_2 = (-1, \lambda, 1), v_3 = (1, -1, -1)\}$$

- 1) Với giá trị nào của λ thì họ vectơ V phụ thuộc tuyến tính?
- 2) Chứng minh rằng khi $\lambda = 2$ thì họ vectơ V là một cơ sở của \mathbb{R}^3 . Khi đó hãy tìm tọa độ cột của vectơ $u = (1, 2, 3)$ trong cơ sở V .

Câu II (3 điểm) Trong không gian P_2 các đa thức có bậc không vượt quá 2 với tích vô hướng:

$$\langle p, q \rangle := a_0b_0 + a_1b_1 + a_2b_2 \text{ ở đó } p = a_0x^2 + a_1x + a_2 \text{ và } q = b_0x^2 + b_1x + b_2$$

xét tập hợp $V = \{p = a_0x^2 + a_1x + a_2 \mid a_0 - a_1 - 2a_2 = 0\}$

- 1) Chứng minh rằng V là 1 không gian vectơ con của P_2 .
- 2) Tìm một cơ sở của V và tính số chiều của V .
- 3) Tìm 1 đa thức $h \in P_2, h \neq 0$ thỏa mãn $\langle h, p \rangle = 0, \forall p \in V$

Câu III (3 điểm) Cho ánh xạ $f : M_2 \rightarrow P_2; f\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = (a-d)x^2 + (b+c)x$

- 1) Chứng minh rằng f là một ánh xạ tuyến tính.
- 2) Tìm $\ker f$ và $\text{Im} f$.
- 3) Tìm ma trận của f trong các cơ sở $U = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}$ của M_2 và cơ sở $S = \{x^2, x, 1\}$ của P_2 .

Câu IV (1.5 điểm) Tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của ma trận sau: $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$.

..... Hết

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Cán bộ ra đề

Duyệt đề

Phạm Việt Nga

Đỗ Thị Huệ

Học phần: Đại số tuyến tính

Thời gian làm bài: 90 phút

Loại đề thi: Không được sử dụng tài liệu

Đề số 0508

Câu I (2.5 điểm) Trong không gian \mathbb{R}^3 xét họ vectơ:

$$V = \{v_1 = (1, -1, \lambda), v_2 = (-1, \lambda, 1), v_3 = (-1, 1, 1)\}$$

- 1) Với giá trị nào của λ thì họ vectơ V phụ thuộc tuyến tính?
- 2) Chứng minh rằng khi $\lambda = -2$ thì họ vectơ V là một cơ sở của \mathbb{R}^3 . Khi đó hãy tìm tọa độ cột của vectơ $u = (1, 2, 3)$ trong cơ sở V .

Câu II (3 điểm) Trong không gian P_2 các đa thức có bậc không vượt quá 2 với tích vô hướng:

$$\langle p, q \rangle := a_0b_0 + a_1b_1 + a_2b_2 \text{ ở đó } p = a_0x^2 + a_1x + a_2 \text{ và } q = b_0x^2 + b_1x + b_2$$

xét tập hợp $V = \{p = a_0x^2 + a_1x + a_2 \mid a_0 + 2a_1 - a_2 = 0\}$

- 1) Chứng minh rằng V là 1 không gian vectơ con của P_2 .
- 2) Tìm một cơ sở của V và tính số chiều của V .
- 3) Tìm 1 đa thức $h \in P_2, h \neq 0$ thỏa mãn $\langle h, p \rangle = 0, \forall p \in V$

Câu III (3 điểm) Cho ánh xạ $f : M_2 \rightarrow P_2; f\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = (a+d)x^2 + (b-c)x$

- 1) Chứng minh rằng f là một ánh xạ tuyến tính.
- 2) Tìm $\ker f$ và $\text{Im} f$.
- 3) Tìm ma trận của f trong các cơ sở $U = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right\}$ của M_2 và cơ sở $S = \{x^2, x, 1\}$ của P_2 .

Câu IV (1.5 điểm) Tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của ma trận sau: $\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

..... Hết

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Cán bộ ra đề

Duyệt đề

Phạm Việt Nga

Đỗ Thị Huệ