KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

BỘ MÔN TOÁN

ĐỀ THI **KẾT THÚC** HỌC PHẦN

Tên Học phần: **Đại số tuyến tính**

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: **Tự luận**

Đề số: **09**

Ngày thi: 21/12/2017

Câu I (1.5 điểm) Cho các ma trận $A=\begin{bmatrix}1 & -2 & 0\\ 3 & -1 & 1\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}-3 & 2\\ 0 & 1\\ 4 & 2\end{bmatrix}$.

1. (1.0 đ) Tính AB, BA.
2. (0.5 đ) Tính $\det(BA)$.

Câu II (2.0 điểm) Tìm điều kiện của tham số a để hệ phương trình tuyến tính sau có nghiệm:

$$\begin{cases} -x+4y+5z=0\\ 2x+ay+z=-1\\ ax+32y+4z=6\end{cases}.$$

Câu III (3.0 điểm) Trong không gian vectơ $\mathbb{R}^3$ cho tập $\mathrm{W}=\left\{v=\left(x,y,z\right)\in\mathbb{R}^3 \mid 2y=4x-z\right\}$.

1. (0.5 đ) Hãy chỉ ra một vectơ của W khác vectơ không.
2. (1.0 đ) Chứng minh rằng W là một không gian vectơ con của $\mathbb{R}^3$.
3. (1.5 đ) Tìm một cơ sở và tính số chiều của W.

Câu IV (3.5 điểm) Cho ma trận $A=\begin{bmatrix}-1 & 3\\ 2 & 0\end{bmatrix}$.

1. (1.0 đ) Tính $\det(A-\lambda I)$, từ đó suy ra các giá trị riêng của A.
2. (2.5 đ) Giả sử A là ma trận của ánh xạ tuyến tính $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ trong cở sở chính tắc $U=\{e_1=(1,0),e_2=(0,1)\}$ của $\mathbb{R}^2$.

   a) Chứng tỏ rằng ánh xạ f được xác định bởi công thức $f(x,y)=(-x+3y,2x)$ với (x,y) tùy ý thuộc $\mathbb{R}^2$.

   b) Tìm tọa độ của vectơ $f(2,1)$ trong cơ sở $B=\{u_1=(1,1),u_2=(0,-1)\}$ của $\mathbb{R}^2$.

   c) Vectơ $v=(0,-3)$ có thuộc $\ker f$ không? Tại sao?

   <u>Chú ý:</u> nếu chưa làm được ý a) thì vẫn được sử dụng kết quả của ý a) để làm các ý b) và c).

.... HẾT ....

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm

+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề

Hoàng Thị Thanh Giang

Duyệt đề

Trưởng Bộ môn

Phạm Việt Nga

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
BỘ MÔN TOÁN

ĐỀ THI **KẾT THÚC** HỌC PHẦN

Tên Học phần: **Đại số tuyến tính**

Đề số: **10**
Thời gian làm bài: 75 phút

Ngày thi: 21/12/2017
Loại đề thi: **Tự luận**

Câu I (1.5 điểm) Cho các ma trận $X = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 0 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$.

1. (1.0đ) Tính XY, YX.
2. (0.5đ) Tính $\det(YX)$

Câu II (2.0 điểm) Tìm điều kiện của tham số a để hệ phương trình tuyến tính sau có nghiệm:

$$\begin{cases} -x + 3y - 2z = 0 \\ 3x + ay + z = 1 \\ ax + 27y + z = 4 \end{cases}.$$

Câu III (3.0 điểm) Trong không gian vectơ $\mathbb{R}^3$ cho tập $\mathrm{W} = \{v = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x = y + 4z\}$.

1. (0.5 đ) Hãy chỉ ra một vectơ của W khác vectơ không.
2. (1.0 đ) Chứng minh rằng W là một không gian vec tơ con của $\mathbb{R}^3$.
3. (1.5 đ) Tìm một cơ sở và tính số chiều của W.

Câu IV (3.5 điểm) Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$.

1. (1.0 đ) Tính $\det(A - \lambda I)$, từ đó suy ra các giá trị riêng của A.
2. (2.5 đ) Giả sử A là ma trận của ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ trong cở sở chính tắc $U = \{e_1 = (1,0), e_2 = (0,1)\}$ của $\mathbb{R}^2$.

   a) Chứng tỏ rằng ánh xạ f được xác định bởi công thức $f(x, y) = (2y, 3x + y)$ với (x, y) tùy ý thuộc $\mathbb{R}^2$.

   b) Tìm tọa độ của vectơ $f(1,2)$ trong cơ sở $B = \{u_1 = (1,1), u_2 = (0,-1)\}$ của $\mathbb{R}^2$.

   c) Vectơ $v = (2,0)$ có thuộc $\ker f$ không? Tại sao?

   <u>Chú ý:</u> nếu chưa làm được ý a) thì vẫn được sử dụng kết quả của ý a) để làm các ý b) và c).

.... HẾT ....

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm

+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề
Hoàng Thị Thanh Giang

Duyệt đề
Trưởng Bộ môn
Phạm Việt Nga

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
BỘ MÔN TOÁN

ĐỀ THI **KẾT THÚC** HỌC PHẦN

Tên Học phần: **Đại số tuyến tính**

Đề số: **04**
Thời gian làm bài: 75 phút
Ngày thi: 07/01/2018
Loại đề thi: **Tự luận**

Câu I (3.0 điểm) Cho ma trận $A=\begin{bmatrix}0&0&-2\\2&1&0\\0&1&1\end{bmatrix}$ và I là ma trận đơn vị cấp 3.

1. (1.0đ) Tìm ma trận X thỏa mãn $AA^t+2X=3I$.
2. (2.0đ) Tính $\det(A-\lambda I)$ theo λ. Từ đó tìm các giá trị riêng và véctơ riêng của ma trận A.

Câu II (1.5 điểm) Tìm hạng của ma trận: $A=\begin{bmatrix}1&2&3&-1\\-1&-1&2&-1\\2&0&-12&0\\3&2&-9&-1\end{bmatrix}$

Câu III (2.5 điểm) Trong không gian vectơ $\mathbb{R}^3$ cho tập hợp:

$$V=\left\{v=(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\,|\,x+3y-z=0\right\}$$

1) (1.0 đ) Chứng minh V là một không gian vectơ con của $\mathbb{R}^3$.
2) (1.5 đ) Hãy tìm một cơ sở cho V và tìm tọa độ của véc tơ $u=(-7,2,-1)$ trong cơ sở đó.

Câu IV (3.0 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$ xác định bởi:

$$\forall u=(x,y,z)\in\mathbb{R}^3,\quad f(u)=(x+2z,z-2y).$$

1) (0.75 đ) Cho $u,v\in\mathbb{R}^3$ thỏa mãn $f(u)=(2,-3)$ và $f(v)=(2,-1)$. Tìm $f(2u-3v)$.
2) (0.5 đ) Vectơ $w=(-2,0)$ có thuộc $\operatorname{Im} f$ không ? vì sao?
3) (1.75 đ) Tìm ma trận của f trong cơ sở $U=\left\{u_1=(1,1,0),u_2=(1,0,1),u_3=(1,1,1)\right\}$ của $\mathbb{R}^3$ và cơ sở $V=\left\{v_1=(1,1),v_2=(1,2)\right\}$ của $\mathbb{R}^2$.

.... HẾT ....

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề
Đỗ Thị Huệ

Duyệt đề
Trưởng Bộ môn
Phạm Việt Nga

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
BỘ MÔN TOÁN

ĐỀ THI **KẾT THÚC** HỌC PHẦN

Tên Học phần: **Đại số tuyến tính**

Đề số: **05**

Thời gian làm bài: 75 phút

Ngày thi: 07/01/2018

Loại đề thi: **Tự luận**

Câu I (3.0 điểm) Cho ma trận $A=\begin{bmatrix}0&0&4\\3&1&0\\0&1&1\end{bmatrix}$ và I là ma trận đơn vị cấp 3.

1. (1.0đ) Tìm ma trận X thỏa mãn $A^tA-3X=2I$.
2. (2.0đ) Tính $\det(A-\lambda I)$ theo λ. Từ đó tìm các giá trị riêng và véc tơ riêng của ma trận A.

Câu II (1.5 điểm) Tìm hạng của ma trận $A=\begin{bmatrix}1&-2&1&3\\2&-3&0&10\\-3&4&4&-11\\-2&2&5&-8\end{bmatrix}$.

Câu III (2.5 điểm) Trong không gian vectơ $\mathbb{R}^3$ cho tập hợp:

$$V=\left\{v=\left(x,y,z\right)\in\mathbb{R}^3 \mid x-y+4z=0\right\}$$

1. (1.0 đ) Chứng minh V là một không gian vectơ con của $\mathbb{R}^3$.
2. (1.5 đ) Hãy tìm một cơ sở cho V và tìm tọa độ của véc tơ $u=(7,3,-1)$ trong cơ sở đó.

Câu IV (3.0 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$ xác định bởi:

$$\forall u=\left(x,y,z\right)\in\mathbb{R}^3,\ f(u)=(x-2y,y+2z).$$

1. (0.75 đ) Cho $u,v\in\mathbb{R}^3$ thỏa mãn $f(u)=(2,-3)$ và $f(v)=(2,-1)$. Tìm $f(3u-2v)$.
2. (0.5 đ) Véctơ $w=(-1,0)$ có thuộc $\operatorname{Im} f$ không ? vì sao?
3. (1.75 đ) Tìm ma trận của f trong cơ sở $U=\left\{u_1=(1,1,0),u_2=(1,0,1),u_3=(1,1,1)\right\}$ của $\mathbb{R}^3$ và cơ sở $V=\left\{v_1=(1,1),v_2=(1,2)\right\}$ của $\mathbb{R}^2$.

.... HẾT ....

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm

+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề
Đỗ Thị Huệ

Duyệt đề
Trưởng Bộ môn
Phạm Việt Nga

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
BỘ MÔN TOÁN

Đề số: **02**
Ngày thi: 07/01/2018

ĐỀ THI **KẾT THÚC** HỌC PHẦN

Tên Học phần: **Đại số tuyến tính**
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: **Tự luận**

Câu I (2.0 điểm) Cho ma trận $A=\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$.

1. (1.0 đ) Chứng minh ma trận A khả nghịch.
2. (1.0 đ) Giả sử ma trận nghịch đảo của A là A^{-1}. Tìm ma trận nghịch đảo của ma trận $B=4A^{-1}$.

Câu II (2.0 điểm) Cho biết ma trận $B=\begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{bmatrix}$ có hai giá trị riêng là $\lambda_1=4,\ \lambda_2=-2$.

1. (0.75 đ) Vectơ $u=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ có phải là một véctơ riêng của ma trận B không? Vì sao?
2. (1.25 đ) Tìm tất cả các véctơ riêng ứng với giá trị riêng $\lambda_1=4$ của ma trận B.

Câu III (3.0 điểm) Trong không gian vectơ $\mathbb{R}^3$ cho tập hợp $V=\{u=(x,y,z) \mid x+3y-2z=0\}$ và hệ véctơ $S=\{v_1=(2,1,-1),\ v_2=(1,2,-3),\ v_3=(3,3,0)\}$.

1. (1.0 đ) Chứng minh S là một cơ sở của $\mathbb{R}^3$.
2. (0.5 đ) Cho biết tọa độ của véctơ $v\in\mathbb{R}^3$ trong cơ sở S là $(4,-2,1)$. Tìm v.
3. (1.5 đ) Chứng minh V là không gian véctơ con sinh bởi một hệ véctơ của $\mathbb{R}^3$.

Câu IV (3.0 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$ xác định bởi:

$$u=(x,y,z)\mapsto f(u)=(x+2y-z,\ y-z).$$

1. (1.5 đ) Tìm $\ker f$ và chỉ ra một cơ sở của $\ker f$.
2. (1.5 đ) Tìm ma trận của f trong cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^3$ và cơ sở $S=\{v_1=(2,3), v_2=(1,2)\}$ của $\mathbb{R}^2$.

.... HẾT ....

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề
Nguyễn Hà Thanh

Duyệt đề
Trưởng Bộ môn
Phạm Việt Nga

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

BỘ MÔN TOÁN

ĐỀ THI **KẾT THÚC** HỌC PHẦN

Tên Học phần: **Đại số tuyến tính**

Đề số: **03**

Thời gian làm bài: 75 phút

Ngày thi: 07/01/2018

Loại đề thi: **Tự luận**

Câu I (2.0 điểm) Cho ma trận $A=\begin{bmatrix}1&0&2&0\\0&1&0&2\\2&0&1&0\\0&2&0&1\end{bmatrix}$.

1. (1.0 đ) Chứng minh ma trận A khả nghịch
2. (1.0 đ) Giả sử ma trận nghịch đảo của A là A^{-1}. Tìm ma trận nghịch đảo của ma trận $B=8A^{-1}$.

Câu II (2.0 điểm) Cho biết ma trận $B=\begin{bmatrix}-3&1&-1\\-7&5&-1\\-6&6&-2\end{bmatrix}$ có hai giá trị riêng là $\lambda_1=4,\ \lambda_2=-2$.

1. (0.75 đ) Vectơ $u=\begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix}$ có phải là một véctơ riêng của ma trận B không? Vì sao?
2. (1.25 đ) Tìm tất cả các véctơ riêng ứng với giá trị riêng $\lambda_2=-2$ của ma trận B.

Câu III (3.0 điểm) Trong không gian vectơ $\mathbb{R}^3$ cho tập hợp $V=\left\{u=(x,y,z)\,\middle|\,2x-y-3z=0\right\}$ và hệ véctơ $S=\left\{v_1=(1,1,-2),\ v_2=(2,0,-3),\ v_3=(-1,1,4)\right\}$.

1. (1.0 đ) Chứng minh S là một cơ sở của $\mathbb{R}^3$.
2. (0.5 đ) Cho biết tọa độ của véctơ $v\in\mathbb{R}^3$ trong cơ sở S là $(-2,3,1)$. Tìm v.
3. (1.5 đ) Chứng minh V là không gian véctơ con sinh bởi một hệ véctơ của $\mathbb{R}^3$.

Câu IV (3.0 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$ xác định bởi:

$$u=(x,y,z)\mapsto f(u)=(-x+y-3z,\ y+z).$$

1. (1.5 đ) Tìm $\ker f$ và chỉ ra một cơ sở của $\ker f$.
2. (1.5 đ) Tìm ma trận của f trong cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^3$ và cơ sở $S=\{v_1=(3,2), v_2=(-1,2)\}$ của $\mathbb{R}^2$.

.... HẾT ....

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm

+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề

Nguyễn Hà Thanh

Duyệt đề

Trưởng Bộ môn

Phạm Việt Nga

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN **BỘ MÔN TOÁN**	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính Đáp án đề số : 09

(Ngày thi: 21/12/2017)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu		**Đáp án vắn tắt**	**Điểm**
I **1.5đ**	1	$AB=\begin{bmatrix}-3&0\\-5&7\end{bmatrix}$ $\qquad BA=\begin{bmatrix}3&4&2\\3&-1&1\\10&-10&2\end{bmatrix}$	0.5 0.5
	2	$\det(BA)=...=0$	0.5
II **2.0đ**		$A^{bs}=\left[\begin{array}{ccc\|c}-1&4&5&0\\2&a&1&-1\\a&32&4&6\end{array}\right]$	0.25
		$\xrightarrow[aH_1+H_3]{2H_1+H_2}\left[\begin{array}{ccc\|c}-1&4&5&0\\0&a+8&11&-1\\0&32+4a&4+5a&6\end{array}\right]$	0.25
		$\xrightarrow{-4H_2+H_3}\left[\begin{array}{ccc\|c}-1&4&5&0\\0&a+8&11&-1\\0&0&5a-40&10\end{array}\right]=\left[A'\middle\|b'\right]=C$	0.25
		* $a=-8$: từ hàng 2 và 3 của mt C có $\begin{cases}11z=-1\\-80z=40\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}z=-1/11\\z=-1/2\end{cases}$ Hệ VN * $a=8$: hàng 3 của mt C cho ta: $0z=10\rightarrow$ hệ VN * $a\neq\pm8$: hệ có nghiệm vì $r(A)=r(A')=3=r(C)=r(A^{bs})$ KL: Vậy hệ có nghiệm khi $a\neq\pm8$.	0.25 0.25 0.25 0.25 0.25
III **3.0đ**	1	Cho $x=1,z=2$ thì đk $2y=4x-z$ cho ta $y=2$. Suy ra vectơ $u=(1,2,2)\in$ W	0.5
	2	**<u>Cách 1:</u>** Đk $2y=4x-z\Leftrightarrow z=4x-2y$ $\Rightarrow \mathrm{W}=\{v=(x,y,4x-2y)\mid x,y\in\mathbb{R}\}$	0.25
		$\mathrm{W}=\{v=(x,0,4x)+(0,y,-2y)\mid x,y\in\mathbb{R}\}$	0.25
		$=\{v=x(1,0,4)+y(0,1,-2)\mid x,y\in\mathbb{R}\}$	
		$\mathrm{W}=span\{u_1=(1,0,4),u_2=(0,1,-2)\}$ Suy ra W là 1 kgvt con của $\mathbb{R}^3$.	0.25 0.25
		<u>Cách 2:</u> Sử dụng ĐN +) $\mathrm{W}\neq\varnothing$ do vectơ $0=(0,0,0)\in$ W **(0.25đ)** +) G/s $v_1=(x_1,y_1,z_1),v_2=(x_2,y_2,z_2)\in$ W, $\alpha\in\mathbb{R}$ $v_1+v_2=(x_1+x_2,y_1+y_2,z_1+z_2)$, $\alpha v_1=(\alpha x_1,\alpha y_1,\alpha z_1)$ Viết đúng đk ứng với $v_1,v_2\in$ W **(0.25đ)** +) Kt W đóng kín đv phép cộng vectơ của $\mathbb{R}^3$ **(0.25đ)** +) Kt W đóng kín đv phép nhân vectơ của $\mathbb{R}^3$ với vô hướng **(0.25đ)**	
	3	$U=\{u_1=(1,0,4),u_2=(0,1,-2)\}$ là 1 hệ sinh của W	0.5
		C/m U đltt $\Rightarrow\{u_1,u_2\}$ là cơ sở của W $\Rightarrow$ dimW=2	0.5 0.5
IV **3.5đ**	1	$\|A-\lambda I\|=(-\lambda)(-1-\lambda)-6=\lambda^2+\lambda-6$ $\|A-\lambda I\|=0\Leftrightarrow\lambda=-3\vee\lambda=2$. Mt A có 2 gtr là -3 và 2	0.5 0.5
	2	**<u>C1:</u>** $f(e_1)=-e_1+2e_2;\quad f(e_2)=3e_1$ **(0.25đ)** $u=(x,y)=xe_1+ye_2\Rightarrow f(u)=xf(e_1)+yf(e_2)$ **(0.25đ)** $f(u)=(-x+3y)e_1+(2x)e_2=(-x+3y,2x)$ **(0.5đ)** **<u>C2:</u>** $u=(x,y)\Rightarrow u_{[U]}=\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}$ **(0.25đ)** $\Rightarrow f(u)_{[U]}=\begin{bmatrix}-1&3\\2&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-x+3y\\2x\end{bmatrix}$ **(0.5đ)** $\Rightarrow f(u)=(-x+3y,2x)$ **(0.25đ)**	1.0
		$f(2,1)=(1,4)=u_1-3u_2$ **(0.5đ)** $\Rightarrow f(2,1)_B=(1,-3)$	0.75
		$f(v)=(-9,0)\neq(0,0)$ **(0.5đ)** $\Rightarrow v\notin\ker f$	0.75

Cán bộ ra đề: Hoàng Thị Thanh Giang

Cán bộ soạn đáp án	Duyệt đáp án
Lê Thị Hạnh	Phạm Việt Nga

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN **BỘ MÔN TOÁN**	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính Đáp án đề số : 10

(Ngày thi: 21/12/2017)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu		**Đáp án vắn tắt**	**Điểm**
I **1.5đ**	1	$XY=\begin{bmatrix}-1&-1\\11&0\end{bmatrix}$ $\quad YX=\begin{bmatrix}-2&13&-1\\-1&3&0\\6&-4&-2\end{bmatrix}$	0.5 0.5
	2	$\det(YX)=...=0$	0.5
II **2.0đ**		$A^{bs}=\left[\begin{array}{ccc\|c}-1&3&-2&0\\3&a&1&1\\a&27&1&4\end{array}\right]\xrightarrow[aH_1+H_3]{3H_1+H_2}\left[\begin{array}{ccc\|c}-1&3&-2&0\\0&a+9&-5&1\\0&27+3a&1-2a&4\end{array}\right]$	0.25 0.25
		$\xrightarrow{-3H_2+H_3}\left[\begin{array}{ccc\|c}-1&3&-2&0\\0&a+9&-5&1\\0&0&16-2a&1\end{array}\right]=\left[A'\|b'\right]=C$	0.25
		* $a=-9$: từ hàng 2 và 3 của mt C có $\begin{cases}-5z=1\\34z=1\end{cases}\to$ hệ VN * $a=8$: hàng 3 của mt C cho ta: $0z=1\to$ hệ VN * $a\neq-9,\ a\neq8$: hệ có nghiệm vì $r(A)=r(A')=3=r(C)=r(A^{bs})$ KL: Vậy hệ có nghiệm khi $a\neq-9$ và $a\neq8$.	0.25 0.25 0.25 0.25 0.25
III **3.0đ**	1	Cho $y=0,z=1$ thì từ đk $2x=y+4z$ có $x=2$. Suy ra vectơ $u=(2,0,1)\in W$	0.5
	2	**<u>Cách 1:</u>** Đk $2x=y+4z\Leftrightarrow y=2x-4z$ $\Rightarrow W=\{v=(x,2x-4z,z)\mid x,z\in\mathbb{R}\}$	0.25
		$W=\{v=(x,2x,0)+(0,-4z,z)\mid x,z\in\mathbb{R}\}$ $=\{v=x(1,2,0)+z(0,-4,1)\mid x,z\in\mathbb{R}\}$	0.25
		$W=span\{u_1=(1,2,0),u_2=(0,-4,1)\}$ Suy ra W là 1 kgvt con của $\mathbb{R}^3$.	0.25 0.25
		<u>Cách 2:</u> Sử dụng ĐN	
		+) $W\neq\varnothing$ do vectơ $0=(0,0,0)\in W$ **(0.25đ)** +) G/s $v_1=(x_1,y_1,z_1),v_2=(x_2,y_2,z_2)\in W$, $\alpha\in\mathbb{R}$ $v_1+v_2=(x_1+x_2,y_1+y_2,z_1+z_2)$, $\alpha v_1=(\alpha x_1,\alpha y_1,\alpha z_1)$ Viết đúng đk ứng với $v_1,v_2\in W$ **(0.25đ)** +) Kt W đóng kín đv phép cộng vectơ của $\mathbb{R}^3$ **(0.25đ)** +) Kt W đóng kín đv phép nhân vectơ của $\mathbb{R}^3$ với vô hướng **(0.25đ)**	
	3	$U=\{u_1=(1,2,0),u_2=(0,-4,1)\}$ là 1 hệ sinh của W	0.5
		C/m U đltt $\Rightarrow\{u_1,u_2\}$ là cơ sở của W $\Rightarrow$ dimW=2	0.5 0.5
IV **3.5đ**	1	$\|A-\lambda I\|=(-\lambda)(1-\lambda)-6=\lambda^2-\lambda-6$ $\|A-\lambda I\|=0\Leftrightarrow\lambda=3\vee\lambda=-2$. Mt A có 2 gtr là 3 và -2	0.5 0.5
	2	**<u>C1:</u>** $f(e_1)=3e_2$; $\quad f(e_2)=2e_1+e_2$ **(0.25đ)** $u=(x,y)=xe_1+ye_2\Rightarrow f(u)=xf(e_1)+yf(e_2)$ **(0.25đ)** $f(u)=(2y)e_1+(3x+y)e_2\ =(2y,3x+y)$ **(0.5đ)** **<u>C2:</u>** $u=(x,y)\Rightarrow u_{[U]}=\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}$ **(0.25đ)** $\Rightarrow f(u)_{[U]}=\begin{bmatrix}0&2\\3&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2y\\3x+y\end{bmatrix}$ **(0.5đ)** $\Rightarrow f(u)=(2y,3x+y)$ **(0.25đ)**	1.0
		$f(1,2)=(4,5)=4u_1-u_2$ **(0.5đ)** $\quad\Rightarrow f(1,2)_B=(4,-1)$	0.75
		$f(v)=(0,6)\neq(0,0)$ **(0.5đ)** $\quad\Rightarrow v\notin\ker f$	0.75

Cán bộ ra đề: Hoàng Thị Thanh Giang

Cán bộ soạn đáp án $\qquad\qquad$ Duyệt đáp án

Lê Thị Hạnh $\qquad\qquad$ Phạm Việt Nga

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN **BỘ MÔN TOÁN**	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính Đáp án đề số : 04

(Ngày thi: 07/01/2018)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu		**Đáp án vắn tắt**	**Điểm**
I **3.0đ**	1	$A^t=\begin{bmatrix}0&2&0\\0&1&1\\-2&0&1\end{bmatrix}$ **(0.25đ)** $\Rightarrow A.A^t=\begin{bmatrix}4&0&-2\\0&5&1\\-2&1&2\end{bmatrix}$	0.25 0.25
		$X=\frac{3}{2}I-\frac{1}{2}A.A^t$ **(0.25đ)** $=\begin{bmatrix}-0.5&0&1\\0&-1&-0.5\\1&-0.5&0.5\end{bmatrix}$	0.25 0.25
	2	$A-\lambda I=\begin{bmatrix}-\lambda&0&-2\\2&1-\lambda&0\\0&1&1-\lambda\end{bmatrix}$, $\det(A-\lambda I)=-\lambda(1-\lambda)^2-4$	0.25 0.5
		$\det(A-\lambda I)=0\Leftrightarrow\lambda=-1$. Mt A chỉ có 1 gtr là $\lambda=-1$.	0.25
		véctơ riêng ứng với gtr $\lambda=-1$ của mt A là các vectơ $X=\begin{bmatrix}x&y&z\end{bmatrix}^t\neq 0$ thỏa mãn $(A+I)X=0$	0.25
		$\begin{cases}x-2z=0\\2x+2y=0\\y+2z=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2z\\y=-2z\end{cases}\rightarrow X=\begin{bmatrix}2z&-2z&z\end{bmatrix}^t, z\neq 0$	0.25 0.25 0.25
II **1.5đ**		$A\xrightarrow[-3H_1+H_4]{H_1+H_2,\ -2H_1+H_3}\begin{bmatrix}1&2&3&-1\\0&1&5&-2\\0&-4&-18&2\\0&-4&-18&2\end{bmatrix}$	0.25 0.25 0.25
		$\xrightarrow[-H_3+H_4]{4H_2+H_3}\begin{bmatrix}1&2&3&-1\\0&1&5&-2\\0&0&2&-6\\0&0&0&0\end{bmatrix}=B\rightarrow r(A)=r(B)=3$	0.5 0.25
III **2.5đ**	1	**Cách 1:** Đk $x+3y-z=0\Leftrightarrow z=x+3y$ $\Rightarrow V=\{v=(x,y,x+3y)\mid x,y\in\mathbb{R}\}$	0.25 0.25
		$V=\{v=x(1,0,1)+y(0,1,3)\mid x,y\in\mathbb{R}\}$	0.25
		$\Rightarrow V=span\{u_1=(1,0,1),u_2=(0,1,3)\}$ V là 1 kgvt con của $\mathbb{R}^3$	0.25
		Cách 2: +) $V\neq\varnothing$ do vectơ $0=(0,0,0)\in V$ **(0.25đ)** +) G/s $v_1=(x_1,y_1,z_1),v_2=(x_2,y_2,z_2)\in V$, $\alpha\in\mathbb{R}$ $v_1+v_2=(x_1+x_2,y_1+y_2,z_1+z_2)$, $\alpha v_1=(\alpha x_1,\alpha y_1,\alpha z_1)$ Viết đúng đk ứng với $v_1,v_2\in V$ **(0.25đ)** +) Kt V đóng kín đv phép cộng vectơ của $\mathbb{R}^3$ **(0.25đ)** +) Kt V đóng kín đv phép nhân vectơ của $\mathbb{R}^3$ với vô hướng **(0.25đ)**	
	2	Một hệ sinh của V là $S=\{u_1=(1,0,1),u_2=(0,1,3)\}$. (**Chú ý:** nếu c/m câu 1 theo cách 2 thì phải c/m rõ ý này).	0.5
		Hệ S gồm 2 vectơ khác 0 và không tỷ lệ nên đltt. Hệ $S=\{u_1,u_2\}$ là 1 cơ sở của V	0.5
		$u=-7u_1+2u_2$ **(0.25đ)** $\Rightarrow u_S=(-7,2)$	0.5
IV **3.0đ**	1	$f(2u-3v)=2f(u)-3f(v)$ **(0.25đ)** $=...=(-2,-3)$	0.75
	2	$w=(-2,0)\in\operatorname{Im}f\Leftrightarrow\exists u=(x,y,z)\mid f(u)=(-2,0)$ $\begin{cases}x+2z=-2\\z-2y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}z=2y\\x=-4y-2\end{cases}$	0.25
		VD chọn $\begin{cases}x=-2\\y=z=0\end{cases}$ có $u=(-2,0,0)$ t/m $f(u)=w$. $\rightarrow w\in\operatorname{Im}f$ **Chú ý:** nếu sv chỉ luôn được 1 vectơ u t/m $f(u)=w$ thì vẫn được đủ 0.5đ	0.25
	2	$f(u_1)=(1,-2)$, $f(u_2)=(3,1)$, $f(u_3)=(3,-1)$	0.75
		Với $(a,b)\in\mathbb{R}^2$ có: $x,y\in\mathbb{R}$ t/m $xv_1+yv_2=(a,b)$ khi $\{x+y=a,x+2y=b\Leftrightarrow\{x=2a-b,y=-a+b$	0.25
		$\Rightarrow\begin{cases}(1,-2)=4v_1-3v_2\\(3,1)=5v_1-2v_2\\(3,-1)=7v_1-4v_2\end{cases}\Rightarrow A=\begin{bmatrix}4&5&7\\-3&-2&-4\end{bmatrix}$ (Nếu SV viết nhầm thành A^t thì không cho điểm mt A)	0.5 0.25

Cán bộ ra đề: Đỗ Thị Huệ

Cán bộ soạn đáp án	Duyệt đáp án
Đỗ Thị Huệ	Phạm Việt Nga

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN **BỘ MÔN TOÁN**	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính Đáp án đề số : 05

(Ngày thi: 07/01/2018)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu		Đáp án vắn tắt	Điểm
I **3.0đ**	1	$A^t=\begin{bmatrix}0&3&0\\0&1&1\\4&0&1\end{bmatrix}$ **(0.25đ)** $\Rightarrow A^t.A=\begin{bmatrix}9&3&0\\3&2&1\\0&1&17\end{bmatrix}$	0.25 0.25
		$X=\frac{1}{3}A^t.A-\frac{2}{3}I$ **(0.25đ)** $=\begin{bmatrix}7/3&1&0\\1&0&1/3\\0&1/3&5\end{bmatrix}$	0.25 0.25
	2	$A-\lambda I=\begin{bmatrix}-\lambda&0&4\\3&1-\lambda&0\\0&1&1-\lambda\end{bmatrix}$, $\det(A-\lambda I)=12-\lambda(1-\lambda)^2$	0.25 0.5
		$\det(A-\lambda I)=0\Leftrightarrow\lambda=3$. Mt A chỉ có 1 gtr là $\lambda=3$.	0.25
		véctơ riêng ứng với gtr $\lambda=3$ của mt A là các vectơ $X=\begin{bmatrix}x&y&z\end{bmatrix}^t\neq 0$ thỏa mãn $(A-3I)X=0$	0.25
		$\begin{cases}-3x+4z=0\\3x-2y=0\\y-2z=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=(4/3)z\\y=2z\end{cases}$ $\to X=\begin{bmatrix}(4/3)z&2z&z\end{bmatrix}^t, z\neq 0$	0.5 0.25
II **1.5đ**		$A\xrightarrow[2H_1+H_4]{\substack{-2H_1+H_2\\3H_1+H_3}}\begin{bmatrix}1&-2&1&3\\0&1&-2&4\\0&-2&7&-2\\0&-2&7&-2\end{bmatrix}$	0.25 0.25 0.25
		$\xrightarrow[-H_3+H_4]{2H_2+H_3}\begin{bmatrix}1&-2&1&3\\0&1&-2&4\\0&0&3&6\\0&0&0&0\end{bmatrix}=B \quad \to r(A)=r(B)=3$	0.5 0.25
III **2.5đ**	1	**<u>Cách 1:</u>** Đk $x-y+4z=0\Leftrightarrow y=x+4z$ $\Rightarrow V=\{v=(x,x+4z,z)\mid x,z\in\mathbb{R}\}$	0.25 0.25
		$V=\{v=x(1,1,0)+z(0,4,1)\mid x,z\in\mathbb{R}\}$	0.25
		$\Rightarrow V=span\{u_1=(1,1,0),u_2=(0,4,1)\}$ V là 1 kgvt con của $\mathbb{R}^3$	0.25
		<u>Cách 2:</u> +) $V\neq\varnothing$ do vectơ $0=(0,0,0)\in V$ **(0.25đ)** +) G/s $v_1=(x_1,y_1,z_1),v_2=(x_2,y_2,z_2)\in V$, $\alpha\in\mathbb{R}$ $v_1+v_2=(x_1+x_2,y_1+y_2,z_1+z_2)$, $\alpha v_1=(\alpha x_1,\alpha y_1,\alpha z_1)$ Viết đúng đk ứng với $v_1,v_2\in V$ **(0.25đ)** +) Kt V đóng kín đv phép cộng vectơ của $\mathbb{R}^3$ **(0.25đ)** +) Kt V đóng kín đv phép nhân vectơ của $\mathbb{R}^3$ với vô hướng **(0.25đ)**	
	2	Một hệ sinh của V là $S=\{u_1=(1,1,0),u_2=(0,4,1)\}$. (**<u>Chú ý:</u>** nếu c/m câu 1 theo cách 2 thì phải c/m rõ ý này).	0.5
		Hệ S gồm 2 vectơ khác 0 và không tỷ lệ nên đltt. Hệ $S=\{u_1,u_2\}$ là 1 cơ sở của V	0.5
		$u=7u_1-u_2$ **(0.25đ)** $\Rightarrow u_S=(7,-1)$	0.5
IV **3.0đ**	1	$f(3u-2v)=3f(u)-2f(v)$ **(0.25đ)** $=\ldots=(2,-7)$	0.75
	2	$w=(-1,0)\in\operatorname{Im}f\Leftrightarrow\exists u=(x,y,z)\mid f(u)=(-1,0)$ $\begin{cases}x-2y=-1\\y+2z=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-2z\\x=-4z-1\end{cases}$'	0.25
	2	VD chọn $\begin{cases}x=-1\\y=z=0\end{cases}$ có $u=(-1,0,0)$ t/m $f(u)=w$. $\to w\in\operatorname{Im}f$ **<u>Chú ý:</u>** nếu sv chỉ luôn được 1 vectơ u t/m $f(u)=w$ thì vẫn được đủ 0.5đ	0.25
	2	$f(u_1)=(-1,1)$, $f(u_2)=(1,2)$, $f(u_3)=(-1,3)$	0.75
		Với $(a,b)\in\mathbb{R}^2$ có: $x,y\in\mathbb{R}$ t/m $xv_1+yv_2=(a,b)$ khi $\{x+y=a,x+2y=b\Leftrightarrow\{x=2a-b,y=-a+b$	0.25
		$\begin{cases}(-1,1)=-3v_1+2v_2\\(1,2)=v_2\\(-1,3)=-5v_1+4v_2\end{cases}\Rightarrow A=\begin{bmatrix}-3&0&-5\\2&1&4\end{bmatrix}$ (Nếu SV viết nhầm thành A^t thì không cho điểm A)	0.5 0.25

Cán bộ ra đề: Đỗ Thị Huệ

Cán bộ soạn đáp án	Duyệt đáp án
Đỗ Thị Huệ	Phạm Việt Nga

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN **BỘ MÔN TOÁN**	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính Đáp án đề số : 02

(Ngày thi: 07/01/2018)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu		**Đáp án vắn tắt**	**Điểm**
I **2.0đ**	1	$\det A = -2\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ **(0.25đ)** $= \ldots = 9$	0.25 0.5
		$\det A \neq 0$ suy ra A khả nghịch	0.25
	2	$AA^{-1} = I_4$ **(0.25đ)** $\Leftrightarrow \left(\frac{1}{4}A\right)\left(4A^{-1}\right) = I_4$ hay $\left(\frac{1}{4}A\right)B = I_4$	0.25 0.25
		Suy ra mt nghịch đảo của B là $\frac{1}{4}A$ **(0.25đ)** $\Rightarrow B^{-1} = [\ldots]$	0.25 0.25
		Chú ý: nếu: +) tìm được cụ thể ma trận A^{-1} (0.5đ) +) tìm ra ma trận B^{-1} (0.5đ)	
II **2.0đ**	1	$Bu = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 \end{bmatrix}^t$	0.5
		$Bu = -2u \Rightarrow u$ là 1vtr của mt B ứng với gtr $\lambda_2 = -2$	0.25
	2	véctơ riêng ứng với gtr $\lambda_1 = 4$ của mt B là các vectơ $X = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^t \neq 0$ thỏa mãn $(B - 4I_3)X = 0$	0.25
		Hệ $\begin{cases} -3x - 3y + 3z = 0 \\ 3x - 9y + 3z = 0 \\ 6x - 6y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6x + 3z = 0 \\ -6x + 3z = 0 \\ y = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x \\ z = 2x \end{cases}.$	0.25 0.25 0.25
		$X = \begin{bmatrix} x & x & 2x \end{bmatrix}^t, x \neq 0$	0.25
III **3.0đ**	1	Số vectơ của hệ S là 3, bằng số chiều của kg $\mathbb{R}^3$ nên: hệ S là một cơ sở của $\mathbb{R}^3$ khi và chỉ khi hệ S đltt.	0.25
		Cách 1: G/s có $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$ để $x_1v_1 + x_2v_2 + x_3v_3 = 0$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ -x_1 - 3x_2 = 0 \end{cases}$ **(0.25đ)** $\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \end{cases} \rightarrow S$ đltt (SV được phép bấm máy tính để giải hệ pttt)	0.25 0.25 0.25
		Cách 2: Lập mt vuông A có các cột chính là các vectơ của hệ S viết dưới dạng cột: $A = [\ldots]$ Vì $\det A = 12 \neq 0$ nên hệ S đltt	0.25 0.5
	2	$v = 4v_1 - 2v_2 + 1v_3$ **(0.25đ)** $= (9,3,2)$	0.5
	3	**Cách 1:** Đk $x + 3y - 2z = 0 \Leftrightarrow x = -3y + 2z$ $\Rightarrow V = \{v = (-3y + 2z, y, z) \mid y, z \in \mathbb{R}\}$	0.25 0.25
		$V = \{v = y(-3,1,0) + z(2,0,1) \mid y, z \in \mathbb{R}\}$	0.5
		$\Rightarrow V = span\{u_1 = (-3,1,0), u_2 = (2,0,1)\}$ V là 1 kgvt con của $\mathbb{R}^3$ sinh bởi hệ $U = \{u_1, u_2\}$	0.25 0.25
		Cách 2: +) $V \neq \varnothing$ do vectơ $0 = (0,0,0) \in V$ **(0.25đ)** +) G/s $v_1 = (x_1, y_1, z_1), v_2 = (x_2, y_2, z_2) \in V$, $\alpha \in \mathbb{R}$ $v_1 + v_2 = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2)$, $\alpha v_1 = (\alpha x_1, \alpha y_1, \alpha z_1)$ Viết đúng đk ứng với $v_1, v_2 \in V$ **(0.25đ)** +) Kt V đóng kín đv phép cộng vectơ của $\mathbb{R}^3$ **(0.25đ)** +) Kt V đóng kín đv phép nhân vectơ của $\mathbb{R}^3$ với vô hướng **(0.25đ)** C/m $U = \{u_1, u_2\}$ là 1 hệ sinh của V **(0.5đ)**	
IV **3.0đ**	1	$u = (x,y,z) \in \ker f \Leftrightarrow (x + 2y - z, y - z) = 0$ $\Leftrightarrow \{x + 2y - z = 0, y - z = 0 \Leftrightarrow \{x = -z, y = z$ $\rightarrow \ker f = \{(-z, z, z) \mid z \in \mathbb{R}\}$	0.25 0.5 0.25
		$\ker f = span\{v = (-1,1,1)\}$ mà $v \neq 0$ nên hệ $\{v = (-1,1,1)\}$ là 1 cơ sở của $\ker f$	0.25 0.25
	2	$E = \{e_1 = (1,0,0), e_2 = (0,1,0), e_3 = (0,0,1)\}$, $f(e_1) = (1,0)$, $f(e_2) = (2,1)$, $f(e_3) = (-1,-1)$	0.25 0.25
		Với $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ có: $x, y \in \mathbb{R}$ t/m $xv_1 + yv_2 = (a,b)$ khi $\{2x + y = a, 3x + 2y = b \Leftrightarrow \{x = 2a - b, y = -3a + 2b$	0.25
		$\begin{cases} (1,0) = 2v_1 - 3v_2 \\ (2,1) = 3v_1 - 4v_2 \\ (-1,-1) = -v_1 + v_2 \end{cases} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -3 & -4 & 1 \end{bmatrix}$	0.5 0.25

Cán bộ ra đề: Nguyễn Hà Thanh

Cán bộ soạn đáp án: Nguyễn Hữu Hải

Duyệt đáp án: Phạm Việt Nga

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN **BỘ MÔN TOÁN**	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính Đáp án đề số : 03

(Ngày thi: 07/01/2018)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu		Đáp án vắn tắt	Điểm
I **2.0đ**	1	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ **(0.25đ)** $= \ldots = 9$	0.25 0.5
		$\det A \neq 0$ suy ra A khả nghịch	0.25
	2	$AA^{-1} = I_4$ **(0.25đ)** $\Leftrightarrow \left(\frac{1}{8}A\right)\left(8A^{-1}\right) = I_4$ hay $\left(\frac{1}{8}A\right)B = I_4$ Suy ra mt nghịch đảo của B là $\frac{1}{8}A$ **(0.25đ)** $\Rightarrow B^{-1} = [\ldots]$	0.25 0.25 0.25 0.25
		<u>Chú ý:</u> nếu: +) tìm được cụ thể ma trận A^{-1} (0.5đ) +) tìm ra ma trận B^{-1} (0.5đ)	
II **2.0đ**	1	$Bu = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 4 \end{bmatrix}^t$	0.5
		$Bu = 4u \Rightarrow u$ là 1vtr của mt B ứng với gtr $\lambda_1 = 4$	0.25
	2	véctơ riêng ứng với gtr $\lambda_2 = -2$ của mt B là các vectơ $X = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^t \neq 0$ thỏa mãn $(B + 2I_3)X = 0$	0.25
		Hệ $\begin{cases} -x + y - z = 0 \\ -7x + 7y - z = 0 \\ -6x + 6y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 0 \\ y = x \end{cases}.$	0.25 0.5
		$X = \begin{bmatrix} x & x & 0 \end{bmatrix}^t, x \neq 0$	0.25
III **3.0đ**	1	Số vectơ của hệ S là 3, bằng số chiều của kg $\mathbb{R}^3$ nên: hệ S là một cơ sở của $\mathbb{R}^3$ khi và chỉ khi hệ S đltt.	0.25
		<u>Cách 1:</u> G/s có $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$ để $x_1v_1 + x_2v_2 + x_3v_3 = 0$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + x_3 = 0 \\ -2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$ **(0.25đ)** $\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \end{cases} \rightarrow S$ đltt (SV được phép bấm máy tính giải hệ pttt)	0.25 0.25 0.25
		<u>Cách 2:</u> Lập mt vuông A có các cột chính là các vectơ của hệ S viết dưới dạng cột: $A = [\ldots]$ Vì $\det A = -6 \neq 0$ nên hệ S đltt	0.25 0.5
	2	$v = -2v_1 + 3v_2 + 1v_3$ **(0.25đ)** $= (3, -1, -1)$	0.5
	3	**<u>Cách 1:</u>** Đk $2x - y - 3z = 0 \Leftrightarrow y = 2x - 3z$ $\Rightarrow V = \{v = (x, 2x - 3z, z) \mid x, z \in \mathbb{R}\}$	0.25 0.25
		$V = \{v = x(1,2,0) + z(0,-3,1) \mid x, z \in \mathbb{R}\}$	0.5
		$\Rightarrow V = span\{u_1 = (1,2,0), u_2 = (0,-3,1)\}$ V là 1 kgvt con của $\mathbb{R}^3$ sinh bởi hệ $U = \{u_1, u_2\}$	0.25 0.25
		<u>Cách 2:</u> +) $V \neq \varnothing$ do vectơ $0 = (0,0,0) \in V$ **(0.25đ)** +) G/s $v_1 = (x_1, y_1, z_1), v_2 = (x_2, y_2, z_2) \in V$, $\alpha \in \mathbb{R}$ $v_1 + v_2 = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2)$, $\alpha v_1 = (\alpha x_1, \alpha y_1, \alpha z_1)$ Viết đúng đk ứng với $v_1, v_2 \in V$ **(0.25đ)** +) Kt V đóng kín đv phép cộng vectơ của $\mathbb{R}^3$ **(0.25đ)** +) Kt V đóng kín đv phép nhân vectơ của $\mathbb{R}^3$ với vô hướng **(0.25đ)** C/m $U = \{u_1, u_2\}$ là 1 hệ sinh của V **(0.5đ)**	
IV **3.0đ**	1	$u = (x,y,z) \in \ker f \Leftrightarrow (-x + y - 3z, y + z) = 0$ $\Leftrightarrow \{-x + y - 3z = 0, y + z = 0 \Leftrightarrow \{x = -4z, y = -z$ $\rightarrow \ker f = \{(-4z, -z, z) \mid z \in \mathbb{R}\}$	0.25 0.5 0.25
		$\ker f = span\{v = (-4,-1,1)\}$ mà $v \neq 0$ nên hệ $\{v = (-4,-1,1)\}$ là 1 cơ sở của $\ker f$	0.25 0.25
	2	$E = \{e_1 = (1,0,0), e_2 = (0,1,0), e_3 = (0,0,1)\}$, $f(e_1) = (-1,0)$, $f(e_2) = (1,1)$, $f(e_3) = (-3,1)$	0.25 0.25
		Với $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ có: $x, y \in \mathbb{R}$ t/m $xv_1 + yv_2 = (a,b)$ khi $\{3x - y = a, 2x + 2y = b \Leftrightarrow \{x = \frac{1}{4}a + \frac{1}{8}b, y = -\frac{1}{4}a + \frac{3}{8}b$	0.25
		$\begin{cases} (-1,0) = (-1/4)v_1 + (1/4)v_2 \\ (1,1) = (3/8)v_1 + (1/8)v_2 \\ (-3,1) = (-5/8)v_1 + (9/8)v_2 \end{cases} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & \frac{3}{8} & -\frac{5}{8} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{8} & \frac{9}{8} \end{bmatrix}$	0.5 0.25

Cán bộ ra đề: Nguyễn Hà Thanh

Cán bộ soạn đáp án — Duyệt đáp án

Nguyễn Hữu Hải — Phạm Việt Nga