

Đề số: 08

Ngày thi: 23/12/2017

Tên Học phần: Toán cao cấp

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: Tự luận

Câu I (2.0 điểm) Cho các ma trận $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$.

- (0.5 đ) Đặt $C = BA = (c_{ij})_{2 \times 3}$. Tính c_{12}, c_{23} .
- (1.5 đ) Tìm ma trận nghịch đảo của ma trận A (nếu có).

Câu II (1.5 điểm) Cho hệ phương trình với tham số m :

$$\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ x + y - 3z = -2 \\ my - 2z = 1 \end{cases}$$

- (1.0 đ) Tìm điều kiện của m để hệ phương trình trên có nghiệm.
- (0.5 đ) Tìm nghiệm của hệ phương trình khi $m = 1$.

Câu III (2.5 điểm)

- (1.0 đ) Tính vi phân của hàm số $f(x) = \frac{\ln(2x+1)}{x+3}$ tại $x = 1$.
- (1.5 đ) Tính tích phân $I = \int_3^4 \frac{\sqrt{x-3}}{x-2} dx$.

Câu IV (2.0 điểm) Tìm các điểm cực trị (nếu có) của hàm số:

$$f(x, y) = 8x^3 - \frac{1}{4}y^2 - 6x + 2y + 1.$$

Câu V (2.0 điểm) Giải phương trình vi phân tuyến tính:

$$y' + \frac{2}{x}y = \frac{3\cos x}{x^2}$$

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề
Phan Quang Sáng

Duyệt đề
Trưởng Bộ môn
Phạm Việt Nga

Đề số: 09

Ngày thi: 23/12/2017

Tên Học phần: Toán cao cấp

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: Tự luận

Câu I (2.0 điểm) Cho các ma trận $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & 0 \\ -3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

- (0.5 đ) Đặt $C = BA = (c_{ij})_{2 \times 3}$. Tính c_{13}, c_{21} .
- (1.5 đ) Tìm ma trận nghịch đảo của ma trận A (nếu có).

Câu II (1.5 điểm) Cho hệ phương trình với tham số m :

$$\begin{cases} x - y + 2z = -1 \\ 2y + mz = -1 \\ x + 3y + z = 2 \end{cases}$$

- (1.0 đ) Tìm điều kiện của m để hệ phương trình trên có nghiệm.
- (0.5 đ) Tìm nghiệm của hệ phương trình khi $m = 1$.

Câu III (2.5 điểm)

- (1.0 đ) Tính vi phân của hàm số $f(x) = \frac{\ln(2x+3)}{x+1}$ tại $x = 2$.
- (1.5 đ) Tính tích phân $I = \int_2^3 \frac{\sqrt{x-2}}{x-1} dx$.

Câu IV (2.0 điểm) Tìm các điểm cực trị (nếu có) của hàm số:

$$f(x, y) = 8y^3 - \frac{1}{4}x^2 - 2x - 6y + 2.$$

Câu V (2.0 điểm) Giải phương trình vi phân tuyến tính:

$$y' + \frac{3}{x}y = \frac{2 \sin x}{x^3}$$

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề
Phan Quang Sáng

Duyệt đề
Trưởng Bộ môn
Phạm Việt Nga

Đề số: 10

Ngày thi: 23/12/2017

Tên Học phần: **Toán cao cấp**

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: **Tự luận**

Câu I (3.5 điểm) Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 2 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 1 & m \end{bmatrix}$.

- (1.5 đ) Tính hạng của ma trận A khi $m = -2$.
- (2.0 đ) Từ ma trận A **bỏ hàng 3 và cột 2** ta thu được ma trận vuông B .
 - Tính định thức của ma trận B theo m .
 - Tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của ma trận B khi $m \neq 0$.

Câu II (3.0 điểm)

- (1.0 đ) Cho hàm số f thỏa mãn $f(0) = 0; f'(0) = 1$ và hàm số g xác định bởi $g(x) = f(x)e^{3x+1}$. Tìm vi phân của hàm số g tại $x = 0$.
- (2.0 đ) Vẽ hình, đánh dấu phần hình giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = e^x$, $y = -x^2 + 2x$, đường thẳng $x = 0$ và $x = 2$ rồi tính diện tích hình giới hạn đó.

Câu III (2.0 điểm) Tìm các điểm cực trị (nếu có) của hàm số:

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 5y - 8\ln x + 3\ln y - 2 \quad \text{với } x > 0, y > 0.$$

Câu IV (1.5 điểm) Giải phương trình vi phân với biến số phân ly: $y' = \frac{xy}{\sqrt{x^2 + 4} \cdot \ln y}$

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề
Nguyễn Thị Huyền

Duyệt đề
Trưởng Bộ môn
Phạm Việt Nga

Đề số: 11

Ngày thi: 23/12/2017

Tên Học phần: **Toán cao cấp**

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: **Tự luận**

Câu I (3.5 điểm) Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 5 & 4 \\ -1 & 2 & 2 & m \end{bmatrix}$.

- (1.5 đ) Tính hạng của ma trận A khi $m = -2$.
- (2.0 đ) Từ ma trận A **bỏ hàng 2 và cột 3** ta thu được ma trận vuông B .
 - Tính định thức của ma trận B theo m .
 - Tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của ma trận B khi $m \neq 1$.

Câu II (3.0 điểm)

- (1.0 đ) Cho hàm số f thỏa mãn $f(0) = 0, f'(0) = 1$ và hàm số g xác định bởi $g(x) = f(x) \ln(x^2 + 1)$. Tìm vi phân của hàm số g tại $x = 0$.
- (2.0 đ) Vẽ hình, đánh dấu phần hình giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = e^x + 1, y = -x^2$, đường thẳng $x = -1$ và $x = 1$ rồi tính diện tích phần hình giới hạn đó.

Câu III (2.0 điểm) Tìm các điểm cực trị (nếu có) của hàm số:

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 5x + 3 \ln x - 8 \ln y + 1 \text{ với } x > 0, y > 0.$$

Câu IV (1.5 điểm) Giải phương trình vi phân với biến số phân ly: $y' = \frac{e^x \sqrt{y^2 + 3}}{(e^x + 1)y}$

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề
Nguyễn Thị Huyền

Duyệt đề
Trưởng Bộ môn
Phạm Việt Nga

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Toán cao cấp Đáp án đề thi số: 08
---	--

(Ngày thi: 23/12/2017)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 2.0đ	1 $c_{12} = 6; c_{23} = 4$	0.5
	$\det(A) = -8 \neq 0$ nên A khả nghịch	0.25
	$A^* = \begin{bmatrix} -2 & -2 & -4 \\ 1 & 5 & -2 \\ 4 & 4 & 0 \end{bmatrix}$	1.0
	$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1/4 & 1/4 & 1/2 \\ -1/8 & -5/8 & 1/4 \\ -1/2 & -1/2 & 0 \end{bmatrix}$	0.25
II 1.5đ	$A^{bs} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & -2 \\ 0 & m & -2 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{-h1+h2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -4 & -3 \\ 0 & m & -2 & 1 \end{bmatrix}$	0.25
	$\xrightarrow{mh2+h3} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & -2-4m & 1-3m \end{bmatrix}$	0.25
	Hệ có nghiệm $\Leftrightarrow r(A) = r(\bar{A}) \Leftrightarrow m \neq -1/2$	0.5
	2 Nghiệm hệ $\left(\frac{-8}{3}; \frac{5}{3}; \frac{1}{3} \right)$	0.5
III 2.5đ	$f' = \frac{2(x+3)}{2x+1} - \ln(2x+1)$	0.5
	$f'(1) = \frac{8-3\ln 3}{48}$	0.25
	$df(1) = \frac{8-3\ln 3}{48} dx$	0.25
	2 $u = \sqrt{x-3} \Rightarrow u^2 = x-3 \Rightarrow 2udu = dx$ $u: 0 \rightarrow 1$	0.25

	$I = 2 \int_0^1 \frac{u^2}{u^2+1} du = 2 \int_0^1 \left(1 - \frac{1}{u^2+1}\right) du$	0.5														
	$= 2(u - \arctan u) \Big _0^1$	0.5														
	$= 2\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$	0.25														
IV 2.0đ	$f'_x = 24x^2 - 6; f'_y = -\frac{y}{2} + 2$	0.5														
	$A = f''_{xx} = 48x; B = f''_{xy} = 0; C = f''_{yy} = -\frac{1}{2};$	0.5														
	Các điểm dừng $M_1\left(\frac{1}{2}; 4\right); M_2\left(-\frac{1}{2}; 4\right)$	0.5														
	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>Điểm</th> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th>$AC - B^2$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>M_1</td> <td>24</td> <td>0</td> <td>-1/2</td> <td>-12</td> </tr> <tr> <td>M_2</td> <td>-24</td> <td>0</td> <td>-1/2</td> <td>12</td> </tr> </tbody> </table>	Điểm	A	B	C	$AC - B^2$	M_1	24	0	-1/2	-12	M_2	-24	0	-1/2	12
Điểm	A	B	C	$AC - B^2$												
M_1	24	0	-1/2	-12												
M_2	-24	0	-1/2	12												
	Hàm số có 1 điểm cực đại là $M_2\left(-\frac{1}{2}; 4\right)$															
V 2.0đ	Đặt $y = uv \Rightarrow y' = u'v + uv'$	0.25														
	PT trở thành $u'v + u\left(v' + \frac{2}{x}v\right) = 3\frac{\cos x}{x^2}$	0.25														
	$v' + \frac{2}{x}v = 0 \Leftrightarrow \frac{dv}{v} = -\frac{2}{x}dx \Leftrightarrow v = \frac{1}{x^2}$	0.5														
	$u' = 3\cos x \Leftrightarrow u = 3\sin x + C$	0.5														
	Nghiệm TQPTVP $y = uv = \frac{1}{x^2}(3\sin x + C)$	0.5														

Cán bộ ra đề: Phan Quang Sáng
Cán bộ soạn đáp án
Lê Thị Diệu Thùy

Duyệt đáp án
Phạm Việt Nga

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Toán cao cấp Đáp án đề thi số: 09
---	--

(Ngày thi: 23/12/2017)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 2.0đ	1 $c_{13} = 0; c_{21} = -2$	0.5
	$\det(A) = -8$	0.25
	$A^* = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 4 \\ -2 & 5 & 4 \\ -4 & -2 & 0 \end{bmatrix}$	0.1
	$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1/4 & -1/8 & -1/2 \\ 1/4 & -5/8 & -1/2 \\ 1/2 & 1/4 & 0 \end{bmatrix}$	0.25
II 1.5đ	1 $A^{bs} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & m & -1 \\ 1 & 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{-h1+h3} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & m & -1 \\ 0 & 4 & -1 & 3 \end{bmatrix}$	0.25
	$\xrightarrow{-2h2+h3} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -m \\ 0 & 2 & m & -1 \\ 0 & 0 & -1-2m & 5 \end{bmatrix}$	0.25
	Hệ có nghiệm $\Leftrightarrow r(A) = r(\bar{A}) \Leftrightarrow m \neq -1/2$	0.5
	2 Nghiệm hệ $\left(\frac{8}{3}; \frac{1}{3}; -\frac{5}{3}\right)$	0.5
III 2.5đ	1 $f' = \frac{2(x+1)}{2x+3} - \ln(2x+3)$	0.5
	$f'(2) = \frac{6-7\ln 7}{63}$	0.25
	$df(2) = \frac{6-7\ln 7}{63} dx$	0.25
	2 $u = \sqrt{x-2} \Rightarrow u^2 = x-2 \Rightarrow 2udu = dx$ $u: 0 \rightarrow 1$	0.25

	$I = 2 \int_0^1 \frac{u^2}{u^2+1} du = 2 \int_0^1 \left(1 - \frac{1}{u^2+1}\right) du$	0.5															
	$= 2(u - \arctan u) \Big _0^1$	0.5															
	$= 2\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$	0.25															
IV 2.0đ	$f'_x = -\frac{x}{2} - 2; f'_y = 24y^2 - 6;$	0.5															
	$A = f''_{xx} = -\frac{1}{2}; B = f''_{xy} = 0; C = f''_{yy} = 48y;$	0.5															
	Các điểm dừng $M_1\left(-4; \frac{1}{2}\right); M_2\left(-4; -\frac{1}{2}\right)$	0.5															
	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>Điểm</th> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th>$AC - B^2$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>M_1</td> <td>-1/2</td> <td>0</td> <td>24</td> <td>-12</td> </tr> <tr> <td>M_2</td> <td>-1/2</td> <td>0</td> <td>-24</td> <td>12</td> </tr> </tbody> </table>	Điểm	A	B	C	$AC - B^2$	M_1	-1/2	0	24	-12	M_2	-1/2	0	-24	12	0.5
	Điểm	A	B	C	$AC - B^2$												
M_1	-1/2	0	24	-12													
M_2	-1/2	0	-24	12													
Hàm số có 1 điểm cực đại là $M_2\left(-4; -\frac{1}{2}\right)$																	
V 2.0đ	Đặt $y = uv \Rightarrow y' = u'v + uv'$	0.25															
	PT trở thành $u'v + u\left(v' + \frac{3}{x}v\right) = 2\frac{\sin x}{x^3}$	0.25															
	$v' + \frac{3}{x}v = 0 \Leftrightarrow \frac{dv}{v} = -\frac{3}{x}dx \Leftrightarrow v = \frac{1}{x^3}$	0.5															
	$u' = 2\sin x \Leftrightarrow u = -2\cos x + C$	0.5															
	Nghiệm TQPTVP $y = uv = \frac{1}{x^3}(-2\cos x + C)$	0.5															

Cán bộ ra đề: Phan Quang Sáng
Cán bộ soạn đáp án
Lê Thị Diệu Thùy

Duyệt đáp án
Phạm Việt Nga

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Toán cao cấp Đáp án đề thi số: 10
---	--

(Ngày thi: 23/12/2017)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
1	$A \xrightarrow{\begin{matrix} -2H_1+H_2 \\ -2H_1+H_3 \\ -H_1+H_4 \end{matrix}} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 7 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & -3 \end{bmatrix}$	0.5
	$\xrightarrow{\begin{matrix} -H_2+H_3 \\ 2H_2+H_4 \end{matrix}} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 12 & -5 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -9 \end{bmatrix}$	0.5 0.25
	$r(A) = 4$	0.25
	$B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & m \end{bmatrix}; \quad B^{-1} = \frac{1}{\det B} \begin{bmatrix} B_{11} & B_{21} & B_{31} \\ B_{12} & B_{22} & B_{32} \\ B_{13} & B_{23} & B_{33} \end{bmatrix}$ $\det(B) = \dots = 4m$	0.25 0.25 0.25
2	$B^{-1} = \frac{1}{4m} \begin{bmatrix} -2 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & m & 1 & m \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & m & 1 & m \end{bmatrix}$	0.5
	$B^{-1} = \frac{1}{4m} \begin{bmatrix} -1-2m & 1+3m & -1 \\ 1-2m & m-1 & 1 \\ 4 & -4 & 4 \end{bmatrix}$	0.5
	$= \begin{bmatrix} (-1-2m)/(4m) & (1+3m)/(4m) & -1/(4m) \\ (1-2m)/(4m) & (m-1)/(4m) & 1/(4m) \\ 1/m & -1/m & 1/m \end{bmatrix}$	0.25

1	$g'(x) = f'(x)e^{3x+1} + 3f(x)e^{3x+1}$	0.5
	$g'(0) = e \Rightarrow dg(0) = edx$	0.5
II 3.0đ	Vẽ đúng đường cong $y = e^x$	0.25
	Vẽ đúng đường cong $y = -x^2 + 2x$	0.25
	đánh dấu đúng phần diện tích cần tính	0.5
2	$s = \int_0^2 (e^x + x^2 - 2x) dx = \left(e^x + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big _0^2 = e^2 - \frac{7}{3}$	0.5 0.5
	CHÚ Ý: Nếu sv không vẽ hình thì vẫn được chấm điểm phần tính diện tích nếu đúng	
III 2.0đ	$f'_x = 2x - \frac{8}{x}; f'_y = 2y - 5 + \frac{3}{y}$	0.5
	$\begin{cases} f'_x = 0 \\ f'_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \\ 2y^2 - 5y + 3 = 0 \end{cases}$	0.5
	Hàm số có các điểm dừng (2;1); (2;3/2) do $x > 0, y > 0$	
	$f''_{xx} = 2 + \frac{8}{x^2}; f''_{xy} = 0; f''_{yy} = 2 - \frac{3}{y^2}$	0.5
	+) Tại (2;1) ta có $A = 4; B = 0; C = -1$ $\Rightarrow AC - B^2 = -4 < 0$. Hàm số ko đạt cực trị +) Tại (2;3/2) ta có $A = 4; B = 0; C = 2/3$ $\Rightarrow AC - B^2 = \frac{8}{3} > 0$. Hàm số đạt cực tiểu tại (2;3/2)	0.25 0.25
IV 1.5đ	pt $\Leftrightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{xy}{\sqrt{x^2+4} \ln y} \Leftrightarrow \frac{\ln y}{y} dy = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}} dx$	0.5
	$\Leftrightarrow \int \frac{\ln y}{y} dy = \int \frac{x}{\sqrt{x^2+4}} dx$	0.25
	$\frac{1}{2}(\ln y)^2 + C = \sqrt{x^2+4}, \quad C$ là hằng số tùy ý	0.5
	TPTQ: $\frac{1}{2}(\ln y)^2 - \sqrt{x^2+4} + C = 0$	0.25

Cán bộ ra đề: Nguyễn Thị Huyền (B)

Cán bộ soạn đáp án
Nguyễn Thị Huyền (B)

Duyệt đáp án
Phạm Việt Nga

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Toán cao cấp Đáp án đề thi số: 11
---	--

(Ngày thi: 23/12/2017)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 3.5đ	$A \xrightarrow[\begin{matrix} -3H_1+H_3 \\ H_1+H_4 \end{matrix}]{-2H_1+H_2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & -4 & 4 \\ 0 & 1 & 5 & -2 \end{bmatrix}$	0.5
	$\xrightarrow[\begin{matrix} -H_2+H_3 \\ 2H_2+H_4 \end{matrix}]{} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 8 & -4 \\ 0 & 0 & 8 & -4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 8 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	0.5
	$r(A) = 3$	0.5
	$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & m \end{bmatrix}; \quad B^{-1} = \frac{1}{\det B} \begin{bmatrix} B_{11} & B_{21} & B_{31} \\ B_{12} & B_{22} & B_{32} \\ B_{13} & B_{23} & B_{33} \end{bmatrix}$ $\det(B) = \dots = 4m - 4$	0.25 0.25 0.25
II 3.0đ	$B^{-1} = \frac{1}{4m-4} \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 & 0 \\ 2 & m & 2 & m \\ 3 & 4 & 1 & 0 \\ -1 & m & -1 & m \\ 3 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$	0.5
	$B^{-1} = \frac{1}{4m-4} \begin{bmatrix} m-8 & m & -4 \\ -3m-4 & m & -4 \\ 7 & -1 & 4 \end{bmatrix}$	0.5
	$= \begin{bmatrix} (m-8)/(4m-4) & m/(4m-4) & -1/(m-1) \\ (-3m-4)/(4m-4) & m/(4m-4) & -1/(m-1) \\ 7/(4m-4) & -1/(4m-4) & 1/(m-1) \end{bmatrix}$	0.25

III 2.0đ	$g'(x) = f'(x) \ln(x^2 + 1) + \frac{2x}{x^2 + 1} f(x)$	0.5
	$g'(0) = 0 \Rightarrow dg(0) = 0dx = 0$	0.5
IV 1.5đ	Vẽ đúng đường cong $y = e^x + 1$	0.25
	Vẽ đúng đường cong $y = -x^2$	0.25
	đánh dấu đúng phần diện tích cần tính	0.5
	$s = \int_{-1}^1 (e^x + 1 + x^2) dx = \left(e^x + x + \frac{x^3}{3} \right) \Big _{-1}^1 = e - \frac{1}{e} + \frac{8}{3}$	0.5 0.5
CHÚ Ý: Nếu sv không vẽ hình thì vẫn được chấm điểm phần tính diện tích nếu đúng		
III 2.0đ	$f'_x = 2x - 5 + \frac{3}{x}; \quad f'_y = 2y - \frac{8}{y}$	0.5
	$\begin{cases} f'_x = 0 \\ f'_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = 4 \\ 2x^2 - 5x + 3 = 0 \end{cases}$	0.5
	Hàm số có các điểm dừng (1;2); (3/2;2) do $x > 0, y > 0$	0.5
	$f''_{xx} = 2 - \frac{3}{x^2}; f''_{xy} = 0; f''_{yy} = 2 + \frac{8}{y^2}$	0.5
+) Tại (1;2) ta có $A = -1; B = 0; C = 4$ $\Rightarrow AC - B^2 = -4 < 0$. Hàm số ko đạt cực trị		
+) Tại (3/2;2) ta có $A = 2/3; B = 0; C = 4$ $\Rightarrow AC - B^2 = \frac{8}{3} > 0$. Hàm số đạt cực tiểu tại (3/2;2).		0.5
IV 1.5đ	$pt \Leftrightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{e^x \sqrt{y^2 + 3}}{y(e^x + 1)} \Leftrightarrow \frac{y}{\sqrt{y^2 + 3}} dy = \frac{e^x}{e^x + 1} dx$	0.5
	$\Leftrightarrow \int \frac{y}{\sqrt{y^2 + 3}} dy = \int \frac{e^x}{e^x + 1} dx$	0.25
	$\Leftrightarrow \sqrt{y^2 + 3} + C = \ln(e^x + 1), \quad C \text{ là hằng số tùy ý}$	0.5
	TPTQ: $\sqrt{y^2 + 3} - \ln(e^x + 1) + C = 0$	0.25

Cán bộ ra đề: Nguyễn Thị Huyền (B)

Cán bộ soạn đáp án
Nguyễn Thị Huyền (B)

Duyệt đáp án
Phạm Việt Nga