

**Câu I (4.0 điểm)**

Cho các ma trận  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ ,  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  và  $B = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 5 & 3 \\ 4 & 1 & -3 & -2 \\ -1 & 5 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & m \end{bmatrix}$ .

1. (1.5 đ) Tìm các phần tử nằm ở hàng 3 của ma trận  $(-2AA')$ .
2. (1.5 đ) Tìm ma trận  $C$  (nếu có) thỏa mãn  $CA = I$ .
3. (1.0 đ) Với giá trị nào của tham số  $m$  thì hạng của ma trận  $B$  bằng 3?

**Câu II (2.5 điểm)**

1. (1.0 đ) Tính đạo hàm cấp 2 của hàm số  $f(x) = \ln(2x^2 + 3)$ .
2. (1.5 đ) Tính tích phân  $\int_0^{+\infty} (2x+3)e^{-x} dx$ .

**Câu III (2.0 điểm)** Cho hàm số  $f(x, y) = 11x^2 + 7y^2 - 12xy - 8x - 18y + 36$ .

1. (1.0 đ) Tìm vi phân toàn phần của hàm số tại điểm  $(1; 2)$ .
2. (1.0 đ) Điểm  $(2; 3)$  có phải là điểm cực trị của hàm số không? Nếu có hãy chỉ ra giá trị cực trị của hàm số tại điểm đó.

**Câu IV (1.5 điểm)** Giải phương trình vi phân với biến số phân ly :

$$(\sqrt{x} + e^{2x})y - (3y+1)y' = 0$$

..... HẾT .....

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm  
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề  
Nguyễn Thị Huyền

Duyệt đề  
Trưởng Bộ môn  
Phạm Việt Nga

**Câu I (4.0 điểm)**

Cho các ma trận  $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ ,  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  và  $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ -2 & -3 & 1 & 4 \\ 3 & 5 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & m \end{bmatrix}$ .

1. (1.5 đ) Tìm các phần tử nằm ở hàng 2 của ma trận  $(-3A^t \cdot A)$
2. (1.5 đ) Tìm ma trận  $C$  (nếu có) thỏa mãn  $CA = I$ .
3. (1.0 đ) Với giá trị nào của tham số  $m$  thì hạng của ma trận  $B$  bằng 3?

**Câu II (2.5 điểm)**

1. (1.0 đ) Tính đạo hàm cấp 2 của hàm số  $f(x) = \ln(3x^2 + 2)$ .
2. (1.5 đ) Tính tích phân  $\int_0^{+\infty} (2x+1)e^{-x} dx$ .

**Câu III (2.0 điểm)** Cho hàm số  $f(x, y) = 7x^2 + 11y^2 - 12xy - 18x - 8y + 30$ .

1. (1.0 đ) Tìm vi phân toàn phần của hàm số tại điểm  $(2; 1)$ .
2. (1.0 đ) Điểm  $(3; 2)$  có phải là điểm cực trị của hàm số không? Nếu có hãy chỉ ra giá trị cực trị của hàm số tại điểm đó.

**Câu IV (1.5 điểm)** Giải phương trình vi phân với biến số phân ly :

$$(\sqrt{y} + e^{3y})xy' - (2x-1) = 0$$

..... HẾT .....

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm  
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề  
Nguyễn Thị Huyền

Duyệt đề  
Trưởng Bộ môn  
Phạm Việt Nga

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	<b>ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN</b> Tên học phần: Toán cao cấp Đáp án đề thi số: 04
---	--

(Ngày thi: 02/6 /2018)

**Ghi chú:** Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
<b>I 4.0đ</b>	Viết đúng $A'$	0.25
	$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 8 \end{bmatrix}$	0.75
	$-2 \begin{bmatrix} 4 & 2 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & -4 & -16 \end{bmatrix}$	0.5
	Có $\det A = 20 \Rightarrow A$ khả nghịch	0.25
	Tìm được mt phụ hợp $A^* = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 10 & 0 & -5 \\ 2 & 4 & -7 \end{bmatrix}$	0.75
	Kết luận: $C = A^{-1} = \begin{bmatrix} 1/10 & 1/5 & 3/20 \\ 1/2 & 0 & -1/4 \\ 1/10 & 1/5 & -7/20 \end{bmatrix}$	0.5
	<b>Chú ý:</b> Nếu chỉ tìm $A^{-1}$ mà không kết luận $C = A^{-1}$ thì được 0.25đ	
	$B \xrightarrow{\cdot} \begin{bmatrix} -1 & -2 & 5 & 3 \\ 0 & -7 & 17 & 10 \\ 0 & 7 & -3 & -2 \\ 0 & -7 & 17 & m+9 \end{bmatrix}$	0.5
	$\xrightarrow{\cdot} \begin{bmatrix} -1 & -2 & 5 & 3 \\ 0 & -7 & 17 & 10 \\ 0 & 0 & 14 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & m-1 \end{bmatrix} \cdot r(B) = 3 \Leftrightarrow m = 1$	0.25 0.25
	<b>II 2.5đ</b>	$f'(x) = \frac{4x}{2x^2+3}$ $f''(x) = \frac{4(3-2x^2)}{(2x^2+3)^2}$

<b>2</b>	$I = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_0^b (2x+3)e^{-x} dx$	0.25 0.25
	Đặt $u = 2x+3 \Rightarrow u' = 2$ $v' = e^{-x} \Rightarrow v = -e^{-x}$	
	$I = \lim_{b \rightarrow +\infty} \left[ -(2x+3)e^{-x} \Big _0^b + 2 \int_0^b e^{-x} dx \right]$	0.25
	$= \lim_{b \rightarrow +\infty} \left[ -\frac{2b+3}{e^b} + 3 - 2(e^{-b} - 1) \right]$ $= 5 - \lim_{b \rightarrow +\infty} \frac{2}{e^b} = 5$ (l'Hospital)	0.25 0.5
<b>III 2.0đ</b>	$f'_x = 22x - 12y - 8; \quad f'_y = 14y - 12x - 18$	0.5
	$df(1;2) = f'_x(1;2)dx + f'_y(1;2)dy = -10dx - 2dy$	0.5
	Do $\begin{cases} f'_x(2;3) = 0 \\ f'_y(2;3) = 0 \end{cases} \Rightarrow (2;3)$ là một điểm dừng của $f$	0.25
	$f''_{xx} = 22; \quad f''_{xy} = -12; \quad f''_{yy} = 14$	0.25
	Tại $(2;3)$ ta có $A = 22; B = -12; C = 14$ $\Rightarrow AC - B^2 = 154 > 0; \text{ mà } A = 22 > 0$ $\Rightarrow$ H/s đạt cực tiểu $f_{ct} = 1$	0.25 0.25
	<b>IV 1.5đ</b>	$pt \Leftrightarrow \frac{3y+1}{y} dy = (\sqrt{x} + e^{2x}) dx$
$\int \frac{3y+1}{y} dy = 3y + \ln y  + c_1$ $\int (\sqrt{x} + e^{2x}) dx = \frac{2}{3}x^{3/2} + \frac{1}{2}e^{2x} + c_2$	0.75	
TPTQ của ptvp là $3y + \ln y  - \left( \frac{2}{3}x^{3/2} + \frac{1}{2}e^{2x} \right) = c$	0.25	

Cán bộ ra đề: Nguyễn Thị Huyền (B)

Cán bộ soạn đáp án

Đỗ Thị Huệ

Duyệt đáp án

Phạm Việt Nga

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	<b>ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN</b> Tên học phần: Toán cao cấp Đáp án đề thi số: 05
---	--

(Ngày thi: 02/6/2018)

**Ghi chú:** Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
<b>I 4.0đ</b>	Viết đúng $A'$	0.25
	$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 6 & -10 \end{bmatrix}$	0.75
	$-3 \begin{bmatrix} -1 & 6 & -10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -18 & 30 \end{bmatrix}$	0.5
	Có $\det A = 5 \Rightarrow A$ khả nghịch	
	Tìm được mt phụ hợp $A^* = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 10 & 6 & -9 \\ 5 & 4 & -6 \end{bmatrix}$	0.75
	Kết luận $C = A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1/5 & 1/5 \\ 2 & 6/5 & -9/5 \\ 1 & 4/5 & -6/5 \end{bmatrix}$	0.5
	<b>Chú ý:</b> Nếu chỉ tìm $A^{-1}$ mà không kết luận $C = A^{-1}$ thì được 0.25đ	
	$B \xrightarrow{\dots} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 7 & 2 \\ 0 & -1 & -11 & 2 \\ 0 & 0 & -4 & m+1 \end{bmatrix}$	0.5
	$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & -4 & m+1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & m-3 \end{bmatrix}$	0.25
	$r(B) = 3 \Leftrightarrow m = 3$	0.25

<b>II 2.5đ</b>	1	$f'(x) = \frac{6x}{3x^2 - 2}; \quad f''(x) = \frac{-6(2 + 3x^2)}{(3x^2 - 2)^2}$	0.5 0.5
	2	$I = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_0^b (2x+1)e^{-x} dx$	0.25
		$u = 2x+1 \Rightarrow u' = 2 \quad v' = e^{-x} \Rightarrow v = -e^{-x}$	0.25
		$I = \lim_{b \rightarrow +\infty} \left[ -(2x+1)e^{-x} \Big _0^b + 2 \int_0^b e^{-x} dx \right]$	0.25
		$= \lim_{b \rightarrow +\infty} \left[ -\frac{2b+1}{e^b} + 1 - 2(e^{-b} - 1) \right]$	0.25
		$= 3 - \lim_{b \rightarrow +\infty} \frac{2}{e^b} = 3 \quad (\text{L'Hospital})$	0.5
<b>III 2.0đ</b>	1	$f'_x = 14x - 12y - 18; \quad f'_y = 22y - 12x - 8;$ $df(2;1) = f'_x(2;1)dx + f'_y(2;1)dy = -2dx - 10dy$	0.5 0.5
	2	Do $\begin{cases} f'_x(3;2) = 0 \\ f'_y(3;2) = 0 \end{cases} \Rightarrow (3;2)$ là một điểm dừng	0.25
		$f''_{xx} = 14; f''_{yy} = -12; f''_{xy} = 22$	0.25
		$\Rightarrow$ Tại $(3;2)$ ta có $A = 14; B = -12; C = 22$ $\Rightarrow AC - B^2 = 154 > 0; A = 14 > 0$ $\Rightarrow$ Hs đạt cực tiểu $f_{ct} = -5$	0.25 0.25
<b>IV 1.5đ</b>		pt $\Leftrightarrow (\sqrt{y} + e^{3y})dy = \frac{2x-1}{x} dx$	0.5
		$\int (\sqrt{y} + e^{3y}) dy = \frac{2}{3} y^{3/2} + \frac{1}{3} e^{3y} + c_1$	0.75
		$\int (2 - \frac{1}{x}) dx = 2x - \ln x  + c_2$	
	TPTQ của ptvp là $\frac{2}{3} y^{3/2} + \frac{1}{3} e^{3y} - (2x - \ln x ) = c$	0.25	

Cán bộ ra đề: Nguyễn Thị Huyền (B)

Cán bộ soạn đáp án

Đỗ Thị Huệ

Duyệt đáp án

Phạm Việt Nga