Toán cao cấp

Chương 1: Ma trận - Định thức - Hệ phương trình tuyến tính

GV: Phạm Việt Nga

Bộ môn Toán, Khoa CNTT, Học viện Nông nghiệp Việt Nam

02/2019

Nội dung

Nội dung

Ma trận

Ma trận thực cỡ $m \times n$ với $m, n \in \mathbb{N}$

Một bảng gồm $m.n$ số thực được xếp thành m hàng, n cột $\longrightarrow$ ma trận thực (ma trận) cỡ $m \times n$.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots\ldots & a_{1n} \\ . & . & \ldots\ldots & . \\ a_{i1} & a_{i2} & \ldots\ldots & a_{in} \\ . & . & \ldots\ldots & . \\ a_{m1} & a_{mj} & \ldots\ldots & a_{mn} \end{bmatrix}, \qquad A = [a_{ij}]_{m \times n}$$

a_{ij}: phần tử nằm ở hàng i, cột j của ma trận A.
Ký hiệu ma trận bởi $A, B, C, \ldots$.

Ví dụ: $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -4 & 1 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 5 \\ 4 & 3 & 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$.

$\mathbf{h}_i = \begin{bmatrix} a_{i1} & \dots a_{ij} & \dots a_{in} \end{bmatrix}$: ma trận hàng thứ i (hàng thứ i, vectơ hàng thứ i);

$\mathbf{c}_j = \begin{bmatrix} a_{1j} \\ \vdots \\ a_{ij} \\ \vdots \\ a_{mj} \end{bmatrix}$: ma trận cột thứ j (cột thứ j, vectơ cột thứ j).

$\longrightarrow$ Ma trận A có thể viết thành $A = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1 \\ \mathbf{h}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{h}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_1 & \mathbf{c}_2 & \dots & \mathbf{c}_n \end{bmatrix}$

Ma trận

Ma trận chuyển vị

Ma trận $A = [a_{ij}]_{m\times n}$. Ma trận chuyển vị của A được ký hiệu là $A^t = [a_{ji}]_{n\times m}$,

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} \ldots\ldots a_{1j} \ldots\ldots a_{1n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \color{red}{a_{i1} \ldots\ldots a_{ij} \ldots\ldots a_{in}} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1} \ldots\ldots a_{mj} \ldots\ldots a_{mn} \end{bmatrix} \longrightarrow A^t = \begin{bmatrix} a_{11} \ldots\ldots \color{red}{a_{i1}} \ldots\ldots a_{m1} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{1j} \ldots\ldots \color{red}{a_{ij}} \ldots\ldots a_{mj} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{1n} \ldots\ldots \color{red}{a_{in}} \ldots\ldots a_{mn} \end{bmatrix}$$

Hai ma trận bằng nhau

Hai ma trận A và B được gọi là bằng nhau nếu chúng cùng cỡ và các phần tử ở cùng vị trí của hai ma trận bằng nhau.

Một số ma trận đặc biệt

Ma trận không

Ma trận cấp $m \times n$ có *tất cả các phần tử bằng 0* được gọi là ma trận không cấp $m \times n$, ký hiệu $\theta_{m\times n}$ hoặc θ hoặc đơn giản là $\mathbf{0}$.

Ma trận vuông

Ma trận $A = [a_{ij}]_{n\times n}$ gồm *n hàng, n cột* được gọi là ma trận vuông cấp n.

- $a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{nn}$: *các phần tử chéo* của ma trận A (nằm trên đường chéo chính);
- $tr(A) = a_{11} + a_{22} + \cdots + a_{nn}$ gọi là vết của ma trận A;
- A là *ma trận đối xứng* nếu $a_{ij} = a_{ji}, \forall i, j$.

Ma trận chéo cấp n

Ma trận $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ vuông cấp n có $a_{ij} = 0, \forall i \neq j$.

Ma trận đơn vị cấp n

Ma trận chéo cấp n có *các phần tử chéo bằng 1*, ký hiệu I_n hoặc I.

Ma trận tam giác

Ma trận tam giác trên: $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ vuông cấp n có $a_{ij} = 0, \forall i > j$.
Ma trận tam giác dưới: $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ vuông cấp n có $a_{ij} = 0, \forall i < j$.

Ma trận dạng bậc thang

- Các hàng không (nếu có) nằm phía dưới của ma trận;
- Với hai hàng khác không: phần tử khác không đầu tiên của hàng trên thuộc cột bên trái của cột chứa phần tử khác không đầu tiên của hàng dưới.

Các phép toán trên ma trận

Phép cộng các ma trận cùng cấp

Cho $A = [a_{ij}]_{m\times n}$ và $B = [b_{ij}]_{m\times n}$. Tổng của hai ma trận A và B là ma trận $C = A + B = [c_{ij}]_{m\times n}$ với $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$

Phép nhân một ma trận với một số thực

Cho $\alpha \in \mathbb{R}$ và $A = [a_{ij}]_{m\times n}$. Tích của ma trận A với số thực α là ma trận cùng cấp với A, ký hiệu αA, có phần tử ở hàng i cột j là αa_{ij}.

$\longrightarrow$ Với A, B là hai ma trận cùng cấp, hiệu $A - B$ được định nghĩa bởi $A - B = A + (-1)B$.

Phép nhân hai ma trận

- **Nhân ma trận hàng với ma trận cột**

  Cho $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \end{bmatrix}$ và $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$.

  Tích của ma trận hàng **a** và ma trận cột **b** là ma trận **c** gồm duy nhất 1 phần tử

$$\mathbf{c} = \mathbf{ab} = \begin{bmatrix} c_{11} \end{bmatrix} \text{ với } c_{11} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n.$$

- **Phép nhân hai ma trận**

  Cho $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ và $B = [b_{jk}]_{n \times p}$ $(m, n, p \in \mathbb{N})$. Tích của ma trận A và ma trận B (theo thứ tự đó) là ma trận ký hiệu $A.B$ (hoặc AB) cấp $m \times p$, với phần tử ở hàng i cột k là

$$c_{ik} = a_{i1} b_{1k} + a_{i2} b_{2k} + \cdots + a_{in} b_{nk} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} b_{jk}$$

Chú ý

- Chỉ có tích ma trận AB khi

  số cột của ma trận A=số hàng của ma trận B
- $A = [a_{ij}]_{m\times n}$ và $B = [b_{jk}]_{n\times p} \Longrightarrow AB = [c_{ik}]_{m\times p}$.
- Tích của hai ma trận không có tính chất giao hoán.

Ví dụ: Cho $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -4 & 1 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 5 \\ 4 & 3 & 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$.

Viết ma trận A^t, B^t, C^t và tính $3A - C^t$, AB, BA, BC (nếu có).

Một số tính chất

1. $A + (B + C) = (A + B) + C$
2. $A + B = B + A$
3. $A + \theta = \theta + A = A$
4. $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B, \forall \alpha \in \mathbb{R}$
5. $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A, \forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}$
6. $0.A = \theta;\ 1.A = A$
7. $A(BC) = (AB)C$
8. $A(B + C) = AB + AC$
9. $\theta_{m\times n}.A_{n\times p} = \theta_{m\times p};\ A_{m\times n}.\theta_{n\times p} = \theta_{m\times p}$
10. $I_m.A_{m\times n} = A_{m\times n} = A_{m\times n}.I_n$

Các phép biến đổi sơ cấp trên ma trận

Các phép biến đổi sơ cấp trên hàng của ma trận

1. Đổi chỗ hai hàng.
2. Nhân 1 hàng của ma trận với 1 số $\alpha \neq 0$.
3. Cộng vào 1 hàng của ma trận α lần 1 hàng khác.

Ví dụ: Sử dụng các phép biến đổi sơ cấp trên hàng của ma trận để đưa ma trận sau về dạng bậc thang:

$$\begin{bmatrix} -2 & 3 & 0 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & -1 & 5 \\ 3 & -1 & 1 & -5 & 4 \end{bmatrix}$$

Nội dung

Định nghĩa

(*Chú ý:* Chỉ có định nghĩa định thức của ma trận vuông)
Cho ma trận A vuông cấp n. Định thức của ma trận A là số thực, ký hiệu $detA$ hoặc $|A|$, được định nghĩa như sau:

Khi $n = 1$,

$$A = [a] \longrightarrow detA = a$$

Khi $n = 2$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \longrightarrow detA = |A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc.$$

Ví dụ: Tính định thức của các ma trận sau: $A = [3]$, $B = [-4]$,
$C = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 6 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$.

Định nghĩa

Khi $n = 3$

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}$$

$$\longrightarrow detA = |A| = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 . \begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} - a_2 . \begin{vmatrix} b_1 & b_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix} + a_3 . \begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix} .$$

Ví dụ: Tính định thức của ma trận $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ -1 & 2 & 6 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$.

Định nghĩa

Định nghĩa tổng quát khi $n \geq 2$

Cho $A = [a_{ij}]$ vuông cấp n. Khi đó,

$$detA = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}.D_{11} - a_{12}.D_{12} + \ldots + (-1)^{1+n} a_{1n}.D_{1n}$$

trong đó D_{ij} là định thức của ma trận vuông cấp $(n-1)$ thu được từ A bằng cách xoá hàng i và cột j của A.

Ví dụ: Tính định thức của ma trận $E = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$.

Định nghĩa

Các phần bù đại số của ma trận vuông A là $A_{ij} = (-1)^{i+j} D_{ij}$.

Định nghĩa định thức theo CT khai triển theo hàng 1

$A = [a_{ij}]$ vuông cấp $n \longrightarrow detA = a_{11}.A_{11} + a_{12}.A_{12} + \ldots + a_{1n}.A_{1n}$

Các tính chất của định thức

Ma trận A vuông cấp n, $A = [a_{ij}]$.

1) **CT khai triển theo cột 1:** $detA = a_{11}A_{11} + a_{21}A_{21} + \ldots + a_{n1}A_{n1}$
2) $det(A^t) = detA$.
   Hệ quả: Một t/c về định thức đúng với hàng thì cũng đúng với cột.
3) *Đổi chỗ hai hàng* i và k của A cho nhau $(i \neq k)$, được ma trận B có $detB = -detA$.
4) Nếu ma trận A có *hai hàng giống nhau* thì $detA = 0$.
5) **CT khai triển theo hàng** i**:** $detA = a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + \ldots + a_{in}A_{in}$
6) Nếu ma trận A *có chứa hàng không* thì $detA = 0$.
7) *Nhân hàng* i của A với số thực α được ma trận B thì $detB = \alpha.detA$.
   Hệ quả 1: Nếu ma trận A có hai hàng tỷ lệ thì $detA = 0$.
   Hệ quả 2: $det(\alpha A) = \alpha^n detA$

Các tính chất của định thức (tiếp)

8) Nếu hàng i của ma trận A viết được ở dạng $a_{ij} = b_{ij} + c_{ij}$ thì $detA = detB + detC$, trong đó B, C là hai ma trận được thành lập từ ma trận A bằng cách thay hàng thứ i của A bởi hàng có các phần tử là b_{ij}, c_{ij} tương ứng.

9) Nếu *nhân hàng i* của ma trận A với số thực α rồi *cộng vào hàng k* $(i \neq k)$, ta được ma trận B có $detB = detA$.

10) Nếu A là ma trận tam giác thì $detA = a_{11}.a_{22}.\cdots.a_{nn}$.
Hệ quả: $detI = 1$.

11) Nếu B là ma trận vuông cùng cấp với ma trận A thì

$$det(AB) = (detA).(detB)$$

Hệ quả: $det(A^k) = (detA)^k, \; k \in \mathbb{N}^*$

Tính định thức bằng biến đổi sơ cấp

Ví dụ 1: Tính định thức $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = \cdots$

Ví dụ 2: Tính định thức $|B| = \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 \\ 1 & b & b^2 & b^3 \\ 1 & c & c^2 & c^3 \\ 1 & d & d^2 & d^3 \end{vmatrix} = \cdots$

Nội dung

Ma trận nghịch đảo

Chú ý: Chỉ xét các ma trận vuông !

Ví dụ mở đầu

Tính AB, BA và cho nhận xét với

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$.
2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \\ -3 & 2 & 3 \end{bmatrix}$.

Định nghĩa

Ma trận A vuông cấp n được gọi là khả nghịch nếu có ma trận B vuông cấp n sao cho $AB = BA = I$ với I là ma trận đơn vị cấp n.
Khi đó nói B là ma trận nghịch đảo của A.

Một số định lý

Cho ma trận $A = [a_{ij}]$ vuông cấp n.

1. **ĐL về sự duy nhất:** Ma trận nghịch đảo của A (nếu có) là *duy nhất*. Ma trận nghịch đảo của ma trận A được ký hiệu là A^{-1}.
2. **ĐL về sự tồn tại:**
   - Nếu ma trận A có ma trận nghịch đảo là A^{-1} thì $detA \neq 0$ và $det(A^{-1}) = \dfrac{1}{detA}$
   - Nếu $detA \neq 0$ thì A khả nghịch và có ma trận nghịch đảo là
   $$A^{-1} = \frac{1}{detA} A^*$$
   trong đó $A^* = (A_{ij})^t$ là **ma trận phụ hợp** của ma trận A.
3. Nếu B là ma trận vuông cùng cấp với A và B cũng khả nghịch thì ma trận tích AB cũng khả nghịch và
   $$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$
4. Nếu B là ma trận vuông cùng cấp với A thỏa mãn $AB = I$ (hoặc $BA = I$) thì ma trận A khả nghịch và $B = A^{-1}$.

Tìm ma trận nghịch đảo bằng cách sử dụng ma trận phụ hợp

Cho ma trận $A = [a_{ij}]$ vuông cấp n.

1) Tính $detA$.
   Nếu $detA = 0$, kết luận A không khả nghịch $\longrightarrow$ **DỪNG**.
   Nếu $detA \neq 0$, chuyển sang bước 2.
2) Tính các phần bù đại số A_{ij} của ma trận A.
   Lập ma trận phụ hợp
   $$A^* = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} \dots A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} \dots A_{n2} \\ \vdots & \vdots \ddots \vdots \\ A_{1n} & A_{2n} \dots A_{nn} \end{bmatrix}$$
   .
3) Suy ra $A^{-1} = \dfrac{1}{detA} A^*$

Nội dung

Khái niệm hệ phương trình tuyến tính

Dạng tổng quát

Hệ gồm m phương trình bậc nhất của n ẩn $x_1, x_2, \ldots, x_n$ có dạng:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n & = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n & = b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & .. \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n & = b_m \end{cases}$$

Ma trận hệ số: $A = [a_{ij}]_{m\times n}$
Ma trận cột vế phải: $b = [b_i]_{m\times 1} = [b_1 \quad b_2 \quad \cdots \quad b_m]^t$
Ma trận bổ sung: $\overline{A} = [A \quad b]$
Ma trận ẩn $\mathbf{x} = [x_j]_{n\times 1} = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n]^t$

Dạng ma trận

$$A\mathbf{x} = b$$

Khái niệm hệ phương trình tuyến tính

Nghiệm của hệ pttt

Bộ n số thực $x_1, x_2, \ldots, x_n$ thỏa mãn $A\mathbf{x} = b$

Khi hệ phương trình có nghiệm thì nói hệ tương thích.

Ví dụ: Viết dạng tổng quát của hệ pttt có ma trận hệ số và ma trận vế phải tương ứng là $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ và $b = \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \\ 8 \end{bmatrix}$.

- Hệ này có một nghiệm là bộ số $(1; 1; -1; 1)$.

- Hệ có một nghiệm khác là $(2; -1; 0; 1)$.

$\rightarrow$ (?) hệ trên còn nghiệm nào nữa không?

Hệ Cramer

Hệ vuông $A\mathbf{x} = b$ có $detA \neq 0$

Định lý Cramer

Hệ Cramer $A\mathbf{x} = b$ có nghiệm duy nhất $\mathbf{x} = A^{-1}b$

Công thức nghiêm của hệ Cramer

Nghiệm của hệ Cramer $A\mathbf{x} = b$ tính theo công thức:

$$x_j = \frac{detA_j}{detA} \qquad (j = 1, 2, ..., n)$$

A_j được suy từ ma trận A bằng cách thay cột j bởi cột hệ số b

Ví dụ: Với điều kiện nào của tham số a thì hệ sau là hệ Cramer? Tìm nghiệm của hệ trong trường hợp đó.

$$\begin{cases} x + ay + z = 1 \\ ax + y + z = 2 \\ x + y + az = 3 \end{cases}$$

Các phép biến đổi tương đương trên hệ phương trình

Các phép biến đổi tương đương trên hệ phương trình tuyến tính **đưa hpt đã cho về 1 hpt tương đương** nên không làm thay đổi nghiệm của hệ.

1. Đổi chỗ hai phương trình của hệ $\Longleftrightarrow$ Đổi chỗ hai hàng của ma trận bổ sung;
2. Nhân hai vế của một phương trình của hệ với một số khác 0 $\Longleftrightarrow$ Nhân một hàng của ma trận bổ sung với một số khác 0;
3. Nhân hai vế của một phương trình của hệ với một số khác 0 rồi cộng vào một phương trình khác $\Longleftrightarrow$ Nhân một hàng của ma trận bổ sung với một số khác 0 rồi cộng vào một hàng khác.

Nhận xét

Biến đổi tương đương trên hệ phương trình $\Longleftrightarrow$ Biến đổi sơ cấp trên hàng của ma trận bổ sung của hệ.

Phương pháp Gauss giải hệ pttt

Phương pháp Gauss

Sử dụng biến đổi sơ cấp trên hàng ma trận, đưa ma trận bổ sung $\overline{A} = [A \;\; b]$ của hệ ban đầu về dạng bậc thang $[A' \;\; b']$ thì

$$A\mathbf{x} = b \Longleftrightarrow A'\mathbf{x} = b'$$

Ví dụ: Giải hệ pttt với các ẩn x, y, z, t và ma trận hệ bổ sung cho bởi

$$\overline{A} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -4 & 2 & 7 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & -1 & 3 & 8 \end{bmatrix}$$

Hệ pttt thuần nhất

Hệ pttt thuần nhất

Dạng $A\mathbf{x} = 0$

Chú ý

1. Hệ pttt thuần nhất $Ax = 0$ luôn có nghiệm tầm thường $\mathbf{x} = 0$.
2. Hệ vuông thuần nhất $Ax = 0$ có nghiệm không tầm thường $\Longleftrightarrow detA = 0$

Ví dụ: Tìm tất cả các nghiệm của các hệ phương trình sau:

a) $\begin{cases} x + 2y + 3z - t = 0 \\ -2x + y - 4z + t = 0 \\ 3x + y + z - 2t = 0 \\ x - 3y + z = 0 \end{cases}$; b) $\begin{cases} x + 2y + 3z - t = 0 \\ -2x + y - 4z + t = 0 \\ -x + 3y - z = 0 \end{cases}$

Phương trình ma trận

Dạng

$$AX = B\ (1) \text{ hoặc } XA = B\ (2)$$

với A, B là các ma trận cho trước, X là ma trận cần tìm.

Ví dụ: Tìm ma trận X thoả mãn

a) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}.X = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$; b) $X.\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$;

c) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}.X = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$.

Cách giải:

- Nếu A vuông có $detA \neq 0$ thì $(1) \Leftrightarrow X = A^{-1}.B$ và $(2) \Leftrightarrow X = B.A^{-1}$
- Nếu A không vuông, cần xác định cỡ của ma trận X, viết dạng của X và biến đổi phương trình ma trận về hệ pttt để tìm X.