

Chương 2: Phép tính vi phân – tích phân hàm số một biến số

Bài 1. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

1) $y = \sqrt{x}(x-1)$; 2) $y = \frac{x^2+4x+3}{\sqrt{x}}$; 3) $y = \frac{x^2-2\sqrt{x}}{x}$; 4) $v = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2$;
 5) $y = e^{\sin 3x} + \ln(2+x^3)$ tại $x=0$; 6) $y = \frac{e^x}{1+x^2}$

Bài 2. Viết phương trình đường tiếp tuyến với đường cong $y = \sqrt[4]{x}$ tại điểm $(1;1)$.

Bài 3. Giả sử $f(2) = -3$, $g(2) = 4$, $f'(2) = -2$, $g'(2) = 7$. Hãy tìm $h'(2)$ khi:

1) $h(x) = 5f(x) - 4g(x)$; 2) $h(x) = f(x)g(x)$;
 3) $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$; 4) $h(x) = \frac{g(x)}{1+f(x)}$.

Bài 4. Tính đạo hàm đến cấp 3 của các hàm số sau:

1) $y = \frac{x}{\sqrt[3]{1+x}}$; 2) $g(t) = \frac{1}{(t^4+1)^3}$; 3) $y = \frac{\ln(2x+1)}{x}$ tại $x=1$;
 4) $y = e^{x^2-2x}$ tại $x=0$; 5) $f(x) = \ln(1-2x)$ tại $x=0$; 6) $f(x) = \frac{1}{x^2+2x}$ tại $x=-1$.

Bài 5. Tính vi phân của các hàm số:

1) $y = x^2 \sin 2x$; 2) $y = \ln \sqrt{1+t^2}$; 3) $y = \frac{u-1}{u+1}$; 4) $y = (1+r^3)^{-2}$;
 5) $y = \sqrt{1-x^2} \cdot \arccos x$ tại $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; 6) $f(t) = \sqrt[3]{1+\tan t}$ tại $t=0$.

Bài 6. Tính Δy và dy tại giá trị đã cho của x và $dx = \Delta x$:

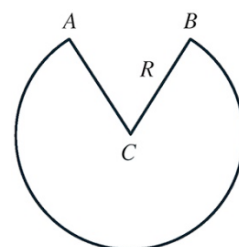
1) $y = 2x - x^2$, $x = 2$, $\Delta x = -0.4$ 2) $y = \sqrt{x}$; $x = 4$; $\Delta x = 1$
 3) $y = \frac{5}{x}$, $x = 8$, $\Delta x = 1$ 4) $y = e^x$, $x = 0$, $\Delta x = 0.5$

Bài 7.

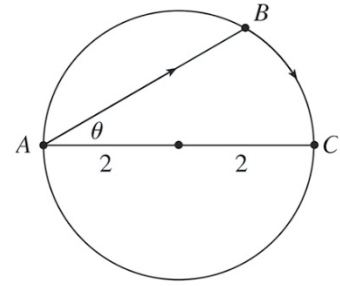
Một người nông dân muốn rào một khu đất rộng 1.5 triệu m² thành khu vườn hình chữ nhật, sau đó chia khu vườn đất ra thành 2 phần diện tích bằng nhau bằng một hàng rào nằm song song với một trong các cạnh của hình chữ nhật. Người nông dân phải làm thế nào để giảm tối đa giá thành của hàng rào.



Bài 8. Một cái cốc uống nước hình nón được làm từ một miếng bìa hình tròn bán kính R bằng cách cắt bỏ đi một miếng hình quạt rồi dán các cạnh CA và CB lại với nhau (xem hình vẽ bên). Hãy tìm dung tích lớn nhất của chiếc cốc.



Bài 9. Một người phụ nữ đứng ở điểm A trên bờ của một cái hồ nước hình tròn bán kính 2km. Người phụ nữ muốn tới điểm C nằm đối diện phía bên kia hồ trong thời gian ngắn nhất có thể. Cô ta có thể đi bộ với vận tốc 4km/h và chèo thuyền với vận tốc 2km/h. Hỏi cô ta phải chọn hành trình như thế nào?



Bài 10. Tìm họ các nguyên hàm của các hàm số sau:

1) $f(x) = 1 - \frac{x}{3} + \frac{2}{x^2}$;

2) $g(x) = \frac{1}{1+2x}$;

3) $h(x) = -3e^{-4x} + \sqrt{x}$;

4) $l(x) = 3 \cos\left(\frac{\pi}{3}x\right)$;

5) $k(x) = \frac{1}{\sqrt{1-4x^2}}$;

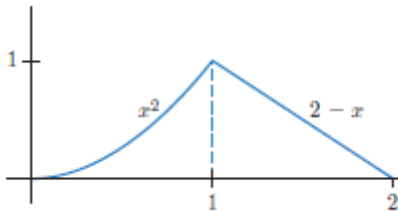
6) $m(x) = \frac{1}{\sqrt{9x^2-1}} + \frac{1}{x^2-9}$.

Bài 11. Ký hiệu kích thước của một quần thể tại thời điểm t (đơn vị: năm) là $N(t)$. Khi đó, tốc độ tăng trưởng của quần thể tại thời điểm t là $N'(t) = \frac{dN}{dt}$. Cho biết tốc độ tăng trưởng của quần thể tại thời điểm t là $\frac{dN}{dt} = 3 \sin(2\pi t)$ và biết $N(0) = 10\,000$, hãy tìm công thức biểu diễn $N(t)$.

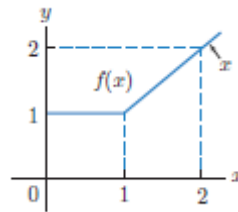
Bài 12. Tìm nguyên hàm F của hàm số f biết $f(t) = 3 - \frac{2}{1+t^2}$ và thỏa mãn $F(1) = 0$.

Bài 13. Tính tích phân xác định của hàm số f trên đoạn $[0; 2]$ biết đồ thị hàm số f được cho như hình vẽ sau:

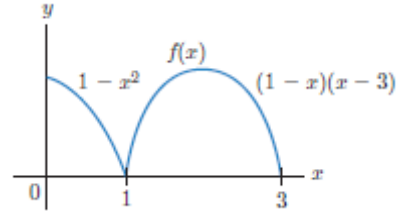
1)



2)



3)



Bài 14. 1) Cho biết $f'(x) = 12x - e^{-x}$, hãy tính $f(3) - f(0)$.

2) Cho biết $\int_{-2}^3 f(x) dx = 4$ và $\int_{-2}^3 (3f(x) + 2g(x)) dx = 2$, hãy tìm $\int_{-2}^3 g(x) dx$.

Bài 15. Tính độ dài phần đường cong thuộc đồ thị hàm số:

1) $y^2 = x^3$ từ điểm $(1; 1)$ đến điểm $(4; 8)$;

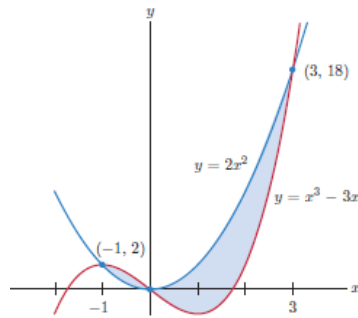
2) $y = \ln(1-x^2)$ với $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$;

3) $y = \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$ từ điểm $x = 0$ đến $x = \frac{1}{2}$;

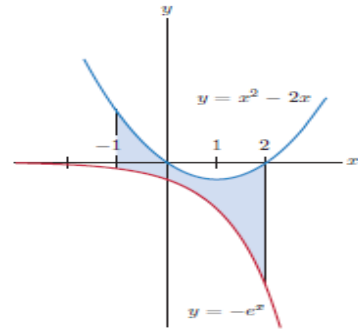
4) $y = \frac{1}{3} \sqrt{x} \cdot (x-3)$ với $1 \leq x \leq 9$.

Bài 16. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong sau (yêu cầu vẽ hình minh họa và đánh dấu phần hình giới hạn):

1) các đường cong $y = 2x^2$,
 $y = x^3 - 3x$.



2) các đường cong $y = x^2 - 2x$,
 $y = -e^x$, đường thẳng $x = -1$, $x = 2$.



3) các đường $y = \sin x$, $y = \cos 2x$
và $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$.

5) tam giác có ba đỉnh:
 $A(0;0)$, $B(1;2)$, $C(4;1)$.

4) các đường $y = \sqrt[3]{x}$ và $y = \frac{1}{x}$ và
 $x = 1, x = 8$.

6) các đường $y = 3^x$, $y = 2^x$ và
 $x = -1, x = 1$.

Bài 17. Tính các tích phân sau:

$$\begin{aligned}
 & 1) \int_e^{e^2} \ln x \, dx; \quad 2) \int_0^1 \frac{x^3}{\sqrt{4+x^2}} \, dx; \quad 3) \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{1}{\tan x} \, dx; \quad 4) \int_0^1 e^{\sqrt{x}} \, dx; \\
 & 5) \int_1^{+\infty} x e^{-2x} \, dx; \quad 6) \int_{-\infty}^0 \frac{1}{3-4x} \, dx; \quad 7) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{4x^2 + 4x + 5} \, dx.
 \end{aligned}$$

BỘ MÔN TOÁN KHOA CNTT