

Đề số: 02
Ngày thi: 14/12/2018

Tên Học phần: Đại số tuyến tính
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: Tự luận

Câu I (3.5 điểm) Cho các ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & a & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}; X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$.

- 1/. (1.0 đ) Tìm a để ma trận A có hạng bằng 2.
- 2/. (1.25 đ) Với $a = 0$, tìm ma trận nghịch đảo của ma trận A .
- 3/. (1.25 đ) Với $a = 1$, giải hệ $AX = \theta$.

Câu II (2.5 điểm) Trong không gian vector $\mathbb{R}^3$ cho tập $S = \{u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y + z = 0\}$.

- 1/. (1.0 đ) Chứng minh rằng S là không gian vector con của không gian vector $\mathbb{R}^3$.
- 2/. (1.5 đ) Tìm một cơ sở và số chiều của S .

Câu III (1 điểm) Trong không gian vector $\mathbb{R}^4$ cho hệ vector

$$U = \{u_1 = (-1, -1, 2, 1); u_2 = (3, 2, -9, -1); u_3 = (2, 0, -12, 0); u_4 = (1, 2, 3, -1)\}.$$

Tìm hạng của hệ vector U .

Câu IV (3.0 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ xác định bởi

$$f(x, y) = (2x - y, -x + 2y), \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

- 1/. (1.5 đ) Tìm $\text{Ker} f$, $\text{Im} f$ và hạng của ánh xạ tuyến tính f .
- 2/. (1.5 đ) Tìm ma trận A của f trong cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^2$. Từ đó tìm các giá trị riêng của A .

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề

Duyệt đề

Ngọc Minh Châu

Phan Quang Sáng

Đề số: 03
Ngày thi: 14/12/2018

Tên Học phần: Đại số tuyến tính
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: Tự luận

Câu I (3.5 điểm) Cho các ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & m \end{bmatrix}; X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$.

- 1/. (1.0 đ) Tìm m để ma trận A có hạng bằng 2.
- 2/. (1.25 đ) Với $m = -5$, tìm ma trận nghịch đảo của ma trận A .
- 3/. (1.25 đ) Với $m = -6$, giải hệ $A.X = \theta$.

Câu II (2.5 điểm) Trong không gian vector $\mathbb{R}^3$ cho tập $F = \{u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y - 3z = 0\}$.

- 1/. (1.0 đ) Chứng minh rằng F là không gian vector con của không gian vector $\mathbb{R}^3$.
- 2/. (1.5 đ) Tìm một cơ sở và số chiều của F .

Câu III (1.0 điểm) Trong không gian vector $\mathbb{R}^4$ cho hệ vector

$$U = \{u_1 = (1, -2, 1, 3); u_2 = (-2, 2, 5, -8); u_3 = (-3, 4, 4, -11); u_4 = (2, -3, 0, 10)\}.$$

Tìm hạng của hệ vector U .

Câu IV (3.0 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ xác định bởi

$$f(x, y) = (3x + 4y, 4x + 3y), \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

- 1/. (1.5 đ) Tìm $\text{Ker} f$, $\text{Im} f$ và hạng của ánh xạ tuyến tính f .
- 2/. (1.5 đ) Tìm ma trận A của f trong cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^2$. Từ đó tìm các giá trị riêng của A .

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề

Duyệt đề

Ngọc Minh Châu

Phan Quang Sáng

Đề số: **02**
Ngày thi: 19/12/2018

Tên Học phần: **Đại số tuyến tính**
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: **Tự luận**

Câu I (2.5 điểm) Cho các ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$.

- 1). (1.0 đ) Tìm ma trận X sao cho $A^2 - 2X = I$ với I là ma trận đơn vị cấp 3.
- 2). (1.5 đ) Tìm ma trận nghịch đảo A^{-1} rồi tìm ma trận X thỏa mãn $AX = B$.

Câu II (1.0 điểm) Giải hệ phương trình tuyến tính:
$$\begin{cases} x - 5y + z - 3t = -1 \\ 2x + 5y - 4z - t = -9 \\ 4x - 5y - 2z - 7t = 7 \end{cases}$$

Câu III (3.0 điểm) Trong không gian vector $\mathbb{R}^3$ cho tập $S = \{u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - 2y + 3z = 0\}$.

- 1). (1.0 đ) Chứng minh rằng S là không gian vector con của không gian vector $\mathbb{R}^3$.
- 2). 2.0 đ) Tìm một cơ sở và số chiều của S . Từ đó tìm tọa độ của vector $v = (-10, -2, 2) \in S$ trong cơ sở vừa tìm được.

Câu IV (3.5 điểm) Cho ánh xạ $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ xác định bởi

$$f(x, y, z) = (2x - y, -2y + 3z), \forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

- 1). (1.0 đ) Chứng minh rằng f là ánh xạ tuyến tính.
- 2). (1.5 đ) Tìm $\text{Ker } f$, $\text{Im } f$.
- 3). (1.0 đ) Tìm ma trận A của f trong cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^3$ và cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^2$.

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề

Duyệt đề

Ngọc Minh Châu

Phan Quang Sáng

Đề số: 03
Ngày thi: 19/12/2018

Tên Học phần: Đại số tuyến tính
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: Tự luận

Câu I (2.5 điểm) Cho các ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$.

- 1). (1.0 đ) Tìm ma trận X sao cho $A^2 - 3X = 2I$ với I là ma trận đơn vị cấp 3.
- 2). (1.5 đ) Tìm ma trận nghịch đảo A^{-1} rồi tìm ma trận X thỏa mãn $AX = B$.

Câu II (1.0 điểm) Giải hệ phương trình tuyến tính:
$$\begin{cases} x - 3y + 4z - 2t = -7 \\ 2x + y - 3z + 7t = -12. \\ 3x + 5y - 10z + 16t = 7 \end{cases}$$

Câu III (3.0 điểm) Trong không gian vector $\mathbb{R}^3$ cho tập $S = \{u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 3x - 2y + z = 0\}$.

- 1). (1.0 đ) Chứng minh rằng S là không gian vector con của không gian vector $\mathbb{R}^3$.
- 2). 2.0 đ) Tìm một cơ sở và số chiều của S . Từ đó tìm tọa độ của vector $v = (2, -2, -10) \in S$ trong cơ sở vừa tìm được.

Câu IV (3.5 điểm) Cho ánh xạ $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ xác định bởi

$$f(x, y, z) = (x - 2y, -y + 3z), \forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

- 1). (1.0 đ) Chứng minh rằng f là ánh xạ tuyến tính.
- 2). (1.5 đ) Tìm $\text{Ker } f$, $\text{Im } f$.
- 3). (1.0 đ) Tìm ma trận A của f trong cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^3$ và cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^2$.

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề

Duyệt đề

Ngọc Minh Châu

Phan Quang Sáng

Đề số: 04
Ngày thi: 19/12/2018

Tên Học phần: Đại số tuyến tính
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: Tự luận

Câu I (3.0 điểm) Cho các ma trận $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -6 & -4 \end{bmatrix}$.

- 1/. (1.5 đ) Tìm ma trận X thỏa mãn $A.X = B$.
- 2/. (1.5 đ) Tìm các giá trị riêng và các vector riêng của A .

Câu II (2.5 điểm)

1/. (1.25 đ) Tìm hạng của ma trận: $C = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 5 & -1 \\ 3 & -12 & -12 & 16 \end{bmatrix}$.

- 2/. (1.25 đ) Tìm hệ sinh của không gian vector con W của $\mathbb{R}^4$ ở đó:

$$W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid y = 0, 3x - z + t = 0\}.$$

Câu III (2.5 điểm) Trong không gian vector $\mathbb{R}^3$ cho hệ vector

$$U = \{u_1 = (1, 0, -2); u_2 = (0, 3, 3); u_3 = (-2, 1, 0)\}.$$

- 1/. (0.75 đ) Chứng minh U là một cơ sở của $\mathbb{R}^3$.
- 2/. (1 đ) Tìm tọa độ của u_1, u_2, u_3 trong cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^3$. Từ đó tìm ma trận chuyển cơ sở từ cơ sở chính tắc sang cơ sở U .
- 3/. (0.75 đ) Tìm tọa độ của vector w trong cơ sở chính tắc nếu biết tọa độ của nó trong cơ sở U là $[w]_U = (-2, 4, 3)$.

Chú ý: Nếu chưa làm được ý 1 thì vẫn có thể làm ý 2, 3.

Câu IV (2.0 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2$ xác định bởi

$$\forall u = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4, f(u) = (2x - z, y + z + t).$$

Hãy chỉ ra một cơ sở và tính số chiều của $\text{Ker}(f)$.

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề
Hoàng Thị Thanh Giang

Duyệt đề
Phan Quang Sáng

Đề số: 05
Ngày thi: 19/12/2018

Tên Học phần: Đại số tuyến tính
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: Tự luận

Câu I (3.0 điểm) Cho các ma trận $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$.

- 1/. (1.5 đ) Tìm ma trận X thỏa mãn $X.A = B$.
- 2/. (1.5 đ) Tìm các giá trị riêng và các vector riêng của A .

Câu II (2.5 điểm)

1/. (1.25 đ) Tìm hạng của ma trận: $C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & -3 \\ 0 & 3 & 4 & -1 \\ 4 & -13 & -16 & 20 \end{bmatrix}$.

- 2/. (1.25 đ) Tìm hệ sinh của không gian vector con W của $\mathbb{R}^4$ ở đó:

$$W = \{x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid t = 0, 2x + y - z = 0\}.$$

Câu III (2.5 điểm) Trong không gian vector $\mathbb{R}^3$ cho hệ vector

$$U = \{u_1 = (-1, 2, 0); u_2 = (0, -3, 2); u_3 = (2, 0, 1)\}.$$

- 1/. (0.75 đ) Chứng minh U là một cơ sở của $\mathbb{R}^3$.
- 2/. (1 đ) Tìm tọa độ của u_1, u_2, u_3 trong cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^3$. Từ đó tìm ma trận chuyển cơ sở từ cơ sở chính tắc sang cơ sở U .
- 3/. (0.75 đ) Tìm tọa độ của vector v trong cơ sở chính tắc nếu biết tọa độ của nó trong cơ sở U là $[v]_U = (1, -5, 2)$.

Chú ý: Nếu chưa làm được ý 1 thì vẫn có thể làm ý 2, 3.

Câu IV (2.0 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2$ xác định bởi

$$\forall u = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4, f(u) = (x + y + z, y - 2t).$$

Hãy chỉ ra một cơ sở và tính số chiều của $\text{Ker}(f)$.

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề
Hoàng Thị Thanh Giang

Duyệt đề
Phan Quang Sáng

Đề số: 02

Ngày thi: 21/12/2018

Tên Học phần: **Đại số tuyến tính**

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: **Tự luận**

Câu I. (3.0 điểm) Cho các ma trận

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

- 1) (1.5 đ) Tìm $A' - 2B$, và các phần tử nằm ở hàng 3 của BA .
- 2) (1.5 đ) Tính $\det(B)$ và tìm ma trận nghịch đảo của ma trận B (nếu có)?

Câu II. (1.5 điểm) Giải hệ phương trình tuyến tính sau

$$\begin{cases} -x + y + 2z - 2t = 2 \\ 3x - 2y - 5z + 3t = -4 \\ -2x + y + 3z - t = 2 \end{cases}$$

Câu III (2.5 điểm) Trong không gian vector $\mathbb{R}^3$ cho tập hợp

$$S = \{u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x - y + 3z = 0\}.$$

- 1) (1.0 đ) Chứng minh rằng S là không gian vector con của $\mathbb{R}^3$.
- 2) (0.5 đ) Đưa ra một cơ sở và tính số chiều của S .
- 3) (1.0 đ) Chứng tỏ rằng $u = (-2; -1; 1) \in S$ và tìm tọa độ của u trong cơ sở trên.

Câu IV (3.0 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ xác định bởi

$$f(x, y, z) = (2x + y - z, x + 2y + 3z), \forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

- 1) (1.5 đ) Chứng minh f là ánh xạ tuyến tính.
- 2) (1.5 đ) Tìm ma trận của ánh xạ tuyến tính f trong cơ sở $U = \{(2; 1; -1), (2; -1; 2), (4; -1; 3)\}$ của $\mathbb{R}^3$ và cơ sở $V = \{(-1; 1), (1; 2)\}$ của $\mathbb{R}^2$.

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề
Phan Quang Sáng

Duyệt đề
Nguyễn Văn Hạnh

Đề số: 03

Ngày thi: 21/12/2018

Tên Học phần: **Đại số tuyến tính**

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: **Tự luận**

Câu I. (3.0 điểm) Cho các ma trận

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

- 1) (1.5 đ) Tìm $-2A + B^t$, và các phần tử nằm ở cột 2 của AB .
- 2) (1.5 đ) Tính $\det(A)$ và tìm ma trận nghịch đảo của ma trận A (nếu có)?

Câu II. (1.5 điểm) Giải hệ phương trình tuyến tính sau

$$\begin{cases} x - y - 2z + 2t = 2 \\ 2x - y - 3z + t = 1 \\ -3x + 2y + 5z - 3t = -3 \end{cases}.$$

Câu III (2.5 điểm) Trong không gian vector $\mathbb{R}^3$ cho tập hợp

$$S = \{u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 3x - y + 2z = 0\}.$$

- 1) (1.0 đ) Chứng minh rằng S là không gian vector con của $\mathbb{R}^3$.
- 2) (0.5 đ) Đưa ra một cơ sở và tính số chiều của S .
- 3) (1.0 đ) Chứng tỏ rằng $u = (1; 5; 1) \in S$ và tìm tọa độ của u trong cơ sở trên.

Câu IV (3.0 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ xác định bởi

$$f(x, y, z) = (x + 2y - z, 2x + y + 3z), \forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

- 1) (1.5 đ) Chứng minh f là ánh xạ tuyến tính.
- 2) (1.5 đ) Tìm ma trận của ánh xạ tuyến tính f trong cơ sở $U = \{(1; 2; -1), (-1; 2; 2), (-1; 4; 3)\}$ của $\mathbb{R}^3$ và cơ sở $V = \{(1; -1), (2; 1)\}$ của $\mathbb{R}^2$.

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề
Phan Quang Sáng

Duyệt đề
Nguyễn Văn Hạnh

Đề số: 04
Ngày thi: 24/12/ 2018

Tên Học phần: Đại số tuyến tính
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: Tự luận

Câu I (3.5 điểm) Cho các ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 4 & -1 \\ 3 & 13 & m \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}; X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$.

1. (0.5 đ) Tính AB .
2. (1.5 đ) Với giá trị nào của m thì hệ phương trình $A.X = B$ vô nghiệm.
3. (1.5 đ) Với $m = 0$, tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của ma trận A .

Câu II (3.0 điểm) Trong không gian vector $\mathbb{R}^3$ cho tập hợp

$$W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 4x + z = 0\}.$$

1. (1.25 đ) Chứng minh W là không gian vector con của $\mathbb{R}^3$.
2. (1.0 đ) Đưa ra một cơ sở và tính số chiều của không gian W .
3. (0.75 đ) Chứng minh vector $u = (-2, 3, 8)$ thuộc W . Tìm tọa độ của u trong cơ sở tìm được ở trên.

Câu III (0.5 điểm) Chứng minh vector cột $u = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ là một vector riêng của ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$.

Câu IV (3.0 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ có ma trận $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ trong cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^2$ là $B = \{e_1 = (1, 0), e_2 = (0, 1)\}$.

1. (1.0 đ) Chứng tỏ rằng ánh xạ f xác định bởi công thức $f(x, y) = (y, 3x - 2y)$ $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$.
2. (1.5 đ) Tìm $\ker f$, $\text{Im } f$. (không cần chỉ ra cơ sở, số chiều)
3. (0.5 đ) Tìm cặp số $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ sao cho $f(x, y) = (5, 2)$.

Chú ý: Nếu chưa làm được ý 1. thì vẫn được sử dụng kết quả của ý 1. để làm ý 2. và ý 3.

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề
Hoàng Thị Thanh Giang

Duyệt đề
Phan Quang Sáng

Đề số: 05
Ngày thi: 24/12/ 2018

Tên Học phần: **Đại số tuyến tính**
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: **Tự luận**

Câu I (3.5 điểm) Cho các ma trận $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -5 \\ 1 & -8 & \alpha \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}; X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$.

1. (0.5 đ) Tính AB .
2. (1.5 đ) Với giá trị nào của α thì hệ phương trình $AX = B$ vô nghiệm.
3. (1.5 đ) Với $\alpha = 0$, tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của ma trận A .

Câu II (3.0 điểm) Trong không gian vector $\mathbb{R}^3$ cho tập hợp

$$H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 3y + z = 0\}.$$

1. (1.25 đ) Chứng minh H là không gian vector con của $\mathbb{R}^3$.
2. (1.0 đ) Tìm một cơ sở và tính số chiều của không gian H .
3. (0.75 đ) Chứng minh vector $v = (1, -2, 6)$ thuộc H . Tìm tọa độ của v trong cơ sở tìm được ở trên.

Câu III (0.5 điểm) Chứng minh vector cột $u = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ là một vector riêng của ma trận $A = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$.

Câu IV (3.0 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ có ma trận $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ trong cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^2$ là $B = \{e_1 = (1, 0), e_2 = (0, 1)\}$.

1. (1.0 đ) Chứng tỏ rằng ánh xạ f xác định bởi công thức $f(x, y) = (4x, -x + 2y)$ $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$.
2. (1.5 đ) Tìm $\ker f, \operatorname{Im} f$. (không cần chỉ ra cơ sở, số chiều)
3. (0.5 đ) Tìm cặp số $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ sao cho $f(x, y) = (2, 3)$.

Chú ý: Nếu chưa làm được ý 1. thì vẫn được sử dụng kết quả của ý 1. để làm ý 2. và ý 3.

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề
Hoàng Thị Thanh Giang

Duyệt đề
Phan Quang Sáng

Đề số: 02
Ngày thi: 27/12/2018

Tên Học phần: **Đại số tuyến tính**
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: **Tự luận**

Câu I (3.0 điểm) Cho các ma trận:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ m & 2 & 2m \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. (2.0 đ) Chứng tỏ rằng với mọi m ma trận A luôn khả nghịch, hãy tìm A^{-1} .
2. (1.0 đ) Với $m=1$, tìm ma trận X sao cho $AX = B$.

Câu II (2.0 điểm) Cho tập hợp

$$S = \{(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 \mid a - b + c = 0\}.$$

1. (1.0 đ) Chứng minh rằng S là không gian vector con của không gian vector $\mathbb{R}^3$.
2. (1.0 đ) Tìm một cơ sở và số chiều của S .

Câu III (1.5 điểm) Trong không gian véc tơ $\mathbb{R}^2$, cho hệ vector $U = \{u_1 = (1, 1); u_2 = (-1, 0)\}$.

1. (0.75 đ) Chứng minh hệ U là một cơ sở của $\mathbb{R}^2$.
2. (0.75 đ) Tìm ma trận chuyển cơ sở từ cơ sở U sang cơ sở $W = \{w_1 = (0, 1); w_2 = (-1, 1)\}$.

Câu IV (3.5 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ xác định bởi

$$f(x, y, z) = (2x - 2z; 2x + 2y - 4z; x - z)$$

1. (1.5 đ) Tìm $\text{Ker}(f)$, số chiều của $\text{Ker}(f)$ và hạng của ánh xạ tuyến tính f .
2. (1.0 đ) Tìm ma trận A của ánh xạ tuyến tính f trong cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^3$.
3. (1.0 đ) Tìm các giá trị riêng của ma trận A và tìm véc tơ riêng ứng với một giá trị riêng vừa tìm được.

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề
Nguyễn Trọng Kương

Duyệt đề
Phan Quang Sáng

Đề số: 03
Ngày thi: 27/12/2018

Tên Học phần: Đại số tuyến tính
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: Tự luận

Câu I (3.0 điểm) Cho các ma trận:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ m & 1 & 2m \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. (2.0 đ) Chứng tỏ rằng với mọi m ma trận A luôn khả nghịch, hãy tìm A^{-1} .
2. (1.0 đ) Với $m=1$, tìm ma trận X sao cho $AX = B$.

Câu II (2.0 điểm) Cho tập hợp

$$S = \{(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 \mid a + b - c = 0\}.$$

1. (1.0 đ) Chứng minh rằng S là không gian vector con của không gian vector $\mathbb{R}^3$.
2. (1.0 đ) Tìm một cơ sở và số chiều của S .

Câu III (1.5 điểm) Trong không gian véc tơ $\mathbb{R}^2$, cho hệ vector $U = \{u_1 = (1, -1); u_2 = (1, 0)\}$.

1. (0.75 đ) Chứng minh hệ U là một cơ sở của $\mathbb{R}^2$.
2. (0.75 đ) Tìm ma trận chuyển cơ sở từ cơ sở U sang cơ sở
 $W = \{w_1 = (0, -1); w_2 = (1, 1)\}.$

Câu IV (3.5 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ xác định bởi

$$f(x, y, z) = (4x - 4z; x + y - z; 2x - 2z)$$

1. (1.5 đ) Tìm $\text{Ker}(f)$, số chiều của $\text{Ker}(f)$ và hạng của ánh xạ tuyến tính f .
2. (1.0 đ) Tìm ma trận A của ánh xạ tuyến tính f trong cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^3$.
3. (1.0 đ) Tìm các giá trị riêng của ma trận A và tìm véc tơ riêng ứng với một giá trị riêng vừa tìm được.

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề
Nguyễn Trọng Kương

Duyệt đề
Phan Quang Sáng

HỌC VIỆN NÔNG NGHIỆP VIỆT NAM
KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

Đề thi số: 02
Ngày thi: 28/12/2018

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN

Tên học phần: Đại số tuyến tính
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: Không sử dụng tài liệu

Câu I. (2đ) Cho hai ma trận : $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -5 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$.

- a) (0.5đ) Tính tích $A.B^t$.
- b) (1.5đ) Ma trận A có khả nghịch không? Tìm ma trận nghịch đảo của A nếu A khả nghịch.

Câu II. (2đ) Cho hệ phương trình sau

$$\begin{cases} x - 2y + z - t = 1 \\ 3x + y - z + 3t = 4. \\ 2x + 3y - 2z + mt = 6 \end{cases}$$

- a) (1.0đ) Với giá trị nào của m thì hệ trên có nghiệm?
- b) (1.0đ) Giải hệ trên với $m = 1$.

Câu III. (3đ) Trong không gian R^3 cho tập hợp

$$S = \{ (x, y, z) \in R^3 \mid x + 2y - z = 0 \}.$$

- a) (1.0đ) Chứng minh rằng S là một không gian con của R^3 .
- b) (1.0đ) Tìm một cơ sở U của S , từ đó suy ra số chiều của S .
- c) (1.0đ) Chứng minh rằng vector $v = (2, 1, 4) \in S$ và tìm tọa độ của v trong cơ sở U .

Câu IV. (3đ) Cho ánh xạ tuyến tính $f : R^2 \rightarrow R^2$ và $A = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ là ma trận của f trong cơ sở

chính tắc: $E = \{ e_1 = (1, 0); e_2 = (0, 1) \}$.

- a) (0.75đ) Tìm giá trị riêng của ma trận A . Ma trận A có chéo hóa được không, tại sao?
- b) (1.25đ) Tìm các vector riêng của A , nếu A chéo hóa được hãy tìm ma trận P làm chéo hóa A .
- c) (1.0đ) Từ ma trận A , hãy tìm công thức xác định ánh xạ tuyến tính f .

..... HẾT

Ghi chú: Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm

Giảng viên ra đề
Nguyễn Văn Định

Duyệt đề
Phan Quang Sáng

Câu I. (2đ) Cho hai ma trận : $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -1 \\ -4 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

- a) (0.5đ) Tính tích $A^t.B$.
b) (1.5đ) Ma trận B có khả nghịch không? Tìm ma trận nghịch đảo của B nếu B khả nghịch.

Câu II. (2đ) Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} x - 2y + z - t = 2 \\ 3x + y - z + 3t = 3 \\ 2x + 3y + mz + 4t = 4 \end{cases}$$

- a) (1.0đ) Với giá trị nào của m thì hệ trên có nghiệm?
b) (1.0đ) Giải hệ trên với $m = 1$.

Câu III. (3đ) Trong không gian R^3 cho tập hợp

$$S = \{ (x, y, z) \in R^3 \mid x - 2y + z = 0 \}.$$

- a) (1.0đ) Chứng minh rằng S là một không gian con của R^3 .
b) (1.0đ) Tìm một cơ sở U của S, từ đó suy ra số chiều của S.
c) (1.0đ) Chứng minh rằng vector $v = (1, 2, 3) \in S$ và tìm tọa độ của v trong cơ sở U.

Câu IV. (3đ) Cho ánh xạ tuyến tính $f : R^2 \rightarrow R^2$ và $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ là ma trận của f trong cơ sở

chính tắc: $E = \{e_1 = (1; 0); e_2 = (0; 1)\}$.

- a) (0.75đ) Tìm giá trị riêng của ma trận A. Ma trận A có chéo hóa được không, tại sao?
b) (1.25đ) Tìm các vector riêng của A, nếu A chéo hóa được hãy tìm ma trận P làm chéo hóa A.
c) (1.0đ) Từ ma trận A, hãy tìm công thức xác định ánh xạ tuyến tính f.

..... HẾT

Ghi chú: Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm

Giảng viên ra đề
Nguyễn Văn Định

Duyệt đề
Phan Quang Sáng

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính
Đáp án đề thi số: 02	

(Ngày thi: 14/12/2018)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 3.5 đ	$\det A = 2(a-1)$	0.5
	Nếu $\det A = 0 \Leftrightarrow a = 1$ thì $r(A) < 3$	0.25
	Ma trận A lúc này có $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0 \Rightarrow r(A) = 2$	0.25
	Với $a = 0 \Rightarrow \det A = -2 \neq 0 \Rightarrow \exists A^{-1}$	0.25
	Tính các phần phụ đại số $\begin{matrix} A_{11} = -2 & A_{21} = 1 & A_{31} = 0 \\ A_{12} = 2 & A_{22} = 2 & A_{32} = -2 \\ A_{13} = 0 & A_{23} = -1 & A_{33} = 0 \end{matrix}$	0.5
	Mt nghịch đảo $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot A^* = \begin{pmatrix} 1 & -1/2 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}$	0.5
	Với $a = 1 \Rightarrow AX = \theta$ $\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x + z = 0 \\ y + 2z = 0 \quad (*) \\ x + y + 3z = 0 \end{cases}$	0.25 0.25
	Xét ma trận bổ xung hoặc giải bằng phép thế $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x + z = 0 \\ y + 2z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -z \\ y = -2z \end{cases} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} -z \\ -2z \\ z \end{pmatrix}, z \in \mathbb{R}$	0.25 0.25 0.25
	Đk $x - y + z = 0 \Leftrightarrow x = y - z$ $\Rightarrow S = \{\alpha = (y-z, y, z) \mid y, z \in \mathbb{R}\}$	0.25 0.25
	$S = \{\alpha = y(1, 1, 0) + z(-1, 0, 1) \mid y, z \in \mathbb{R}\}$	0.25
	$S = \text{Span}\{u_1 = (1, 1, 0); u_2 = (-1, 0, 1)\} (1) \& \{u_1, u_2\} \subset \mathbb{R}^3$ Vậy S là kgt con của $\mathbb{R}^3$	0.25

III 1.0 đ	2	(1) $\Rightarrow U = \{u_1 = (1, 1, 0); u_2 = (-1, 0, 1)\}$ là hệ sinh của S	0.5
		U gồm 2 vectơ khác không và không tỉ lệ nên đltt (2)	0.25
		Từ (1) & (2) $\Rightarrow U = \{u_1, u_2\}$ là một cơ sở của S	0.25
		Vì cơ sở U gồm 2 vectơ $\Rightarrow \dim S = 2$	0.5
	1	Ta có $r(U) = r(A)$, với	0.25
		$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & -9 & -1 \\ 2 & 0 & -12 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow \dots \rightarrow \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	0.5
		$\Rightarrow r(A) = 3 \Rightarrow r(U) = 3$	0.25
	IV 3.0 đ	G/s $u = (x, y) \in \text{Ker} f \Leftrightarrow f(x, y) = \theta$ $\Leftrightarrow (2x - y, -x + 2y) = (0, 0) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 0 \\ -x + 2y = 0 \end{cases}$	0.5
		$\Leftrightarrow x = y = 0 \Rightarrow \text{Ker} f = \{\theta = (0, 0)\} \Rightarrow \dim(\text{Ker} f) = 0$ (Tìm đúng Kerf được 0.5; dim(Kerf) được 0.25)	0.25
		Vì $\dim \text{Im} f + \dim \text{Ker} f = \dim \mathbb{R}^2 = 2 \Rightarrow \dim \text{Im} f = 2$	0.25
		Mà $\text{Im} f \subset \mathbb{R}^2$ & $\dim \text{Im} f = \dim \mathbb{R}^2 = 2 \Rightarrow \text{Im} f \equiv \mathbb{R}^2$	0.25
		Ta có $r(f) = \dim \text{Im} f \Rightarrow r(f) = 2$	0.25
		Trên $\mathbb{R}^2$ lấy cơ sở chính tắc $E = \{e_1 = (1, 0); e_2 = (0, 1)\}$	0.25
	2	Ta có $\begin{cases} f(e_1) = (2, -1) = 2e_1 - e_2 \\ f(e_2) = (-1, 2) = -e_1 + 2e_2 \end{cases} \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$	0.25 0.25 0.25
		$ A - \lambda I = 0 \Leftrightarrow (2 - \lambda)^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \lambda_1 = 1 \& \lambda_2 = 3$	0.5

Cán bộ ra đề: Ngọc Minh Châu

Cán bộ soạn đáp án: Ngọc Minh Châu

Duyệt đáp án

Hoàng Thị Thanh Giang

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN Đáp án đề thi số: 03	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính
---	---

(Ngày thi: 14/12/2018)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 3.5 đ	$\det A = -(m+6)$	0.5
	Nếu $\det A = 0 \Leftrightarrow m = -6$ thì $r(A) < 3$	0.25
	Ma trận A lúc này có $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -1 \neq 0 \Rightarrow r(A) = 2$	0.25
	Với $m = -5 \Rightarrow \det A = -1 \neq 0 \Rightarrow \exists A^{-1}$	0.25
	Tính các phần phụ đại số $A_{11} = -16 \quad A_{21} = 11 \quad A_{31} = -1$ $A_{12} = 17 \quad A_{22} = -12 \quad A_{32} = 1$ $A_{13} = -19 \quad A_{23} = 13 \quad A_{33} = -1$	0.5
	Mt nghịch đảo $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot A^* = \begin{pmatrix} 16 & -11 & 1 \\ -17 & 12 & -1 \\ 19 & -13 & 1 \end{pmatrix}$	0.5
	Với $m = -6 \Rightarrow A \cdot X = \theta$	
	$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ 2x + 3y + z = 0 \quad (*) \\ 7x + y - 6z = 0 \end{cases}$	0.25 0.25
	Xét ma trận bổ xung hoặc giải bằng phép thế $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 0 \\ y + z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = z \\ y = -z \end{cases} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} z \\ -z \\ z \end{pmatrix}, z \in \mathbb{R}$	0.25 0.25 0.25
	Đk $x + y - 3z = 0 \Leftrightarrow x = -y + 3z$ $\Rightarrow F = \{u = (-y + 3z, y, z) \mid y, z \in \mathbb{R}\}$	0.25 0.25
II 1.0 đ	$F = \{u = y(-1, 1, 0) + z(3, 0, 1) \mid y, z \in \mathbb{R}\}$	0.25
	$F = \text{Span}\{u_1 = (-1, 1, 0); u_2 = (3, 0, 1)\} (1) \& \{u_1, u_2\} \subset \mathbb{R}^3$ Vậy F là kgt con của $\mathbb{R}^3$	0.25

	2	(1) $\Rightarrow U = \{u_1 = (-1, 1, 0); u_2 = (3, 0, 1)\}$ là hệ sinh của F	0.5
		U gồm 2 vector khác không và không tỉ lệ nên đltt (2)	0.25
		Từ (1) & (2) $\Rightarrow U = \{u_1, u_2\}$ là một cơ sở của F .	0.25
		Vì cơ sở U gồm 2 vector $\Rightarrow \dim F = 2$	0.5
III 1.0 đ	1	Ta có $r(U) = r(A)$, với	0.25
		$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & 5 & -8 \\ -3 & 4 & 4 & -11 \\ 2 & -3 & 0 & 10 \end{pmatrix} \rightarrow \dots \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	0.5
		$\Rightarrow r(A) = 3 \Rightarrow r(U) = 3$	0.25
IV 3.0 đ	1	$G/s \ u = (x, y) \in \text{Ker} f \Leftrightarrow f(x, y) = \theta$ $\Leftrightarrow (3x + 4y, 4x + 3y) = (0, 0) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 0 \\ 4x + 3y = 0 \end{cases}$	0.5
		$\Leftrightarrow x = y = 0 \Rightarrow \text{Ker} f = \{\theta = (0, 0)\} \Rightarrow \dim(\text{Ker} f) = 0$ (Tìm đúng $\text{Ker} f$ được 0.5; $\dim(\text{Ker} f)$ được 0.25)	0.25
		Vì $\dim \text{Im} f + \dim \text{Ker} f = \dim \mathbb{R}^2 = 2 \Rightarrow \dim \text{Im} f = 2$	0.25
		Mà $\text{Im} f \subset \mathbb{R}^2$ & $\dim \text{Im} f = \dim \mathbb{R}^2 = 2 \Rightarrow \text{Im} f \equiv \mathbb{R}^2$	0.25
		Ta có $r(f) = \dim \text{Im} f \Rightarrow r(f) = 2$	0.25
	2	Trên $\mathbb{R}^2$ lấy cơ sở chính tắc $E = \{e_1 = (1, 0); e_2 = (0, 1)\}$	0.25
		Ta có $\begin{cases} f(e_1) = (3, 4) = 3e_1 + 4e_2 \\ f(e_2) = (4, 3) = 4e_1 + 3e_2 \end{cases} \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$	0.25 0.25 0.25
		$ A - \lambda I = 0 \Leftrightarrow (3 - \lambda)^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow \lambda_1 = -1 \& \lambda_2 = 7$	0.5

Cán bộ ra đề: Ngọc Minh Châu
Cán bộ soạn đáp án: Ngọc Minh Châu

Duyệt đáp án
Hoàng Thị Thanh Giang

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính
---	---

Đáp án đề thi số: 02

(Ngày thi: 19/12/2018)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm	
I 3.5 đ	1	$A^2 = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 8 & 8 & 1 \end{pmatrix} \& I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $X = \frac{1}{2}(A^2 - I) = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 0 \end{pmatrix}$	0.25 0.25
	2	Ta có $\det A = -3 \neq 0 \Rightarrow \exists A^{-1}$	0.25
		Tính các phần phụ đại số $\begin{matrix} A_{11} = 5 & A_{21} = 2 & A_{31} = -6 \\ A_{12} = -6 & A_{22} = -3 & A_{32} = 6 \\ A_{13} = 2 & A_{23} = 2 & A_{33} = -3 \end{matrix}$	0.5
		Mt nghịch đảo $A^{-1} = \frac{1}{\det A} . A^* = \begin{pmatrix} -5/3 & -2/3 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2/3 & -2/3 & 1 \end{pmatrix}$	0.25
		Ta có : $A.X = B \Leftrightarrow A^{-1}.A.X = A^{-1}.B \Leftrightarrow X = A^{-1}.B$ $\Rightarrow X = \begin{pmatrix} -5/3 & -2/3 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2/3 & -2/3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11/3 & 5 \\ 5 & -6 \\ -5/3 & 3 \end{pmatrix}$	0.25 0.25
		Xét $\tilde{A} = \left(\begin{array}{cccc c} 1 & -5 & 1 & -3 & -1 \\ 2 & 5 & -4 & -1 & -9 \\ 4 & -5 & -2 & -7 & 7 \end{array} \right) \rightarrow \dots \rightarrow \left(\begin{array}{cccc c} 1 & -5 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & 15 & -6 & 5 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 18 \end{array} \right)$ (mỗi bước biến đổi đúng được 0.25 đ) $\Rightarrow r(A) \neq r(\tilde{A}) \Rightarrow$ hệ vô nghiệm	0.25 0.25 0.25
II 1.0 đ		0.25	

III 3.0 đ	1	Đk $x - 2y + 3z = 0 \Leftrightarrow x = 2y - 3z$ $\Rightarrow S = \{\alpha = (2y - 3z, y, z) y, z \in \mathbb{R}\}$	0.25 0.25
		$S = \{\alpha = y(2, 1, 0) + z(-3, 0, 1) y, z \in \mathbb{R}\}$	0.25
		$S = \text{Span}\{u_1 = (2, 1, 0); u_2 = (-3, 0, 1)\} (1) \& \{u_1, u_2\} \subset \mathbb{R}^3$ Vậy S là kgvt con của $\mathbb{R}^3$	0.25
	2	(1) $\Rightarrow U = \{u_1 = (2, 1, 0); u_2 = (-3, 0, 1)\}$ là hệ sinh của S U gồm 2 vectơ khác không và không tỉ lệ nên đltt (2) Từ (1) & (2) $\Rightarrow U = \{u_1, u_2\}$ là một cơ sở của S Vì cơ sở U gồm 2 vectơ $\Rightarrow \dim S = 2$	0.5 0.25 0.25 0.25
		Giả sử $v = x_1 u_1 + x_2 u_2$ $\Rightarrow (-10, -2, 2) = x_1(2, 1, 0) + x_2(-3, 0, 1) \Rightarrow x_1 = -2u_1 + 2u_2$ $\Rightarrow v_U = (-2, 2)$	0.25 0.25 0.25
IV 3.5 đ	1	$\forall u = (x, y, z) \& v = (x', y', z') \in \mathbb{R}^3$, ta có $f(u + v) = f(x + x', y + y', z + z') = \dots = f(u) + f(v) \quad (1)$	0.5
		$\forall k \in \mathbb{R}, \forall u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ $\Rightarrow f(k.u) = f(kx, ky, kz) = \dots = kf(u) \quad (2)$	0.25
		Từ (1) và (2) suy ra f là ánh xạ tuyến tính.	0.25
	2	G/s $u = (x, y, z) \in \text{Ker} f \Leftrightarrow f(x, y, z) = \theta_0$ $\Leftrightarrow (2x - y, -2y + 3z) = (0, 0) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 0 \\ -2y + 3z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x \\ z = \frac{4}{3}x \end{cases}, x \in \mathbb{R}$ $\Rightarrow \text{Ker} f = \{u = (x, 2x, \frac{4}{3}x)\} \Rightarrow \dim(\text{Ker} f) = 1$	0.25 0.25 0.25 0.25
		Vì $\dim \text{Im} f + \dim \text{Ker} f = \dim \mathbb{R}^3 = 3 \Rightarrow \dim \text{Im} f = 2$ Mà $\text{Im} f \subset \mathbb{R}^2 \& \dim \text{Im} f = \dim \mathbb{R}^2 = 2 \Rightarrow \text{Im} f \equiv \mathbb{R}^2$	0.25 0.25
3		Trên $\mathbb{R}^3 \& \mathbb{R}^2$ lấy c.s c. tắc $E = \{e_1; e_2; e_3\}, F = \{e_1; e_2\}$	0.25
		Ta có $\Rightarrow \begin{cases} f(e_1) = 2e_1 + 0e_2 \\ f(e_2) = -e_1 - 2e_2 \\ f(e_3) = 0e_1 + 3e_2 \end{cases} \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$	0.25 0.25 0.25

Cán bộ ra đề: Ngọc Minh Châu
Cán bộ soạn đáp án: Ngọc Minh Châu

Duyệt đáp án
Hoàng Thị Thanh Giang

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính
Đáp án đề thi số: 03	

(Ngày thi: 19/12/2018)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 3.5 đ	$A^2 = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 7 & 4 & 12 \\ 4 & 2 & 7 \end{pmatrix} \& 2I = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$	0.25 0.25
	$X = \frac{1}{3}(A^2 - 2I) = \begin{pmatrix} 2/3 & 1 & 2 \\ 7/3 & 2/3 & 4 \\ 4/3 & 2/3 & 5/3 \end{pmatrix}$	0.25 0.25
	Ta có $\det A = 1 \neq 0 \Rightarrow \exists A^{-1}$	0.25
	Tính các phần phụ đại số $A_{11} = -2 \quad A_{21} = 3 \quad A_{31} = -3$ $A_{12} = 1 \quad A_{22} = -2 \quad A_{32} = 3$ $A_{13} = 1 \quad A_{23} = -1 \quad A_{33} = 1$	0.5
	Mt nghịch đảo $A^{-1} = \frac{1}{\det A} . A^* = \begin{pmatrix} -2 & 3 & -3 \\ 1 & -2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$	0.25
II 1.0 đ	$A.X = B \Leftrightarrow A^{-1}.A.X = A^{-1}.B \Leftrightarrow X = A^{-1}.B$	
	Ta có : $\Rightarrow X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & -3 \\ 1 & -2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 0 \\ -9 & -1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$	0.25 0.25
	Xét $\mathcal{A} = \left(\begin{array}{cccc c} 1 & -3 & 4 & -2 & -7 \\ 2 & 1 & -3 & 7 & -12 \\ 3 & 5 & -10 & 16 & 7 \end{array} \right) \rightarrow \dots \rightarrow \left(\begin{array}{cccc c} 1 & -3 & 4 & -2 & -7 \\ 0 & 7 & -11 & 11 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 24 \end{array} \right)$ (mỗi bước biến đổi đúng được 0.25 đ) $\Rightarrow r(A) \neq r(\mathcal{A}) \Rightarrow$ hệ vô nghiệm	0.25
III 3.0	1 $\text{Đk } 3x - 2y + z = 0 \Leftrightarrow z = -3x + 2y$ $\Rightarrow S = \{ \alpha = (x, y, -3x + 2y) \mid x, y \in \mathbb{R} \}$	0.25 0.25

d	2	$S = \{ \alpha = x(1, 0, -3) + y(0, 1, 2) \mid x, y \in \mathbb{R} \}$	0.25
		$S = \text{Span}\{u_1 = (1, 0, -3); u_2 = (0, 1, 2)\} (1) \& \{u_1, u_2\} \subset \mathbb{R}^3$ Vậy S là kgvt con của $\mathbb{R}^3$	0.25
		(1) $\Rightarrow U = \{u_1 = (1, 0, -3); u_2 = (0, 1, 2)\}$ là hệ sinh của S	0.5
		U gồm 2 vectơ khác không và không tỉ lệ nên đltt (2)	0.25
		Từ (1) & (2) $\Rightarrow U = \{u_1, u_2\}$ là một cơ sở của S	0.25
		Vì cơ sở U gồm 2 vectơ $\Rightarrow \dim S = 2$	0.25
		Giả sử $v = x_1 u_1 + x_2 u_2$	0.25
		$\Rightarrow (2, -2, -10) = x_1(1, 0, -3) + x_2(0, 1, 2) \Rightarrow x_1 = 2u_1 - 2u_2$	0.25
		$\Rightarrow v_U = (2, -2)$	0.25
IV 3.5 đ	1	$\forall u = (x, y, z) \& v = (x', y', z') \in \mathbb{R}^3$, ta có $f(u+v) = f(x+x', y+y', z+z') = \dots = f(u) + f(v) \quad (1)$	0.5
		$\forall k \in \mathbb{R}, \forall u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ $\Rightarrow f(k.u) = f(kx, ky, kz) = \dots = kf(u) \quad (2)$	0.25
		Từ (1) và (2) suy ra f là ánh xạ tuyến tính.	0.25
	2	G/s $u = (x, y, z) \in \text{Ker} f \Leftrightarrow f(x, y, z) = \theta_{\mathbb{R}^2}$	0.25
		$\Leftrightarrow (x-2y, -y+3z) = (0, 0) \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=0 \\ -y+3z=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2y \\ z=\frac{1}{3}y \end{cases}, y \in \mathbb{R}$	0.25 0.25
		$\Rightarrow \text{Ker} f = \{u = (2y, y, \frac{1}{3}y)\} \Rightarrow \dim(\text{Ker} f) = 1$	0.25
		Vì $\dim \text{Im} f + \dim \text{Ker} f = \dim \mathbb{R}^3 = 3 \Rightarrow \dim \text{Im} f = 2$ Mà $\text{Im} f \subset \mathbb{R}^2$ & $\dim \text{Im} f = \dim \mathbb{R}^2 = 2 \Rightarrow \text{Im} f \equiv \mathbb{R}^2$	0.25 0.25
	3	Trên $\mathbb{R}^3$ & $\mathbb{R}^2$ lấy c.s c. tắc $E = \{e_1; e_2; e_3\}, F = \{e_1; e_2\}$	0.25
		Ta có $\Rightarrow \begin{cases} f(e_1) = e_1 + 0e_2 \\ f(e_2) = -2e_1 - e_2 \\ f(e_3) = 0e_1 + 3e_2 \end{cases} \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$	0.25 0.25 0.25

Cán bộ ra đề: Ngọc Minh Châu

Cán bộ soạn đáp án: Ngọc Minh Châu

Duyệt đáp án

Hoàng Thị Thanh Giang

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính
---	---

Đáp án đề thi số: 04

(Ngày thi: 19/12/2018)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 3.0 đ	$\det(A) = 10 \neq 0 \Rightarrow \exists A^{-1}$	0.25
	$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot A^* = \frac{1}{10} \cdot \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} -2/5 & -1/10 \\ -1/5 & 3/10 \end{bmatrix}$	0.75
	Từ $AX = B \Rightarrow X = A^{-1} \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$	0.5
	$\det(A - \lambda I) = 0 \Leftrightarrow \lambda^2 - 7\lambda + 10 = 0 \Leftrightarrow \lambda = 2; \lambda = 5$	0.5
	$\lambda = 2 \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow u = \begin{bmatrix} x \\ -x \end{bmatrix} \forall x \neq 0$	0.5
	$\lambda = 5 \Rightarrow \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow u = \begin{bmatrix} x \\ 2x \end{bmatrix} \forall x \neq 0$	0.5
II 2.5 đ	$C \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 5 & -1 \\ 0 & -6 & -15 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$	0.5 0.5
	$\Rightarrow r(C) = 3$	0.25
	$W = \{(x, y, z, t) \mid y = 0, z = 3x + t\}$	0.25
	$= \{(x, 0, 3x + t, t) \mid x, t \in \mathbb{R}\}$	0.25
	$= \{(x, 0, 3x, 0) + (0, 0, t, t) \mid x, t \in \mathbb{R}\}$	0.25
	$= \{x(1, 0, 3, 0) + t(0, 0, 1, 1) \mid x, t \in \mathbb{R}\}$	0.25
	$= \text{Span}\{u_1 = (1, 0, 3, 0); u_2 = (0, 0, 1, 1)\}$	0.25
	$\Rightarrow$ hệ sinh là $\{u_1, u_2\}$	0.25

III 2.5 đ	Do $\dim(^{\circ} 3) = 3$	0.0
	Xét $k_1 u_1 + k_2 u_2 + k_3 u_3 = \theta$	0.25
	$\Leftrightarrow (k_1 - 2k_3, 3k_2 + k_3, -2k_1 + 3k_2) = (0, 0, 0)$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} k_1 - 2k_3 = 0 \\ 3k_2 + k_3 = 0 \\ -2k_1 + 3k_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow k_1 = k_2 = k_3 = 0 \Rightarrow U \text{ độc lập tt}$	0.25
	$\Rightarrow U$ là cơ sở	0.25
	Cơ sở chính tắc là $B = \{e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (0, 1, 0), e_3 = (0, 0, 1)\}$	0.25
IV 2.0 đ	Tọa độ $[u_1] = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}, [u_2] = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}, [u_3] = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	0.5
	$\Rightarrow$ ma trận cần tìm là $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 1 \\ -2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$	0.25
	$w = (-8, 15, 16) \text{ (0.5đ)} \Rightarrow$ tọa độ $[w] = (-8, 15, 16)$	0.75
IV 2.0 đ	$* \ker f = \{(x, y, z, t) \mid 2x - z = 0, y + z + t = 0\}$	0.25
	$= \{(x, y, z, t) \mid z = 2x, y = -t - 2x\}$	0.25
	$= \{(x, -t - 2x, 2x, t) \mid x, t \in \mathbb{R}\}$	0.25
	$= \{x(1, -2, 2, 0) + t(0, -1, 0, 1) \mid x, t \in \mathbb{R}\}$	0.25
	$= \text{Span}\{u_1 = (1, -2, 2, 0); u_2 = (0, -1, 0, 1)\}$	0.25
	Xét $k_1 u_1 + k_2 u_2 = \theta \Rightarrow (k_1, -2k_1 - k_2, 2k_1, k_2) = (0, 0, 0, 0)$	0.25
IV 2.0 đ	$\Rightarrow \dots \Rightarrow k_1 = k_2 = 0 \Rightarrow \{u_1, u_2\}$ độc lập tuyến tính	0.25
	$\Rightarrow \{u_1, u_2\}$ là cơ sở	0.25
	$\Rightarrow \dim(\ker f) = 2$	0.25
		0.25

Cán bộ ra đề: Hoàng Thị Thanh Giang

Cán bộ soạn đáp án: Hoàng Thị Thanh Giang

Duyệt đáp án
Phan Quang Sáng

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính
---	---

Đáp án đề thi số: ĐSTT- 05

(Ngày thi: 19/12/2018)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 3.0 đ	$\det(A) = 10 \neq 0 \Rightarrow \exists A^{-1}$	0.25
	$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot A^* = \frac{1}{10} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 3/10 & -1/5 \\ -1/10 & 2/5 \end{bmatrix}$	0.75
	Từ $XA = B \Rightarrow X = B \cdot A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$	0.5
	$\det(A - \lambda I) = 0 \Leftrightarrow \lambda^2 - 7\lambda + 10 = 0 \Leftrightarrow \lambda = 2; \lambda = 5$	0.5
	$\lambda = 2 \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow u = \begin{bmatrix} x \\ -x \end{bmatrix} \forall x \neq 0$	0.5
	$\lambda = 5 \Rightarrow \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow u = \begin{bmatrix} 2y \\ y \end{bmatrix} \forall y \neq 0$	0.5
II 2.5 đ	$C \rightarrow \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & 3 & 4 & -1 \\ 0 & -9 & -12 & 8 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & 3 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$	0.5 0.5
	$\Rightarrow r(C) = 3$	0.25
	$W = \{(x, y, z, t) t = 0, z = 2x + y\}$	0.25
	$= \{(x, y, 2x + y, 0) x, y \in \mathbb{R}\}$	0.25
	$= \{(x, 0, 2x, 0) + (0, y, y, 0) x, y \in \mathbb{R}\}$	0.25
	$= \{x(1, 0, 2, 0) + y(0, 1, 1, 0) x, y \in \mathbb{R}\}$	0.25
III 2.5 đ	$= \text{Span}\{u_1 = (1, 0, 2, 0); u_2 = (0, 1, 1, 0)\}$	0.25
	$\Rightarrow$ hệ sinh là $\{u_1, u_2\}$	0.25

III 2.5 đ	Do $\dim(^{\circ} 3) = 3$	0.0
	Xét $k_1 u_1 + k_2 u_2 + k_3 u_3 = \theta$	0.25
	$\Leftrightarrow (-k_1 + 2k_3, 2k_1 - 3k_2, 2k_2 + k_3) = (0, 0, 0)$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} -k_1 + 2k_3 = 0 \\ 2k_1 - 3k_2 = 0 \\ 2k_2 + k_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow k_1 = k_2 = k_3 = 0 \Rightarrow U$ độc lập tt	0.25
	$\Rightarrow U$ là cơ sở	0.25
	Cơ sở chính tắc là $B = \{e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (0, 1, 0), e_3 = (0, 0, 1)\}$	0.25
IV 2.0 đ	Tọa độ $[u_1] = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, [u_2] = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}, [u_3] = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	0.5
	$\Rightarrow$ ma trận cần tìm là $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	0.25
	$v = (3, 17, -8)$ (0.5đ) $\Rightarrow$ tọa độ $[v] = (3, 17, -8)$	0.75
IV 2.0 đ	$* \ker f = \{(x, y, z, t) x + y + z = 0, y - 2t = 0\}$	0.25
	$= \{(x, y, z, t) x = -z - 2t, y = 2t\}$	0.25
	$= \{(-z - 2t, 2t, z, t) z, t \in ^{\circ}\}$	0.25
	$= \{z(-1, 0, 1, 0) + t(-2, 2, 0, 1) z, t \in ^{\circ}\} =$	0.25
	$\text{Span}\{u_1 = (-1, 0, 1, 0); u_2 = (-2, 2, 0, 1)\}$	0.25
	Xét $k_1 u_1 + k_2 u_2 = \theta \Rightarrow (-k_1 - 2k_2, 2k_2, k_1, k_2) = (0, 0, 0, 0)$	0.25
IV 2.0 đ	$\Rightarrow \dots \Rightarrow k_1 = k_2 = 0 \Rightarrow \{u_1, u_2\}$ độc lập tuyến tính	0.25
	$\Rightarrow \{u_1, u_2\}$ là cơ sở	0.25
	$\Rightarrow \dim(\ker f) = 2$	0.25
		0.25

Cán bộ ra đề: Hoàng Thị Thanh Giang
Cán bộ soạn đáp án: Hoàng Thị Thanh Giang

Duyệt đáp án
Phan Quang Sáng

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN
Ngày thi: 21/12/2018 Đáp án đề thi số: 02	Tên học phần: DSTT

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Cán bộ ra đề và ĐA: Phan Quang Sáng; Duyệt: Nguyễn Văn Hạnh

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 3.0đ	$A' - 2B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & 2 & -6 \\ -2 & -2 & 0 \\ -4 & 4 & 2 \end{bmatrix}$	0.5
	$= \begin{bmatrix} -3 & 4 & -5 \\ -1 & -1 & -3 \\ -2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$	0.5
	Các phần tử nằm ở hàng 3 của BA là -3; 3; 4	0.5
	$\det(A) = -15 \neq 0$ nên A khả nghịch	0.25
	$A^* = \begin{bmatrix} -1 & -7 & -3 \\ 1 & -8 & 3 \\ -4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$	1.0
	$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1/15 & 7/15 & 1/5 \\ -1/15 & 8/15 & -3/15 \\ 4/15 & -2/15 & -3/15 \end{bmatrix}$	0.25
II 1.5đ	$\begin{array}{cccc c} -1 & 1 & 2 & -2 & 2 \\ A^{bs} = 3 & -2 & -5 & 3 & -4 \\ -2 & -1 & 1 & 3 & -2 \\ \hline h_2+h_3 & \rightarrow & 0 & 1 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \xrightarrow[-2h_1+h_3]{3h_1+h_2} \begin{array}{cccc c} -1 & 1 & 2 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & -1 & -1 & 3 & -2 \end{array}$	0.5
		0.25
	Hệ PT thành $\begin{cases} -x + y + 2z - 2t = 2 \\ y + z - 3t = 2 \end{cases}$	0.25

		Giải ra hệ có VSN dạng $\begin{cases} x = z + t \\ y = -z + 3t + 2 \\ z, t \in \mathbb{R} \end{cases}$	0.5
III 2.5đ	1	$u = (x, y, z) \in S \Leftrightarrow 2x - y + 3z = 0 \Leftrightarrow y = 2x + 3z$	0.25
		Từ đó $u = (x, 2x + 3z, z) = (x, 2x, 0) + (0, 3z, z)$	0.25
		$= x(1, 2, 0) + z(0, 3, 1)$	0.25
		Vậy S là KGVTV con sinh bởi hệ $U = \{u_1 = (1, 2, 0), u_2 = (0, 3, 1)\}$	0.25
	2	Hơn nữa hệ 2 véc tơ của U là ĐLTT vì các tọa độ không t/u tỷ lệ $\frac{1}{0} \neq \frac{2}{3}$ nên U là một cơ sở của S	0.25
		$\dim(S) = 2.$	0.25
		Ktra $2 \times (-2) - (-1) + 3 \times 1 = 0$ nên $u = (-2; -1; 1) \in S$	0.25
	3	Giả sử $u = k_1 u_1 + k_2 u_2$	0.25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} k_1 = -2 \\ 2k_1 + 3k_2 = -1 \\ k_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k_1 = -2 \\ k_2 = 1 \end{cases}$	0.25
		Vậy tọa độ của u trong cơ sở U là $(-2; 1)$	0.25
IV 3.0đ	1	Mọi $u = (x_1, y_1, z_1), v = (x_2, y_2, z_2), k \in \mathbb{R},$ $u + v = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2), ku = (kx_1, ky_1, kz_1)$	0.5
		Kiểm tra được $f(u + v) = f(u) + f(v)$	0.5
		$f(ku) = kf(u)$	0.5
	2	$w_1 = f(2; 1; -1) = (6, 1), w_2 = f(2; -1; 2) = (1, 6)$ $w_3 = f(4; -1; 3) = (4, 11)$	0.5
		Biểu diễn $w_1 = \frac{4}{3}v_1 + \frac{7}{3}v_2, w_2 = -\frac{11}{3}v_1 + \frac{7}{3}v_2, w_3 = v_1 + 5v_2$	0.75
		Mã trận cần tìm là $\begin{bmatrix} 4/3 & -11/3 & 1 \\ 7/3 & 7/3 & 5 \end{bmatrix}$	0.25

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN
Ngày thi: 21/12/2018	Tên học phần: DSTT
Đáp án đề thi số: 03	

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Cán bộ ra đề và ĐA: Phan Quang Sáng; Duyệt: Nguyễn Văn Hạnh

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 3.0đ	$-2A + B' = \begin{bmatrix} -2 & -2 & -4 \\ -4 & -2 & 2 \\ -2 & 6 & -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$	0.5
	$= \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -5 & -1 & 0 \\ 1 & 6 & -5 \end{bmatrix}$	0.5
	Các phần tử nằm ở cột 2 của AB là -4; 1; -8	0.5
	$\det(A) = -20 \neq 0$ nên A khả nghịch	0.25
	$A^* = \begin{bmatrix} -1 & -5 & -7 \\ -8 & 0 & -4 \\ -3 & 5 & -1 \end{bmatrix}$	1.0
	$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1/20 & 1/4 & 7/20 \\ 2/5 & 0 & 1/5 \\ 3/20 & -1/4 & 1/20 \end{bmatrix}$	0.25
II 1.5đ	$\begin{array}{cccc cccc} 1 & -1 & -2 & 2 & 2 & 1 & -1 & -2 & 2 & 2 \\ A^{bs} = & 2 & -1 & -3 & -1 & 1 & -2h_1+h_2 & \rightarrow 0 & 1 & 1 & -3 & -3 \\ & -3 & 1 & 2 & -1 & 5 & -2 & -3 & 2 & 2 & 2h_1+h_3 \\ \xrightarrow{h_2+h_3} & 0 & 1 & 1 & -3 & -3 & 0 & -1 & -1 & 3 & 3 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & \end{array}$	0.5
	Hệ PT thành $\begin{cases} x - y - 2z + 2t = 2 \\ y + z - 3t = -3 \end{cases}$	0.25

		Giải ra hệ có VSN dạng $\begin{cases} x = z + t - 1 \\ y = -z + 3t - 3 \\ z, t \in \mathbb{R} \end{cases}$	0.5
III 2.5đ	1	$u = (x, y, z) \in S \Leftrightarrow 3x - y + 2z = 0 \Leftrightarrow y = 3x + 2z$	0.25
		Từ đó $u = (x, 3x + 2z, z) = (x, 3x, 0) + (0, 2z, z)$	0.25
		$= x(1, 3, 0) + z(0, 2, 1)$	0.25
		Vậy S là KGVTV con sinh bởi hệ $U = \{u_1 = (1, 3, 0), u_2 = (0, 2, 1)\}$	0.25
	2	Hơn nữa hệ 2 véc tơ của U là ĐLTT vì các tọa độ không t/ư tỷ lệ $\frac{1}{0} \neq \frac{3}{2}$ nên U là một cơ sở của S	0.25
		$\dim(S) = 2.$	0.25
		Ktra $3 \cdot 1 - 5 + 2 \cdot 1 = 0$ nên $u = (1, 5, 1) \in S$	0.25
	3	Giả sử $u = k_1 u_1 + k_2 u_2$	0.25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} k_1 = 1 \\ 3k_1 + 2k_2 = 5 \\ k_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k_1 = 1 \\ k_2 = 1 \end{cases}$	0.25
		Vậy tọa độ của u trong cơ sở U là $(1; 1)$	0.25
IV 3.0đ	1	Mọi $u = (x_1, y_1, z_1), v = (x_2, y_2, z_2), k \in \mathbb{R},$ $u + v = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2), ku = (kx_1, ky_1, kz_1)$	0.5
		Kiểm tra được $f(u + v) = f(u) + f(v)$	0.5
		$f(ku) = kf(u)$	0.5
	2	$w_1 = f(1; 2; -1) = (6, 1), w_2 = f(-1; 2; 2) = (1, 6)$ $w_3 = f(-1; 4; 3) = (4, 11)$	0.5
		Biểu diễn $w_1 = \frac{4}{3}v_1 + \frac{7}{3}v_2, w_2 = -\frac{11}{3}v_1 + \frac{7}{3}v_2, w_3 = -6v_1 + 5v_2$	0.75
		Mã trận cần tìm là $\begin{bmatrix} 4/3 & -11/3 & -6 \\ 7/3 & 7/3 & 5 \end{bmatrix}$	0.25

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính
---	---

Đáp án đề thi số: 04

(Ngày thi: 24/12/2018)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án văn tắt	Điểm
Câu I 3.5 đ	1 $AB = \begin{bmatrix} -6 \\ -7 \\ 3m-13 \end{bmatrix}$	0.5
	2 $A^{bs} \rightarrow \left[\begin{array}{ccc c} 1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 4 & m+3 & 3 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccc c} 1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & m+5 & 1 \end{array} \right]$ Hệ đã cho tương đương với hệ: $\begin{cases} x+3y-z=0 \\ -2y+z=-1 \\ (m+5)z=1 \end{cases}$ Hệ vô nghiệm $\Leftrightarrow m=-5$	1 0.25 0.25
	3 Với $m=0$ thì $\det(A)=-10 \neq 0 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot A^*$ $A^{-1} = \frac{1}{-10} \cdot \begin{bmatrix} 13 & -3 & 14 \\ -13 & 3 & -4 \\ 1 & -1 & -2 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} -13/10 & 13/10 & -1/10 \\ 3/10 & -3/10 & 1/10 \\ -7/5 & 1/10 & 1/5 \end{bmatrix}$	0.5 0.75 0.25
	1 $W = \{(x, y, z) z = -4x\} = \{(x, y, -4x) x, y \in \mathbb{R}\}$ $= \{(x, 0, -4x) + (0, y, 0) x, y \in \mathbb{R}\} = \{x(1, 0, -4) + y(0, 1, 0) x, y \in \mathbb{R}\}$ $= \text{Span}\{u_1 = (1, 0, -4), u_2 = (0, 1, 0)\}$. W là kgvt con của $\mathbb{R}^3$	0.25 0.5 0.5
Câu II 3đ	2 *Ta thấy $\{u_1, u_2\}$ là hệ sinh của W Xét $k_1u_1 + k_2u_2 = \theta \Rightarrow (k_1, k_2, -4k_1) = (0, 0, 0) \Rightarrow k_1 = k_2 = 0$ $\Rightarrow \{u_1, u_2\}$ đltt $\Rightarrow \{u_1, u_2\}$ là cơ sở của W $\Rightarrow \dim(W) = 2$	0.25 0.25 0.5
	3 $u \in W$ vì $4 \cdot (-2) + 8 = 0$. G/sử $u = k_1u_1 + k_2u_2 \Rightarrow (-2, 3, 8) = (k_1, k_2, -4k_1)$ $\Rightarrow k_1 = -2, k_2 = 3 \Rightarrow \text{Tọa độ } [u] = (-2, 3)$	0.25 0.25 0.25
Câu III 0.5	$Au = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix} = -2 \cdot u$ nên u là vectơ riêng của A	0.5

Câu IV 3đ	1 $* \Rightarrow [f(e_1)]_B = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow f(e_1) = 0e_1 + 3e_2 = (0, 3)$ $* [f(e_2)]_B = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} \Rightarrow f(e_2) = e_1 - 2e_2 = (1, -2)$ $* \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow (x, y) = xe_1 + ye_2$ $\Rightarrow f(x, y) = x.f(e_1) + y.f(e_2) = (y, 3x - 2y)$	0.25 0.25 0.25 0.25
	2 $* \ker f = \{(x, y) f(x, y) = \theta\} = \{(x, y) y = 0, 3x - 2y = 0\}$ $= \{(x, y) x = 0, y = 0\} = \{(0, 0)\}$ $* \text{Im } f = \{f(x, y) (x, y) \in \mathbb{R}^2\} = \{(y, 3x - 2y) x, y \in \mathbb{R}^2\}$ $= \{(0, 3x) + (y, -2y) x, y \in \mathbb{R}^2\}$ $= \text{Span}\{u_1 = (0, 3), u_2 = (1, -2)\}$	0.5 0.25 0.25 0.25 0.25
	3 $f(x, y) = (5, 2) \Rightarrow (y, 3x - 2y) = (5, 2) \Rightarrow x = 4, y = 5$	0.5

CB ra đề và ĐA : Hoàng T Thanh Giang

Duyệt Phan Quang Sáng

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính
---	---

Đáp án đề thi số: 05

(Ngày thi: 24/12/2018)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án văn tắt	Điểm
Câu I 3.5 đ	1 $A.B = \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \\ 17 \end{bmatrix}$	0.5
	2 $A^{bs} \rightarrow \left[\begin{array}{ccc c} -1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & -1 & 0 \\ 0 & -6 & \alpha+2 & 1 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccc c} -1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha+4/5 & 1 \end{array} \right]$ Hệ đã cho tương đương với hệ: $\begin{cases} -x+2y+2z=1 \\ 5y-z=0 \\ (\alpha+4/5)z=1 \end{cases}$ Hệ vô nghiệm $\Leftrightarrow \alpha \neq -4/5$	1 0.25 0.25
	3 Với $\alpha=0$ thì $\det(A)=-4 \neq 0 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot A^*$ $A^{-1} = \frac{1}{-4} \cdot \begin{bmatrix} -40 & -5 & -17 \\ -16 & -2 & -6 \\ -12 & -1 & -5 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 10 & 4 & 3 \\ 5/4 & 1/2 & 1/4 \\ 17/4 & 3/2 & 5/4 \end{bmatrix}$	0.5 0.75 0.25
Câu II 3đ	1 $H = \{(x, y, z) z = -3y\} = \{(x, y, -3y) x, y \in \mathbb{R}\}$ $= \{(x, 0, 0) + (0, y, -3y) x, y \in \mathbb{R}\} = \{x(1, 0, 0) + y(0, 1, -3) x, y \in \mathbb{R}\}$ $= \text{Span}\{u_1 = (1, 0, 0), u_2 = (0, 1, -3)\} \Rightarrow H$ là kgvt con của $\mathbb{R}^3$	0.25 0.5 0.5
	2 *Ta thấy $\{u_1, u_2\}$ là hệ sinh của H Xét $k_1u_1 + k_2u_2 = \theta \Rightarrow (k_1, k_2, -3k_2) = (0, 0, 0) \Rightarrow k_1 = k_2 = 0$ $\Rightarrow \{u_1, u_2\}$ đltt $\Rightarrow \{u_1, u_2\}$ là cơ sở của $H \Rightarrow \dim(H) = 2$	0.25 0.25 0.5
	3 $v \in H$ vì $3 \cdot (-2) + 6 = 0$. G/sử $v = k_1u_1 + k_2u_2 \Rightarrow (1, -2, 6) = (k_1, k_2, -3k_2)$ $\Rightarrow k_1 = 1, k_2 = -2 \Rightarrow$ Tọa độ $[v] = (1, -2)$	0.25 0.25 0.25
Câu III 0.5	$Au = \begin{bmatrix} 8 \\ 8 \end{bmatrix} = 4.u$ nên u là vectơ riêng của A	0.5

Câu IV 3đ	1 $* \Rightarrow [f(e_1)]_B = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow f(e_1) = 4e_1 - e_2 = (4, -1)$ $* [f(e_2)]_B = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow f(e_2) = 0e_1 + 2e_2 = (0, 2)$ $* \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow (x, y) = xe_1 + ye_2$ $\Rightarrow f(x, y) = x.f(e_1) + y.f(e_2) = (4x, -x+2y)$	0.25 0.25 0.25 0.25
	2 $* \ker f = \{(x, y) f(x, y) = \theta\} = \{(x, y) 4x = 0, -x+2y = 0\}$ $= \{(x, y) x = 0, y = 0\} = \{(0, 0)\}$ $* \text{Im } f = \{f(x, y) (x, y) \in \mathbb{R}^2\} = \{(4x, -x+2y) x, y \in \mathbb{R}^2\}$ $= \{(4x, -x) + (0, 2y) x, y \in \mathbb{R}^2\}$ $= \text{Span}\{u_1 = (4, -1); u_2 = (0, 2)\}.$	0.5 0.25 0.25 0.25 0.25
	3 $f(x, y) = (2, 3) \Rightarrow (4x, -x+2y) = (2, 3) \Rightarrow x = 1/2, y = 7/4$	0.5

CB ra đề và ĐA : Hoàng T Thanh Giang; Duyệt đề Phan Quang Sáng

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính
Đáp án đề thi số: 02	

(Ngày thi: 27/12/2018)

Ghi chú: Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 3.0đ	$\det A = 2 \neq 0 \text{ với } \forall m \Rightarrow A \text{ khả nghịch}$	0.5
	$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 2+2m & -2 & 4m \\ -m & 1 & -2m \\ -m & 1 & 2-2m \end{bmatrix}$	1.25
	Mỗi cặp đúng cho 0.25đ, quên chuyển vị trừ 0,25đ	
	$\Rightarrow A^{-1} = \frac{\tilde{A}}{\det A} = \begin{bmatrix} 1+m & -1 & 2m \\ -m/2 & 1/2 & -m \\ -m/2 & 1/2 & 1-m \end{bmatrix}$	0.25
	$m=1 \rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -0.5 & 0.5 & -1 \\ -0.5 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}$	0.5
	$A.X = B \Leftrightarrow X = A^{-1}B$ $X = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ -2.5 & -0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{pmatrix}$	0.25 0.25
II 2.0đ	Nếu SV làm theo kiểu hệ, thì gọi đc X cho 0.25đ	
	Nhân đúng AX cho 0.25đ	
	Giải mỗi cột nghiệm đúng cho 0.25đ	
	Chứng minh $S \neq \emptyset$	0.25
	Viết đúng $u+v$ và ku	0.25
	Chứng minh S đóng kín với phép cộng 2 véc tơ	0.25
III 1.5đ	Chứng minh S đóng kín với phép nhân và kết luận	0.25
	$S = \{(a, a+c, c) \mid a, c \in R\}$ $= \{a(1, 1, 0) + c(0, 1, 1) \mid a, c \in R\}$	0.25
	$\{p_1 = (1, 1, 0); p_2 = (0, 1, 1)\}$ là hệ sinh của S	0,25
	Chứng minh hệ $\{p_1, p_2\}$ là đltt $\Rightarrow$ hệ là cơ sở	0.25

		$\dim S = 2$	0.25
III 1.5đ	1	Chứng minh hệ U đltt $\dim R^2 = 2 = \text{số vt của } U \Rightarrow U \text{ là cs}$	0.5 0.25
	2	$\begin{cases} w_1 = u_1 + u_2 \\ w_2 = u_1 + 2u_2 \end{cases}$	0,25 0,25
		$P_{[U \rightarrow W]} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$	0.25
IV 3.5đ	1	G/s $u = (x, y, z) \in \text{Ker } f \Leftrightarrow f(x, y, z) = (0, 0, 0)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2z = 0 \\ 2x + 2y - 4z = 0 \\ x - z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = z \\ y = z \end{cases}$ $\text{Ker } f = \{z(1, 1, 1) \mid z \in R\}$	0.25 0.25 0.25
		$\Rightarrow \text{Ker } f = \text{span} \langle u = (1, 1, 1) \rangle$	0.25
		Họ $\{u\}$ đltt do $u \neq \theta$ nên $\{u\}$ là cơ sở của Kerf và	
		$\dim(\ker f) = 1$	0.25
		$\dim(\text{Im } f) = \dim R^3 - \dim \text{Ker } f = 2 \Rightarrow r(f) = 2$	0.25
	2	$f(e_1) = (2, 2, 1); f(e_2) = (0, 2, 0); f(e_3) = (-2, -4, -1)$ $f(e_1) = 2e_1 + 2e_2 + e_3$ $f(e_2) = 2e_2$ $f(e_3) = -2e_1 - 4e_2 - e_3$	0.5 0.25
		$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 2 & 2 & -4 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	0.25
	3	$ A - \lambda I = \lambda(2 - \lambda)(\lambda - 1)$ Các giá trị riêng của A là $\lambda = 0, 1, 2$ Chọn được một trong 3 véc tơ riêng tương ứng $u_1 = (1, 1, 1), u_2 = (0, 1, 0), u_3 = (2, 0, 1)$	0.5 0.25 0.25

Cán bộ ra đề: Nguyễn Trọng Kương
Cán bộ soạn đáp án: Nguyễn Trọng Kương

Duyệt
Đỗ Thị Huệ

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính
Đáp án đề thi số: 03	

(Ngày thi: 27/12/2018)

Ghi chú: Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 3.0đ	$\det A = 2 \neq 0$ với $\forall m \Rightarrow A$ khả nghịch	0.5
	$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 2m & -2 & 4m-2 \\ -2m & 2 & -4m \\ -m+1 & 1 & 3-2m \end{bmatrix}$	1.25
	1 Mỗi cặp đúng cho 0.25đ, quên chuyển vị trừ 0,25đ	
	$A^{-1} = \begin{bmatrix} m & -1 & 2m-1 \\ -m & 1 & -2m \\ (-m+1)/2 & 1/2 & (3-2m)/2 \end{bmatrix}$	0.25
	$m = 1 \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 0 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$	0.5
	2 $AX = B \Leftrightarrow X = A^{-1}B$ $X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -5 & -1 \\ 2.5 & 0.5 \end{pmatrix}$ Nếu SV làm theo kiểu hệ, thì gọi đc X cho 0.25đ Nhân đúng AX cho 0.25đ Giải mỗi cột nghiệm đúng cho 0.25đ	0.25 0.25
II 2.0đ	1 Chứng minh $S \neq \emptyset$	0.25
	Viết đúng $u+v$ và ku	0.25
	Chứng minh S đóng kín với phép cộng 2 véc tơ	0.25
	Chứng minh S đóng kín với phép nhân và kết luận	0.25
	2 $S = \{(a, b, a+b) \mid a, b \in R\}$ $= \{a(1, 0, 1) + b(0, 1, 1) \mid a, b \in R\}$	0.25
	$\{p_1 = (1, 0, 1); p_2 = (0, 1, 1)\}$ là hệ sinh của S	0,25

III 1.5đ	Chứng minh hệ $\{p_1, p_2\}$ là đltt $\Rightarrow$ hệ là cơ sở	0.25
	$\dim S = 2$	0.25
	1 Chứng minh hệ U đltt $\dim R^2 = 2 =$ số vt của $U \Rightarrow U$ là cs	0.5 0.25
	2 $\begin{cases} w_1 = u_1 - u_2 \\ w_2 = -u_1 + 2u_2 \end{cases}$ $P_{[U \rightarrow W]} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$	0.25 0.25 0.25
IV 3.5đ	G/s $u = (x, y, z) \in \text{Ker} f \Leftrightarrow f(x, y, z) = (0, 0, 0)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 4x & -4z = 0 \\ x+y-z=0 \\ 2x & -2z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=z \\ y=0 \end{cases}$	0.25 0.25
	1 $\Rightarrow \text{Ker} f = \{z(1, 0, 1) \mid z \in R\}$	0.25
	$\Rightarrow \text{Ker} f = \text{span}\{u=(1, 0, 1)\}$	0.25
	Họ $\{u\}$ đltt do $u \neq \theta$ nên $\{u=(1, 0, 1)\}$ là cơ sở của $\text{Ker} f$ và $\dim(\ker f) = 1$ $\dim(\text{Im } f) = \dim R^3 - \dim \text{Ker} f = 2 \Rightarrow r(f) = 2$	0.25 0.25
	$f(e_1) = (4, 1, 2); f(e_2) = (0, 1, 0); f(e_3) = (-4, -1, -2)$	0.5
	$f(e_1) = 4e_1 + e_2 + 2e_3$ $f(e_2) = e_2$ $f(e_3) = -4e_1 - e_2 - 2e_3$	0.25
	Mã trận của f trong cơ sở chính tắc của R^3 là $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -4 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$	0.25
	$ A - \lambda I = \lambda(1 - \lambda)(\lambda - 2)$	0.5
	2 Các giá trị riêng của A là $\lambda = 0, 1, 2$	0.25
	Chọn được một trong 3 vec tơ riêng ứng $u_1 = (1, 0, 1), u_2 = (0, 1, 0), u_3 = (2, 1, 1)$	0.25

Cán bộ ra đề: Nguyễn Trọng Kương
Cán bộ soạn đáp án: Nguyễn Trọng Kương

Duyệt
Đỗ Thị Huệ

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I. (2.0đ)	a. $A.B^t = \begin{bmatrix} -3 & 13 \\ 13 & 0 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$	0.50
	b. - $\det(A) = 4 \neq 0$, mt A khả nghịch - Ma trận phụ hợp : $A^* = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 7 \\ -1 & -1 & 5 \end{bmatrix}$	0.25 1.0
	(Tính đúng 3 p.từ mỗi hàng được 0.25đ, viết đúng ma trận phụ hợp được 0.25đ)	
	- Ma trận nghịch đảo : $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1/4 & 1/4 & -1/4 \\ -3/4 & 1/4 & 7/4 \\ -1/4 & -1/4 & 5/4 \end{bmatrix}$	0.25
II. (2.0đ)	a. - Biến đổi ma trận mở rộng, mỗi bước được 0.25: $A_{MR} \rightarrow \left[\begin{array}{cccc c} 1 & -2 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 7 & -4 & 6 & 1 \\ 0 & 7 & -4 & m+2 & 4 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{cccc c} 1 & -2 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 7 & -4 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & m-4 & 3 \end{array} \right]$	0.5
	- Hệ có nghiệm $\Leftrightarrow r(A) = r(A_{MR})$	0.25
	- Vậy hệ có nghiệm khi $m - 4 \neq 0 \rightarrow m \neq 4$	0.25
	b. - Với $m = 1$, hệ đã cho tương đương với hệ: $\begin{cases} x - 2y + z - t = 1 \\ 7y - 4z + 6t = 1 \\ -3t = 3 \end{cases}$	0.25
	- Từ phương trình cuối: $t = -1$;	0.25
	- Thay $t = -1$ vào phương trình thứ 2 : $y = 1 + \frac{4}{7}z$	0.25
	- Thay t và y vào phương trình đầu: $x = 2 + \frac{z}{7}$	0.25

	- z là ẩn tự do, nhận giá trị tùy ý ($\forall z \in R$)	
III. (3.0đ)	a. - Rõ ràng $(0, 0, 0) \in S$, vậy $S \neq \emptyset$. (i)	0.25
	- $\forall u = (x, y, z) \in S$ thì $u = (z - 2y, y, z)$, $\forall u' = (x', y', z') \in S$ thì $u' = (z' - 2y', y', z')$, ta có $u + u' = ([z+z'] - 2[y+y'], [y+y'], [z+z'])$ vậy $u + u' \in S$ (ii)	0.25
	- $\forall k \in R, \forall u \in S$ thì $ku = k(z - 2y, y, z)$ $= (k[z - 2y], ky, kz)$; vậy $ku \in S$. (iii)	0.25
	- KL: từ (i), (ii) và (iii) $\rightarrow S$ là k.g. vector con của R^3	0.25
	b. - $\forall u \in S$ thì $u = (z - 2y, y, z)$, $\forall y, z \in R$, khi đó $u = y(-2, 1, 0) + z(1, 0, 1)$ vậy hệ $U = \{u_1 = (-2, 1, 0), u_2 = (1, 0, 1)\}$ là một hệ sinh của S .	0.25 0.25
	- Dễ thấy hệ U là đltt (do có 2 vector không tỷ lệ). Do đó U là một cơ sở của S	0.25
	- S có cơ sở U gồm 2 vector $\rightarrow \dim(S) = 2$.	0.25
	c. - Ta thấy vector $v = (2, 1, 4) \in R^3$ có các thành phần thỏa điều kiện $x = z - 2y$, do $2 = 4 - 2.1$. Vậy $v \in S$.	0.25
	- Do U là một cơ sở của S , tồn tại các giá trị $k_1, k_2 \in R$ sao cho: $v = k_1 u_1 + k_2 u_2$. Viết hệ 3 ph. trình:	0.25
	- Giải ra được $k_1 = 1, k_2 = 4$.	0.25
	- Tọa độ cột của vector v trong cơ sở U là: $v_{[U]} = [1, 4]^T$	0.25
IV. (3.0đ)	a. - Viết đúng ptđt: $\lambda^2 - 3\lambda + 2 = 0$	0.25
	- Giải được hai nghiệm phân biệt $\lambda_1 = 1; \lambda_2 = 2$.	0.25
	- Kết luận A chéo hóa được do có 2 trị riêng phân biệt	0.25
	b. - Với $\lambda = 1$: có hệ Phương trình: $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, -	0.25
	- giải ra được $x = -2y$. Cho $y = 1$ có $v_1 = (-2, 1)$	0.25
	- Với $\lambda = 2$: có hệ Phương trình: $\begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, -	0.25
	- giải ra được $x = -y$. Cho $y = 1$ có $v_2 = (-1, 1)$	0.25
	- Ma trận làm chéo A là : $P = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	0.25
	c. - Từ ma trận A , có $f(e_1) = e_2; f(e_2) = -2e_1 + 3e_2$	0.25
	- Trong cơ sở $E: u = (x, y) = x.e_1 + y.e_2$	0.25
	- do đó : $f(u) = x.f(e_1) + y.f(e_2) = x.(0, 1) + y.(-2, 3)$	0.25
	$f(u) = (-2y, x + 3y)$	0.25
	*Nếu áp dụng công thức $f(u)_{[U]} = A.u_{[U]}$ cũng cho 1.0đ	

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I. (2.0đ)	a. $A^t.B = \begin{bmatrix} 11 & -6 & 1 \\ -4 & 5 & 7 \end{bmatrix}$	0.50
	- $\det(B) = -4 \neq 0$, mt B khả nghịch	0.25
	- Ma trận phụ hợp: $B^* = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 1 \\ -7 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$	1.0
	b. (Tính đúng 3 p.từ mỗi hàng được 0.25đ, viết đúng ma trận phụ hợp được 0.25đ) - Ma trận nghịch đảo: $B^{-1} = \begin{bmatrix} 5/4 & -1/4 & -1/4 \\ 7/4 & -3/4 & 1/4 \\ -1/4 & 1/4 & 1/4 \end{bmatrix}$	0.25
II. (2.0đ)	a. - Biến đổi ma trận mở rộng, mỗi bước được 0.25: $A_{MR} \rightarrow \left[\begin{array}{ccc c} 1 & -2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 7 & -4 & 6 & -3 \\ 0 & 7 & m-2 & 6 & 0 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccc c} 1 & -2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 7 & -4 & 6 & -3 \\ 0 & 0 & m+2 & 0 & 3 \end{array} \right]$	0.5
	- Hệ có nghiệm $\Leftrightarrow r(A) = r(A_{MR})$	0.25
	- Vậy hệ có nghiệm khi $m+2 \neq 0 \rightarrow m \neq -2$	0.25
	b. - Với $m=1$, hệ đã cho tương đương với hệ: $\begin{cases} x-2y+z-t=2 \\ 7y-4z+6t=-3 \\ 3z=3 \end{cases}$ - Từ phương trình cuối: $z=1$; - Thay $z=1$ vào phương trình thứ 2: $y=1-\frac{6}{7}t$ - Thay t và y vào phương trình đầu: $x=3-\frac{5}{7}t$	0.25 0.25 0.25 0.25

	- t là ẩn tự do, nhận giá trị tùy ý ($\forall t \in R$)	
III. (3.0đ)	a. - Rõ ràng $(0, 0, 0) \in S$, vậy $S \neq \emptyset$. (i)	0.25
	- $\forall u = (x, y, z) \in S$ thì $u = (2y - z, y, z)$, $\forall u' = (x', y', z') \in S$ thì $u' = (2y' - z', y', z')$, ta có $u + u' = (2[y+y'] - [z+z'], [y+y'], [z+z'])$ vậy $u + u' \in S$ (ii)	0.25
	- $\forall k \in R, \forall u \in S$ thì $ku = k(2y - z, y, z)$ $= (k[2y - z], ky, kz)$; vậy $ku \in S$. (iii)	0.25
	- KL: từ (i), (ii) và (iii) $\rightarrow S$ là k.g. vector con của R^3	0.25
	- $\forall u \in S$ thì $u = (2y - z, y, z)$, $\forall y, z \in R$, khi đó $u = y(2, 1, 0) + z(-1, 0, 1)$ vậy hệ $U = \{u_1 = (2, 1, 0), u_2 = (-1, 0, 1)\}$ là một hệ sinh của S .	0.25 0.25
	b. - Dễ thấy hệ U là đltt (do có 2 vector không tỷ lệ). Do đó U là một cơ sở của S	0.25
	- S có cơ sở U gồm 2 vector $\rightarrow \dim(S) = 2$.	0.25
	c. - Ta thấy vector $v = (1, 2, 3) \in R^3$ có các thành phần thỏa điều kiện $x = 2y - z$, do $1 = 2 \cdot 2 - 3$. Vậy $v \in S$.	0.25
	- Do U là một cơ sở của S , tồn tại các giá trị $k_1, k_2 \in R$ sao cho: $v = k_1 u_1 + k_2 u_2$. Viết hệ 3 ph. trình:	0.25
	- Giải ra được $k_1 = 2, k_2 = 3$.	0.25
	- Tọa độ cột của vector v trong cơ sở U là: $v_{[U]} = [2, 3]^T$	0.25
IV. (3.0đ)	a. - Viết đúng ptđt: $\lambda^2 + \lambda - 2 = 0$	0.25
	- Giải được hai nghiệm phân biệt $\lambda_1 = 1; \lambda_2 = -2$.	0.25
	- Kết luận A chéo hóa được do có 2 trị riêng phân biệt	0.25
	b. - Với $\lambda = 1$: có hệ Phương trình: $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, --	0.25
	giải ra được $y = 0, x$ tùy ý. Cho $x = 1$ có $v_1 = (1, 0)$	0.25
	- Với $\lambda = 2$: có hệ Phương trình: $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, --	0.25
	giải ra được $x = -y$. Cho $y = 1$ có $v_2 = (-1, 1)$	0.25
	- Ma trận làm chéo A là: $P = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	0.25
	c. - Từ ma trận A , có $f(e_1) = e_1; f(e_2) = 3e_1 - 2e_2$	0.25
	- Trong cơ sở $E: u = (x, y) = x.e_1 + y.e_2$	0.25
	- do đó: $f(u) = x.f(e_1) + y.f(e_2) = x.(1, 0) + y.(3, -2)$	0.25
	$f(u) = (x + 3y, -2y)$	0.25
	*Nếu áp dụng công thức $f(u)_{[U]} = A.u_{[U]}$ cũng cho 1.0đ	