

Câu I (2.0 điểm).

1. (1.0 đ) Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = (2x - 1) \cdot \arctan x$ tại điểm $x = 0$.
2. (1.0 đ) Tìm đa thức Taylor bậc 3 tại $x = 0$ của hàm số $f(x) = \ln(x + 1)$.

Câu II (3.0 điểm).

1. (1.5đ) Xét sự hội tụ của tích phân suy rộng và tính tích phân nếu nó hội tụ:

$$\int_1^{+\infty} \frac{2}{x^2 + 3x + 2} dx.$$

2. (1.5đ) Tính tích phân : $\int_0^1 x(\sqrt{x^2 + 3} - x) dx.$

Câu III (2.0 điểm). Tìm tất cả các điểm cực trị (nếu có) của hàm số

$$f(x, y) = x^3 + y^2 - 3x - 6y.$$

Câu IV (2.0 điểm). Giải phương trình vi phân đẳng cấp

$$y' = \frac{x + 2y}{2x - y}.$$

Câu V (1.0 điểm). Tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n 4^n x^n.$$

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề
Trần Đức Quỳnh

Duyệt đề
Phan Quang Sáng

Đề số: 03
Ngày thi: 24/12/2018

Tên Học phần: **Giải tích**
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: **Tự luận**

Câu I (2.0 điểm).

1. (1.0 đ) Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = (x+1) \cdot \arctan x$ tại điểm $x = 0$.
2. (1.0 đ) Tìm đa thức Taylor bậc 3 tại $x = 0$ của hàm số $f(x) = \ln(2x+1)$.

Câu II (3.0 điểm).

1. (1.5đ) Xét sự hội tụ của tích phân suy rộng và tính tích phân nếu nó hội tụ:

$$\int_1^{+\infty} \frac{4}{x^2 + 5x + 6} dx.$$

2. (1.5đ) Tính tích phân $\int_0^1 x(\sqrt{x^2+1} + x) dx.$

Câu III (2.0 điểm). Tìm tất cả các điểm cực trị (nếu có) của hàm số

$$f(x, y) = x^3 + \frac{1}{2}y^2 - 12x - 3y.$$

Câu IV (2.0 điểm). Giải phương trình vi phân đẳng cấp

$$y' = \frac{x+3y}{3x-y}.$$

Câu V (1.0 điểm). Tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{n} x^n.$$

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề
Trần Đức Quỳnh

Duyệt đề
Phan Quang Sáng

Câu I (2.5 điểm).

- 1) (1.0đ) Tìm vi phân của hàm số $f(x) = x \ln(x-1)$ tại $x = 2$.
- 2) (1.5đ) Tìm đa thức Taylor bậc 3 của hàm số $f(x) = e^{3x-1}$ tại $x = \frac{1}{3}$.

Câu II (1.5 điểm). Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{a^2 + x^2}$.

- 1) (0.5đ) Tính $\int f(x) dx$.
- 2) (1.0đ) Với $a = 3$, tính tích phân $\int_3^{+\infty} f(x) dx$.

Câu III (1.0 điểm). Cho hàm số $f(x, y) = ye^{2x+3y}$. Tính $f''_{xx}(0; 0)$.

Câu IV (2.0 điểm). Tìm các điểm cực trị (nếu có) của hàm số

$$f(x, y) = y^4 + \frac{1}{3}x^3 - x - 4y + 5.$$

Câu V (2.0 điểm). Giải phương trình vi phân tuyến tính

$$y' + 2xy = \frac{e^{-x^2}}{2+x}.$$

Câu VI (1.0 điểm). Tính tổng (nếu chuỗi hội tụ) của chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5}{4n^2 - 1}$.

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề
Nguyễn Thị Huyền

Duyệt đề
Phan Quang Sáng

Đề số: 03

Ngày thi: 28/12/2018

Tên Học phần: **Giải tích**

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: **Tự luận**

Câu I (2.5 điểm).

1) (1.0đ) Tìm vi phân của hàm số $f(x) = x \ln(x+1)$ tại $x=0$.

2) (1.5đ) Tìm đa thức Taylor bậc 3 của hàm số $f(x) = e^{2x+1}$ tại $x = -\frac{1}{2}$.

Câu II (1.5 điểm). Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{a^2 + x^2}$.

1) (0.5đ) Tính $\int f(x) dx$.

2) (1.0đ) Với $a=2$, tính tích phân $\int_2^{+\infty} f(x) dx$.

Câu III (1.0 điểm). Cho hàm số $f(x, y) = xe^{x+2y}$. Tính $f''_{yy}(0;0)$.

Câu IV (2.0 điểm). Tìm các điểm cực trị (nếu có) của hàm số

$$f(x, y) = x^4 + \frac{1}{3}y^3 - y - 4x + 9.$$

Câu V (2.0 điểm). Giải phương trình vi phân tuyến tính

$$y' - 2xy = \frac{e^{x^2}}{3-x}.$$

Câu VI (1.0 điểm). Tính tổng (nếu chuỗi hội tụ) của chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3}{4n^2 - 1}$.

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm

+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề
Nguyễn Thị Huyền

Duyệt đề
Phan Quang Sáng

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Giải tích Đáp án đề thi số: 02
---	---

(Ngày thi: 24/12/2018)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 2.0đ	1 $y' = 2 \arctan x + \frac{2x-1}{1+x^2}$	0.5
	$f'(0) = -1$	0.5
	$f'(x) = \frac{1}{x+1}; f''(x) = \frac{-1}{(x+1)^2}; f'''(x) = \frac{2}{(x+1)^3}$	0.5
	2 $f'(0) = 1; f''(0) = -1; f'''(0) = 2$	0.25
	$\Rightarrow P(x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3$	0.25
II 3.0đ	$\frac{2}{x^2+3x+2}$ tương đương $\frac{2}{x^2}$ nên tích phân hội tụ	0.5
	1 $\int_1^{+\infty} \frac{2}{x^2+3x+2} dx = \int_1^{+\infty} \left(\frac{2}{x+1} - \frac{2}{x+2} \right) dx$	0.5
	$= 2 \ln \frac{x+1}{x+2} \Big _1^{+\infty} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2 \ln \frac{x+1}{x+2} - 2 \ln(2/3)$	0.25
	$= 2 \ln(3/2)$	0.25
	2 $I = \int_0^1 x \sqrt{x^2+3} dx - \int_0^1 x^2 dx$	0.25
	$\int_0^1 x \sqrt{x^2+3} dx = \frac{1}{3} (x^2+3)^{3/2} \Big _0^1$	0.5
	$\int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big _0^1$	0.25
	$I = \frac{7-3\sqrt{3}}{3}$	0.5

III 2.0đ	$f'_x = 3x^2 - 3; f'_y = 2y - 6;$	0.5
	$\begin{cases} f'_x = 0 \\ f'_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow$ Hàm số có 2 điểm dừng là	0.5
	(1; 3) và (-1; 3)	
	$f''_{xx} = 6x; f''_{xy} = 0; f''_{yy} = 2$	0.5
	Tại (-1; 3) ta có $A = -6; B = 0; C = 2$ $\Rightarrow AC - B^2 = -12 < 0$. Hàm số ko đạt cực trị	0.25
	Tại (1; 3) ta có $A = 6; B = 0; C = 2 \Rightarrow AC - B^2 = 12 > 0$. Hàm số đạt cực tiểu.	0.25
IV 2.0đ	Đặt $y = ux \Rightarrow y' = u'x + u$	0.25
	$u'x + u = \frac{1+2u}{2-u}$	0.25
	$pt \Leftrightarrow u'x = \frac{1+u^2}{2-u}$	0.5
	$pt \Leftrightarrow \frac{dx}{x} = \frac{2-u}{1+u^2} du$	0.5
	Nghiệm : $\ln x = 2 \arctan \frac{y}{x} - \frac{1}{2} \ln \left(1 + \frac{y^2}{x^2} \right) + C$	0.5
V 1.0đ	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)4^{n+1}}{n.4^n} = 4$ nên chuỗi hội tụ trên $\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{4} \right)$	0.5
	Xét tại hai đầu mút đều không hội tụ. Miền hội tụ là $\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{4} \right)$	0.5

Cán bộ ra đề: Trần Đức Quỳnh

Cán bộ soạn đáp án

Trần Đức Quỳnh

Duyệt đáp án

Phan Quang Sáng

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Giải tích Đáp án đề thi số: 03
---	---

(Ngày thi: 24/12/2018)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án văn tắt	Điểm
I 2.0đ	1 $f'(x) = \arctan x + \frac{x+1}{1+x^2}$	0.5
	$f'(0) = 1$	0.5
	2 $f'(x) = \frac{2}{2x+1}; f''(x) = \frac{-4}{(2x+1)^2}; f'''(x) = \frac{16}{(2x+1)^3}$	0.5
	$f'(0) = 2; f''(0) = -4; f'''(0) = 16$	0.25
	$\Rightarrow P(x) = 2x - 2x^2 + \frac{8}{3}x^3$	0.25
II 3.0đ	1 $\frac{4}{x^2 + 5x + 6}$ tương đương $\frac{4}{x^2}$ nên tích phân hội tụ	0.5
	$\int_1^{+\infty} \frac{4}{x^2 + 5x + 6} dx = \int_1^{+\infty} \left(\frac{4}{x+2} - \frac{4}{x+3} \right) dx$	0.5
	$= 4 \ln \frac{x+2}{x+3} \Big _1^{+\infty} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 4 \ln \frac{x+2}{x+3} - 4 \ln(3/4)$	0.25
	$= 4 \ln(4/3)$	0.25
	2 $I = \int_0^1 x\sqrt{x^2+1} dx + \int_0^1 x^2 dx$	0.25
	$\int_0^1 x\sqrt{x^2+1} dx = \frac{1}{3} (x^2+1)^{3/2} \Big _0^1$	0.5
	$\int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big _0^1$	0.25
	$I = \frac{2\sqrt{2}}{3}$	0.5

III 2.0đ	$f'_x = 3x^2 - 12; f'_y = y - 3;$	0.5
	$\begin{cases} f'_x = 0 \\ f'_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow$ Hàm số có 2 điểm dừng là	0.5
	(2; 3) và (-2; 3)	
	$f''_{xx} = 6x; f''_{xy} = 0; f''_{yy} = 1$	0.5
	Tại (-2; 3) ta có $A = -12; B = 0; C = 1$ $\Rightarrow AC - B^2 = -12 < 0$. Hàm số ko đạt cực trị	0.25
	Tại (2; 3) ta có $A = 12; B = 0; C = 1 \Rightarrow AC - B^2 = 12 > 0$ Hàm số đạt cực tiểu.	0.25
IV 2.0đ	Đặt $y = ux \Rightarrow y' = u'x + u$	0.25
	$u'x + u = \frac{1+3u}{3-u}$	0.25
	$pt \Leftrightarrow u'x = \frac{1+u^2}{3-u}$	0.5
	$pt \Leftrightarrow \frac{dx}{x} = \frac{3-u}{1+u^2} du$	0.5
	Nghiệm : $\ln x = 3 \arctan \frac{y}{x} - \frac{1}{2} \ln \left(1 + \frac{y^2}{x^2} \right) + C$	0.5
V 1.0đ	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1}}{n+1} \cdot \frac{n}{2^n} = 2$ nên chuỗi hội tụ trên $\left(\frac{-1}{2}; \frac{1}{2} \right)$	0.5
	Xét tại đầu mút $x = 1/2$ có chuỗi điều hòa không hội tụ.	
	Xét tại $x = -1/2$ ta có chuỗi đan dấu hội tụ	0.5
	Miền hội tụ là $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right)$	

Cán bộ ra đề: Trần Đức Quỳnh

Cán bộ soạn đáp án

Trần Đức Quỳnh

Duyệt đáp án
Phan Quang Sáng

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Giải tích Đáp án đề thi số:
---	--

(Ngày thi:)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 2.5đ	$f'(x) = \ln(x-1) + \frac{x}{x-1}$	0.5
	$f'(2) = 2$	0.25
	$df(2) = 2dx$	0.25
	$f\left(\frac{1}{3}\right) = 1;$	0.25
	$f'(x) = 3e^{3x-1} \Rightarrow f'\left(\frac{1}{3}\right) = 3$	0.25
	$f''(x) = 9e^{3x-1} \Rightarrow f''\left(\frac{1}{3}\right) = 9$	0.25
	$f'''(x) = 27e^{3x-1} \Rightarrow f'''\left(\frac{1}{3}\right) = 27$	0.25
	$P_3(x) = 1 + 3\left(x - \frac{1}{3}\right) + \frac{9}{2}\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{9}{2}\left(x - \frac{1}{3}\right)^3$	0.5
II 1.5đ	1 $\int f(x)dx = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$	0.5
	2 $\int_3^{+\infty} f(x)dx = \frac{1}{3} \arctan \frac{x}{3} \Big _3^{+\infty}$	0.5
	$= \frac{1}{3} \left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \arctan \frac{x}{3} - \arctan 1 \right) = \frac{\pi}{12}$	0.25 0.25
III 1.0đ	1 $f'_x = 2ye^{2x+3y}$	0.5
	$f''_{xx} = 4ye^{2x+3y}$	0.25
	$f''_{xx}(0;0) = 0$	0.25
IV 2.0đ	2 $f'_y = 4y^3 - 4; f'_x = x^2 - 1$	0.5

	$\begin{cases} f'_x = 0 \\ f'_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ 4y^3 = 4 \end{cases} \Rightarrow$ Hàm số có 2 điểm dừng là (1; 1) và (-1; 1)	0.5
	$f''_{xx} = 2x; f''_{xy} = 0; f''_{yy} = 12y^2$	0.5
	Tại (-1;1) ta có $A = -2; B = 0; C = 12$ $\Rightarrow AC - B^2 = -24 < 0$. Hàm số ko đạt cực trị	0.25
	Tại (1;1) ta có $A = 2; B = 0; C = 12 \Rightarrow AC - B^2 = 24 > 0$. Hàm số đạt cực tiểu.	0.25
V 2.0đ	Đặt $y = uv \Rightarrow y' = u'v + uv'$	0.25
	$u'v + u(v' + 2xv) = \frac{e^{-x^2}}{2+x}$	0.25
	Chọn $v \neq 0$ s/c : $v' + 2xv = 0 \Leftrightarrow \frac{dv}{v} = -2xdx$	0.25
	$\Rightarrow \ln v = -x^2 + C$	0.25
	Chọn $v = e^{-x^2}$	0.25
	Khi đó $u = \int \frac{1}{2+x} dx = \ln 2+x + C$	0.5
	NTQ : $y = (\ln 2+x + C)e^{-x^2}$	0.25
VI 1.0đ	$u_n = \frac{5}{4n^2 - 1} = \frac{5}{2} \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right)$	0.25
	$S_n = \frac{5}{2} \left(1 - \frac{1}{2n+1} \right)$	0.5
	Tổng chuỗi $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 5/2$	0.25

Cán bộ ra đề: Nguyễn Thị Huyền

Cán bộ soạn đáp án

Nguyễn Thị Huyền

Duyệt đáp án

Phan Quang Sáng

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Giải tích Đáp án đề thi số:
---	--

(Ngày thi:)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 2.5đ	$f'(x) = \ln(x+1) + \frac{x}{x+1}$	0.5
	$f'(0) = 0$	0.25
	$df(0) = 0dx$	0.25
	$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1;$	0.25
	$f'(x) = 2e^{2x+1} \Rightarrow f'\left(-\frac{1}{2}\right) = 2$	0.25
	$f''(x) = 4e^{2x+1} \Rightarrow f'\left(-\frac{1}{2}\right) = 4$	0.25
	$f'''(x) = 8e^{2x+1} \Rightarrow f'\left(-\frac{1}{2}\right) = 8$	0.25
	$P_3(x) = 1 + 2\left(x + \frac{1}{2}\right) + 2\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{4}{3}\left(x + \frac{1}{2}\right)^3$	0.5
II 1.5đ	1 $\int f(x)dx = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$	0.5
	2 $\int_2^{+\infty} f(x)dx = \frac{1}{2} \arctan \frac{x}{2} \Big _2^{+\infty}$	0.5
	$= \frac{1}{2} \left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \arctan \frac{x}{2} - \arctan 1 \right) = \frac{\pi}{8}$	0.25 0.25
III 1.0đ	1 $f'_y = 2xe^{x+2y}$	0.5
	$f''_{yy} = 4xe^{x+2y}$	0.25
	$f''_{yy}(0;0) = 0$	0.25
IV 2.0đ	2 $f'_x = 4x^3 - 4; f'_y = y^2 - 1$	0.5

	$\begin{cases} f'_x = 0 \\ f'_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^3 = 4 \\ y^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{Hàm số có 2 điểm dừng là}$ (1; 1) và (1; -1)	0.5
	$f''_{xx} = 12x^2; f''_{xy} = 0; f''_{yy} = 2y$	0.5
	Tại (1; -1) ta có $A = 12; B = 0; C = -2$ $\Rightarrow AC - B^2 = -24 < 0$. Hàm số ko đạt cực trị	0.25
	Tại (1;1) ta có $A = 12; B = 0; C = 2 \Rightarrow AC - B^2 = 24 > 0$. Hàm số đạt cực tiểu.	0.25
V 2.0đ	Đặt $y = uv \Rightarrow y' = u'v + uv'$	0.25
	$u'v + u(v' - 2xv) = \frac{e^{x^2}}{3-x}$	0.25
	Chọn $v \neq 0$ s/c : $v' - 2xv = 0 \Leftrightarrow \frac{dv}{v} = 2xdx$	0.25
	$\Rightarrow \ln v = x^2 + C$	0.25
	Chọn $v = e^{x^2}$	0.25
	Khi đó $u = \int \frac{1}{3-x} dx = -\ln 3-x + C$	0.5
	NTQ : $y = (-\ln 3-x + C)e^{x^2}$	0.25
VI 1.0đ	$u_n = \frac{3}{4n^2 - 1} = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right)$	0.25
	$S_n = \frac{3}{2} \left(1 - \frac{1}{2n+1} \right)$	0.5
	Tổng chuỗi $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 3/2$	0.25

Cán bộ ra đề: Nguyễn Thị Huyền

Cán bộ soạn đáp án

Nguyễn Thị Huyền

Duyệt đáp án
Phan Quang Sáng