

Đề số: 02

Ngày thi: 23/12/2018

Tên Học phần: **Toán cao cấp**

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: **Tự luận**

---

**Câu I (3.5 điểm)**

1. (1.5 đ) Cho hai ma trận  $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & m \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ ;  $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ .

Tìm ma trận tích  $AB$  và tìm  $m$  để ma trận  $AB$  khả nghịch.

2. (2.0 đ) Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x + 3y + z = 2 \\ 2x - y - z - 11t = -9 \\ x + 3y - z + 2t = -2 \\ -3x + 2y + 2z + 17t = 15 \end{cases}$$

**Câu II (3.0 điểm)**

1. (1.0 đ) Cho hàm số  $f(x; y) = \sin\left(\frac{2x+y}{1-xy}\right)$ , tìm  $\frac{\partial f}{\partial y}$ .

2. (2.0 đ) Tìm các điểm cực trị của hàm số  $f(x; y) = 9x^3 + \frac{1}{3}y^3 - 3xy + 5$ .

**Câu III (3.5 điểm)**

1. (1.5 đ) Tính tích phân suy rộng  $\int_9^{+\infty} \frac{2dx}{\sqrt{x}(x-4)}$ .

2. (2.0 đ) Giải phương trình vi phân tuyến tính sau:

$$y' - \frac{y}{3x} = x - \sqrt[3]{x} \cdot e^{-x}.$$

..... HẾT .....

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm  
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề  
Đỗ Thị Huệ

Duyệt đề  
Phan Quang Sáng

**Câu I (3.5 điểm)**

1. (1.5 đ) Cho hai ma trận  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & m \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ ;  $B = \begin{bmatrix} -5 & 4 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ .

Tìm ma trận tích  $AB$  và tìm  $m$  để ma trận  $AB$  khả nghịch.

2. (2.0 đ) Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x + 3y + 3z - 2t = 6 \\ -2x + y + z + 11t = 9 \\ x + 3y + z = 2 \\ 3x - 2y - 4z - 15t = -19 \end{cases}.$$

**Câu II (3.0 điểm)**

1. (1.0 đ) Cho hàm số  $f(x; y) = \cos\left(\frac{1+xy}{x-2y}\right)$ , tìm  $\frac{\partial f}{\partial x}$ .

2. (2.0 đ) Tìm các điểm cực trị của hàm số  $f(x; y) = \frac{1}{3}x^3 + 9y^3 - 3xy + 7$ .

**Câu III (3.5 điểm)**

1. (1.5 đ) Tính tích phân suy rộng  $\int_4^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}(x-1)}$ .

2. (2.0 đ) Giải phương trình vi phân tuyến tính sau:

$$y' - \frac{y}{4x} = x - \sqrt[4]{x} \cdot e^{2x}.$$

..... HẾT .....

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm  
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề  
Đỗ Thị Huệ

Duyệt đề  
Phan Quang Sáng

**Câu I (1.5 điểm)** Cho ma trận  $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & m \end{bmatrix}$ .

- (0.5 đ) Tìm các phần tử thuộc hàng 3 của ma trận  $A + 2A^t$ .
- (1.0 đ) Tìm  $m$  để ma trận  $A$  khả nghịch.

**Câu II (1.5 điểm)** Giải hệ phương trình tuyến tính sau:

$$\begin{cases} x + 2y - z + t = 1 \\ 2x + 3y + z - 2t = 0 \\ -x + y - 2z + 5t = -1 \end{cases}.$$

**Câu III (2.0 điểm)**

- (0.5 đ) Cho hàm số  $f(x)$  có vi phân là  $df = \frac{dx}{x^3}$ . Tìm  $f(x)$ .
- (1.5 đ) Tính tích phân suy rộng  $I = \int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^3} dx$ .

**Câu IV (3.0 điểm)**

- (1.0 đ) Cho hàm 2 biến  $g(x; y) = x \ln(x^2 + 2y^2)$ . Tính  $\frac{\partial g}{\partial x}(1; 0)$ .
- (2.0 đ) Tìm các điểm cực trị (nếu có) của hàm số  
 $f(x, y) = x^2y - 2xy + 2y^2 - 15y + 2018$ .

**Câu V (2.0 điểm)** Giải phương trình vi phân tuyến tính:

$$y' - \frac{2}{x}y = \frac{x^2}{1+x^2}.$$

..... Hết .....

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm  
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Giảng viên ra đề  
Lê Thị Diệu Thùy

Duyệt đề  
Phan Quang Sáng

**Câu I (1.5 điểm)** Cho ma trận  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & m \end{bmatrix}$ .

1. (0.5 đ) Tìm các phần tử thuộc cột 3 của ma trận  $3A + A^t$ .
2. (1.0 đ) Tìm  $m$  để ma trận  $A$  khả nghịch.

**Câu II (1.5 điểm)** Giải hệ phương trình tuyến tính sau:

$$\begin{cases} x + 2y + z - t = 1 \\ 2x + 3y - 2z + t = 0 \\ -x + y + 5z - 2t = -1 \end{cases}$$

**Câu III (2.0 điểm)**

1. (0.5 đ) Cho hàm số  $f(x)$  có vi phân là  $df = \frac{dx}{x^4}$ . Tìm  $f(x)$ .
2. (1.5 đ) Tính tích phân suy rộng  $I = \int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^4} dx$ .

**Câu IV (3.0 điểm)**

1. (1.0 đ) Cho hàm 2 biến  $f(x; y) = x \ln(2x + y^2)$ . Tính  $\frac{\partial f}{\partial x}(0; 1)$ .
2. (2.0 đ) Tìm các điểm cực trị (nếu có) của hàm số  
 $g(x, y) = y^2x - 2xy - 2x^2 - 15x + 2018$ .

**Câu V (2.0 điểm)** Giải phương trình vi phân tuyến tính:

$$y' + \frac{2}{x}y = \frac{1}{x^2\sqrt{1-x^2}}.$$

..... Hết .....

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm  
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Giảng viên ra đề  
Lê Thị Diệu Thùy

Duyệt đề  
Phan Quang Sáng

**Câu I (2.0 điểm)** Cho các ma trận  $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 5 \\ 2 & -2 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 0 & 7 & 3 \end{bmatrix}$ .

1. (0.5 đ) Tính  $AB^t$ .
2. (1.5 đ) Tìm ma trận nghịch đảo của ma trận  $A$  (nếu có).

**Câu II (1.5 điểm)** Giải hệ phương trình tuyến tính sau :

$$\begin{cases} x - y - 2z + t = -2 \\ -2x + y - z - 3t = 3 \\ -x + 2y + 3z - 2t = -1 \end{cases}.$$

**Câu III (2.5 điểm)**

1. (1.0 đ) Tính các đạo hàm riêng cấp một của hàm số  $f(x, y) = \ln(x^2 - 2xy) + \frac{x}{y^2}$ .
2. (1.5 đ) Cho hàm số  $f(x) = \frac{e^{3x}}{1 - e^{6x}}$ .
  - a) (0.5đ) Đặt  $t = e^{3x}$  và tính  $dt$ .
  - b) (1.0đ) Tính tích phân suy rộng  $I = \int_1^{+\infty} \frac{e^{3x}}{1 - e^{6x}} dx$ .

**Câu IV (2.0 điểm)** Tìm các điểm cực trị (nếu có) của hàm số

$$f(x, y) = \frac{2}{3}x^3 + 3y^2 - 8x - 18y + 2018.$$

**Câu V (2.0 điểm)** Giải phương trình vi phân tuyến tính

$$y' + 2xy = e^{-x^2} \left( \sqrt{x} - \frac{1}{x^4} \right).$$

..... HẾT .....

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm  
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề  
Nguyễn Thủy Hằng

Duyệt đề  
Phan Quang Sáng

**Câu I (2.0 điểm)** Cho các ma trận  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 5 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ .

1. (0.5 đ) Tính  $AB^t$ .
2. (1.5 đ) Tìm ma trận nghịch đảo của ma trận  $A$  (nếu có).

**Câu II (1.5 điểm)** Giải hệ phương trình tuyến tính sau :

$$\begin{cases} x - y - 2z + t = 2 \\ -x + 2y + 3z - 2t = 1 \\ x + y + 4z + t = 4 \end{cases}$$

**Câu III (2.5 điểm)**

1. (1.0 đ) Tính các đạo hàm riêng cấp một của hàm số  $f(x, y) = \ln(y^2 + 2xy) - \frac{y}{x^2}$ .
2. (1.5 đ) Cho hàm số  $f(x) = \frac{e^{2x}}{1 - e^{4x}}$ .
  - a) (0.5đ) Đặt  $t = e^{2x}$  và tính  $dt$ .
  - b) (1.0đ) Tính tích phân suy rộng  $I = \int_1^{+\infty} \frac{e^{2x}}{1 - e^{4x}} dx$ .

**Câu IV (2.0 điểm)** Tìm các điểm cực trị (nếu có) của hàm số

$$f(x, y) = y^3 + 3x^2 - 27y - 12x + 2018.$$

**Câu V (2.0 điểm)** Giải phương trình vi phân tuyến tính:

$$y' - 2xy = e^{x^2} \left( \frac{1}{\sqrt{x}} - x^3 \right).$$

..... HẾT .....

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm  
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề  
Nguyễn Thủy Hằng

Duyệt đề  
Phan Quang Sáng

Đề số: 04

Ngày thi: 24/12/2018

Tên Học phần: **Toán Cao Cấp**

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: **Tự luận**

**Câu I (3.5 điểm).** Cho hai ma trận  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 3 & -3 & m \end{bmatrix}$ ;  $B = \begin{bmatrix} -1 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 1 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{4}{3} \end{bmatrix}$ .

- 1) (0.5đ) Tính  $\det(A)$  theo tham số  $m$ .
- 2) (1.5đ) Với  $m = 5$ , tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của ma trận  $A$ .
- 3) (1.5đ) Với  $m = 5$  và  $I$  là ma trận đơn vị cấp 3, tìm ma trận  $X$  sao cho  $I + XA = 3B^t$ .

**Câu II (1.5 điểm).** Cho hàm số  $f(x) = \frac{2}{x^2 + 6x + 5}$ .

- 1) (0.5đ) Tìm  $a, b \in \mathbb{R}$  sao cho  $f(x) = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x+5}$ .
- 2) (1.0đ) Tính tích phân  $\int_0^{+\infty} f(x)dx$ .

**Câu III (1.0 điểm).** Tìm vi phân toàn phần của hàm số  $f(x, y) = \ln(\sqrt{x+2y})$  tại  $(1;1)$ .

**Câu IV (2.0 điểm).** Tìm các điểm cực trị (nếu có) của hàm số

$$f(x, y) = y^3 - x^2y - 2x - 2y + 5.$$

**Câu V (2.0 điểm).** Giải phương trình vi phân tuyến tính

$$y' - 3x^2y = \frac{e^{x^3}}{x^2 + 2}.$$

..... HẾT .....

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm  
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề  
Nguyễn Thị Huyền

Duyệt đề  
Phan Quang Sáng

Đề số: 05

Ngày thi: 24/12/2018

Tên Học phần: **Toán Cao Cấp**

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: **Tự luận**

**Câu I (3.5 điểm).** Cho hai ma trận  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ m & 3 & 1 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} -1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 2 & \frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 & -1 \end{pmatrix}$ .

- 1) (0.5đ) Tính  $\det(A)$  theo tham số  $m$ .
- 2) (1.5đ) Với  $m = 4$ , tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của ma trận  $A$ .
- 3) (1.5đ) Với  $m = 4$  và  $I$  là ma trận đơn vị cấp 3, tìm ma trận  $X$  sao cho  $I + AX = 2B^t$ .

**Câu II (1.5 điểm).** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 3x - 4}$ .

- 1) (0.5đ) Tìm  $a, b \in \mathbb{R}$  sao cho  $f(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+4}$ .
- 2) (1.0đ) Tính tích phân  $\int_2^{+\infty} f(x)dx$ .

**Câu III (1.0 điểm).** Tìm vi phân toàn phần của hàm số  $f(x, y) = \ln(\sqrt{2x+y})$  tại  $(1;1)$ .

**Câu IV (2.0 điểm).** Tìm các điểm cực trị (nếu có) của hàm số

$$f(x, y) = y^3 - 2x^2y - y - 4x + 8.$$

**Câu V (2.0 điểm).** Giải phương trình vi phân tuyến tính

$$y' - 4x^3y = \frac{e^{x^4}}{x^2 + 3}.$$

..... HẾT .....

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm  
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề  
Nguyễn Thị Huyền

Duyệt đề  
Phan Quang Sáng



**Câu I (2.0 điểm)** Cho các ma trận

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{và} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

- (1.0đ) Tìm ma trận  $X$  sao cho  $2X = A^t B^t$ .
- (1.0đ) Tính định thức của ma trận  $C$ . Ma trận  $C$  có khả nghịch không? Nếu  $C$  khả nghịch, hãy tính  $\det(2C^t) + \det(C^{-1})$ .

**Câu II (1.5 điểm)** Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 2 \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = -1 \end{cases}.$$

**Câu III (1.5 điểm)** Tính tích phân suy rộng  $\int_0^{+\infty} x e^{-2x} dx$ .

**Câu IV (3.0 điểm)**

- (2.0đ) Tìm các điểm cực trị (nếu có) của hàm số  
 $f(x, y) = 2x^2y + 4xy + y^2$ .
- (1.0đ) Tìm vi phân toàn phần tại điểm  $(1; 0)$  của hàm số  
 $g(x, y) = x \ln(xy + 1)$ .

**Câu V (2.0 điểm)** Giải phương trình vi phân tuyến tính

$$y' + \frac{2y}{x} = \frac{1}{x^4 + 4x^2}.$$

..... HẾT .....

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm  
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề  
Vũ Thị Thu Giang

Duyệt đề  
Phan Quang Sáng

**Câu I (2.0 điểm)** Cho các ma trận

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{và} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

- (1.0đ) Tìm ma trận  $X$  sao cho  $3X = B^t A^t$ .
- (1.0đ) Tính định thức của ma trận  $C$ . Ma trận  $C$  có khả nghịch không? Nếu  $C$  khả nghịch, hãy tính  $\det(3C^t) + \det(C^{-1})$ .

**Câu II (1.5 điểm)** Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = 1 \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 8x_4 = 2 \\ x_1 + 5x_2 - 6x_3 + 7x_4 = 1 \end{cases}$$

**Câu III (1.5 điểm)** Tính tích phân suy rộng  $\int_1^{+\infty} \frac{\ln 3x}{x^2} dx$ .

**Câu IV (3.0 điểm)**

- (2.0đ) Tìm các điểm cực trị (nếu có) của hàm số  
 $f(x, y) = 2xy^2 + 4xy + x^2$ .
- (1.0đ) Tìm vi phân toàn phần tại điểm  $(0; 1)$  của hàm số  
 $g(x, y) = ye^{xy}$ .

**Câu V (2.0 điểm)** Giải phương trình vi phân tuyến tính

$$y' - \frac{2y}{x} = \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}.$$

..... HẾT .....

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm  
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề  
Vũ Thị Thu Giang

Duyệt đề  
Phan Quang Sáng

Đề số: 04

Ngày thi: 27/12/2018

Tên Học phần: **Toán cao cấp**

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: **Tự luận**

**Câu I (2.5 điểm)** Cho các ma trận  $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 0 \\ -3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & -3 \end{bmatrix}$ .

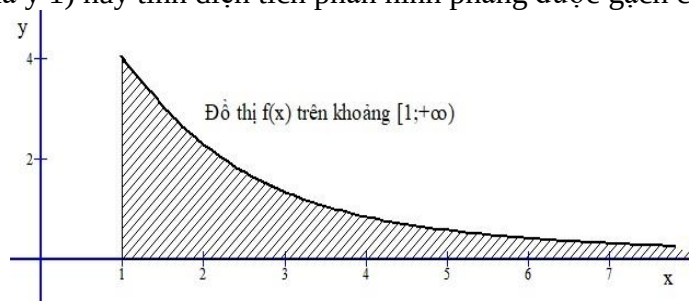
1. (0.5 đ) Đặt  $C = BA$ . Hãy tìm các phần tử cột 2 của ma trận  $C$ .
2. (1.5 đ) Tìm ma trận nghịch đảo của ma trận  $A$  (nếu có).
3. (0.5 đ) Cho  $D$  là ma trận vuông cấp 2 với  $\det(D) = 8$ . Hãy chứng minh rằng ma trận  $D^2$  khả nghịch.

**Câu II (1.0 điểm)** Tìm điều kiện của  $m$  để hệ phương trình sau có nghiệm.

$$\begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ 2x - 2y + 3z = -5 \\ -2y + mz = -3 \end{cases}$$

**Câu III (1.5 điểm)** Cho hàm số  $f(x) = \frac{16}{x^2 + 3}$

1. (1.0 đ) Tính tích phân suy rộng  $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ .
2. (0.5 đ) Từ kết quả ý 1) hãy tính diện tích phần hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ:



**Câu IV (3.0 điểm)**

1. (1.0 đ) Cho hàm hai biến số  $z = \frac{5xy}{x-y} - \frac{3}{xy}$ . Tìm  $z'_x$  và  $z''_{xy}$ .
2. (2.0 đ) Tìm các điểm cực trị và giá trị cực trị (nếu có) của hàm số:

$$f(x, y) = 8x^3 - \frac{1}{16}y^2 - 6x + \frac{3}{4}y + \frac{10}{4}.$$

**Câu V (2.0 điểm)** Giải phương trình vi phân tuyến tính:  $y' + \frac{3}{x}y = \frac{2\sin(2x+1)}{x^3}$

..... HẾT .....

**Ghi chú:** + Sinh viên không được sử dụng tài liệu  
+ Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm

**Cán bộ ra đề**  
Nguyễn Hữu Hải

**Duyệt đề**  
Trưởng Bộ môn  
Phan Quang Sáng

**Câu I (2.5 điểm)** Cho các ma trận  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -2 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & -3 \end{bmatrix}$ .

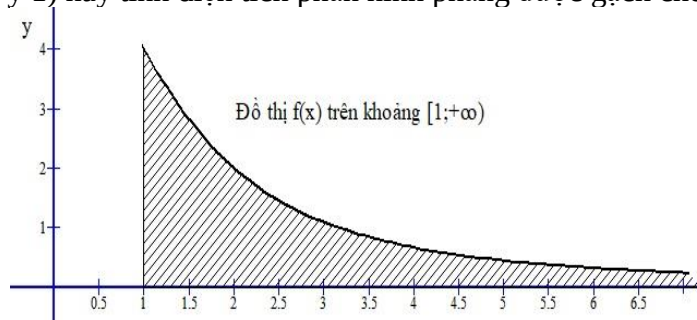
- (0.5 đ) Đặt  $C = BA$ . Hãy tìm các phần tử cột 3 của ma trận  $C$ .
- (1.5 đ) Tìm ma trận nghịch đảo của ma trận  $A$  (nếu có).
- (0.5 đ) Cho  $E$  là ma trận vuông cấp 2 với  $\det(E) = 4$ . Hãy chứng minh rằng ma trận  $E^3$  khả nghịch.

**Câu II (1.0 điểm)** Tìm điều kiện của  $m$  để hệ phương trình sau có nghiệm.

$$\begin{cases} x + y - 2z = 3 \\ 2x - 2y - 3z = -5 \\ -2y + mz = -3 \end{cases}$$

**Câu III (1.5 điểm)** Cho hàm số  $f(x) = \frac{12}{x^2 + 2}$

- (1.0 đ) Tính tích phân suy rộng  $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ .
- (0.5 đ) Từ kết quả ý 1) hãy tính diện tích phần hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ:



**Câu IV (3.0 điểm)**

- (1.0 đ) Cho hàm hai biến số  $z = \frac{5xy}{y-x} + \frac{5}{xy}$ . Tìm  $z'_x$  và  $z''_{xy}$ .
- (2.0 đ) Tìm các điểm cực trị và giá trị cực trị (nếu có) của hàm số:

$$f(x, y) = -8x^3 - \frac{1}{16}y^2 + 6x - \frac{3}{4}y + \frac{11}{4}.$$

**Câu V (2.0 điểm)** Giải phương trình vi phân tuyến tính:  $y' - \frac{3}{x}y = 3x^3 \sin(1-3x)$

..... HẾT .....

**Ghi chú:** + Sinh viên không được sử dụng tài liệu  
+ Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm

**Cán bộ ra đề**  
Nguyễn Hữu Hải

**Duyệt đề**  
Trưởng Bộ môn  
Phan Quang Sáng

**Câu I (2.0 điểm)** Với  $m$  là tham số, cho các ma trận sau:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 0 \\ -1 & m & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

- 1) (0.5 đ) Với  $m = 1$ , tìm ma trận  $BA^t$ .
- 2) (1.5 đ) Với  $m = 2$ , tìm ma trận nghịch đảo của ma trận  $A$  (nếu có).

**Câu II (1.5 điểm)** Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z - t = 5 \\ 2x + 3y - z + 2t = 6 \\ -3x - 4y + 5z - 5t = -7 \end{cases}.$$

**Câu III (1.5 điểm)** Tính tích phân  $\int \frac{dx}{3x^2 - 2x - 1}$ . Từ đó, tính tích phân suy rộng

$$I = \int_2^{+\infty} \frac{dx}{3x^2 - 2x - 1}.$$

**Câu IV (3.0 điểm)**

1) (1.0 đ) Cho hàm số:  $z(x, y) = (x + 2y)\sqrt{x^2 + y^2}$ . Hãy tính:  $\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y}$ .

2) (2.0 đ) Tìm các điểm cực trị (nếu có) của hàm số:

$$f(x, y) = 4x^3 + 18xy - 3x + 18y^2 + 1.$$

**Câu V (2.0 điểm)** (Bài toán hỗn hợp dung dịch) Giả sử lượng cồn trong một bể chứa theo thời gian là  $y = y(t)$  (lít), với  $t \geq 0$ , thỏa mãn phương trình vi phân tuyến tính:

$$y' + \left( \frac{5}{50 - t} \right) y = 2.$$

Giải phương trình vi phân trên.

..... HẾT .....

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm  
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

**Câu I (2.0 điểm)** Với  $m$  là tham số, cho các ma trận sau:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & -2 & m \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

- 1) (0.5 đ) Với  $m = 1$ , tìm ma trận  $BA^t$ .
- 2) (1.5 đ) Với  $m = -1$ , tìm ma trận nghịch đảo của ma trận  $A$  (nếu có).

**Câu II (1.5 điểm)** Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x - 2y + 3z + t = 3 \\ 2x - 3y - z - 2t = -4. \\ -3x + 4y + 5z + 5t = 11 \end{cases}$$

**Câu III (1.5 điểm)** Tính tích phân  $\int \frac{dx}{4x^2 - 3x - 1}$ . Từ đó, tính tích phân suy rộng

$$I = \int_2^{+\infty} \frac{dx}{4x^2 - 3x - 1}.$$

**Câu IV (3.0 điểm)**

- 1) (1.0 đ) Cho hàm số:  $z(x, y) = (2x + y)\sqrt{x^2 + y^2}$ . Hãy tính:  $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}$ .

- 2) (2.0 đ) Tìm các điểm cực trị (nếu có) của hàm số:

$$f(x, y) = 4y^3 + 18xy - 3y + 18x^2 + 1.$$

**Câu V (2.0 điểm)** (Bài toán hỗn hợp dung dịch) Giả sử lượng cồn trong một bể chứa theo thời gian là  $y = y(t)$  (lít), với  $t \geq 0$ , thỏa mãn phương trình vi phân tuyến tính:

$$y' + \left( \frac{4}{40 - t} \right) y = 2.$$

Giải phương trình vi phân trên.

..... HẾT .....

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm  
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

**Câu I (1.25 điểm)** Tính định thức của ma trận  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ .

**Câu II (2.25 điểm)** Cho ma trận  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \\ -1 & m \end{pmatrix}$ .

- (0.75đ) Tính các phần tử ở cột 2 của ma trận  $AB$ .
- (1.5đ) Với  $m = 1$  tìm ma trận  $X$  sao cho  $AX = B$ .

**Câu III (2.0 điểm)**

- (1.0đ) Tìm hàm số  $F(x)$  thỏa mãn  $F'(x) = f(x)$  với  $f(x) = (x+1)\ln x$ .
- (1.0đ) Tính tích phân suy rộng  $I = \int_1^{+\infty} \frac{dx}{(x+1)^3}$ .

**Câu IV (2.5 điểm)** Cho hàm số  $f(x, y) = y^4 + 2x^3 + 3x^2 - 12x + 4y + 1$ .

- (1.0đ) Tìm vi phân toàn phần của hàm số tại điểm  $(-1; 2)$ .
- (1.5đ) Tìm cực trị của hàm số.

**Câu V (2.0 điểm)** Giải phương trình vi phân tuyến tính sau:

$$y' - 3y = \frac{e^{3x}}{x^2 - 4}.$$

..... HẾT .....

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm  
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề  
Nguyễn Thị Bích Thuý

Duyệt đề  
Trưởng Bộ môn  
Phan Quang Sáng

**Câu I (1.25 điểm)** Tính định thức của ma trận  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ -3 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ .

**Câu II (2.25 điểm)** Cho ma trận  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 \\ -2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & m \end{pmatrix}$ .

- (0.75đ) Tính các phần tử ở hàng 2 của  $BA$ .
- (1.5đ) Với  $m = 0$  tìm ma trận  $X$  sao cho  $XA = B$ .

**Câu III (2.0 điểm)**

- (1.0đ) Tìm hàm số  $F(x)$  thỏa mãn  $F'(x) = f(x)$  với  $f(x) = (x+4)\ln x$ .
- (1.0đ) Tính tích phân suy rộng  $I = \int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x+2)^4}$ .

**Câu IV (2.5 điểm)** Cho hàm số  $f(x, y) = x^4 + 2y^3 + 3y^2 - 12y - 4x + 5$ .

- (1.0đ) Tìm vi phân toàn phần của hàm số tại điểm  $(0; 2)$ .
- (1.5đ) Tìm cực trị của hàm số.

**Câu V (2.0 điểm)** Giải phương trình vi phân tuyến tính sau:

$$y' - 2y = \frac{e^{2x}}{x^2 + 5}.$$

..... HẾT .....

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm  
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề  
Nguyễn Thị Bích Thuỷ

Duyệt đề  
Trưởng Bộ môn  
Phan Quang Sáng



Đề số: 04

Ngày thi: 05/01/2019

Tên Học phần: **Toán cao cấp**

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: **Tự luận**

**Câu I (2.0 điểm)** Cho các ma trận  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$  và  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

1. (1.5 đ) Tìm ma trận nghịch đảo của ma trận  $A$ .
2. (0.5 đ) Tìm ma trận  $X$  sao cho  $AX = B$ .

**Câu II (1.5 điểm)** Giải hệ phương trình tuyến tính 
$$\begin{cases} x - 2y + z - 3t = 4 \\ x - y - t = 3 \\ 2x - y - z = 5 \end{cases}$$

**Câu III (1.5 điểm)** Cho các số thực dương  $a, b$  ( $a < b$ ). Biết rằng đường cong  $y = \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3}$  với  $a \leq x \leq b$  có độ dài bằng 10. Tính độ dài đường cong:

$$y = \frac{(4x+3)^{\frac{3}{2}}}{6} \text{ với } a \leq x \leq b.$$

**Câu IV (3.0 điểm)**

- 1) (1.0 đ) Tính vi phân toàn phần của hàm số sau tại điểm  $(1; 0)$

$$f(x, y) = x^2 e^{xy}.$$

- 2) (2.0 đ) Tìm cực trị (nếu có) của hàm số

$$f(x, y) = x^3 - 3x^2 + y^2 - 9x - 4y + 1.$$

**Câu V (2.0 điểm)** Giải phương trình vi phân tuyến tính:

$$y' - \frac{y}{2x} = \frac{\sqrt{x}}{1+x^2}.$$

..... HẾT .....

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm

+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề

Duyệt đề

Đề số: 05

Ngày thi: 05/01/2019

Tên Học phần: **Toán cao cấp**

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: **Tự luận**

**Câu I (2.0 điểm)** Cho các ma trận  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & -2 & 8 \end{pmatrix}$  và  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ .

1. (1.5 đ) Tìm ma trận nghịch đảo của ma trận  $A$ .
2. (0.5 đ) Tìm ma trận  $X$  sao cho  $XA = B$ .

**Câu II (1.5 điểm)** Giải hệ phương trình tuyến tính 
$$\begin{cases} x + 3y - 2z - t = 1 \\ x + y - 5t = 5. \\ x + z - 7t = 7 \end{cases}$$

**Câu III (1.5 điểm)** Cho các số thực dương  $a, b$  ( $a < b$ ). Biết rằng đường cong  $y = \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3}$  với  $a \leq x \leq b$  có độ dài bằng 10. Tính độ dài đường cong :

$$y = \frac{(16x+15)^{\frac{3}{2}}}{24} \text{ với } a \leq x \leq b.$$

**Câu IV (3.0 điểm)**

1. (1.0 đ) Tính vi phân toàn phần của hàm số sau tại điểm  $(0; 1)$ :

$$f(x, y) = y^3 e^{xy}.$$

- 2) (2.0 đ) Tìm cực trị (nếu có) của hàm số:

$$f(x, y) = x^3 + 2x^2 + y^2 - 7x + 2y + 1.$$

**Câu V (2.0 điểm)** Giải phương trình vi phân tuyến tính:

$$y' + \frac{y}{2x} = \frac{1}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{1-x^2}}.$$

..... HẾT .....

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm

+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề

Duyệt đề

|                                         |                                                                                          |
|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN<br>BỘ MÔN TOÁN | ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC<br>HỌC PHẦN<br>Tên học phần: Toán cao cấp<br>Đáp án đề thi số: 02 |
|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|

(Ngày thi: 23/12/2018)  
**Ghi chú:** Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

| Câu        | Đáp án vắn tắt                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Điểm                |
|------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|
| I<br>3.5đ  | <div> <div> <div>1</div> <div> <math display="block">AB = \begin{bmatrix} 5 &amp; 0 &amp; -6 \\ m &amp; 3m &amp; 3m \\ 2 &amp; -4 &amp; -8 \end{bmatrix}</math> <p>(0.75đ)</p> </div> </div> <div> <div> <math>\det(AB) = \dots = 0, \forall m</math><br/> (y/c viết rõ cách tính)<br/> <p>(0.5đ)</p> nên không tồn tại <math>m</math><br/> để <math>AB</math> khả nghịch </div> </div> </div>                   | 0.75<br>0.5<br>0.25 |
|            | Viết mt bổ sung $\bar{A}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0.25                |
|            | $\bar{A} \xrightarrow{\begin{smallmatrix} (-2)H_1+H_2 \\ (-1)H_1+H_3 \\ 3H_1+H_4 \end{smallmatrix}} \left[ \begin{array}{cccc c} 1 & 3 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & -7 & -3 & -11 & -13 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -4 \\ 0 & 11 & 5 & 17 & 21 \end{array} \right]$                                                                                                                                                                | 0.5                 |
|            | $\xrightarrow{11H_2+7H_4} \left[ \begin{array}{cccc c} 1 & 3 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & -7 & -3 & -11 & -13 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & 4 \end{array} \right]$                                                                                                                                                                                                                                            | 0.25                |
|            | $\rightarrow \left[ \begin{array}{cccc c} 1 & 3 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 7 & 3 & 11 & 13 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \rightarrow \left[ \begin{array}{cccc c} 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 7 & 0 & 14 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 \end{array} \right] \quad (*)$                                                                                                                         | 0.25<br>0.25        |
| II<br>3.0đ | $\rightarrow \left[ \begin{array}{cccc c} 1 & 0 & 0 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 \end{array} \right] \cdot \text{NTQ} \begin{cases} x = 5t - 3 \\ y = -2t + 1 \\ z = t + 2, t \in \mathbb{Q} \end{cases}$ <p><b>! Nếu</b> sv chỉ tìm đúng đến mt dạng bậc thang (*) thì đc 1,25đ. Tiếp tục viết đúng hệ pttt và giải chi tiết tìm đúng nghiệm thì cho 0,75đ (mỗi bd nghiệm đc 0,25đ)</p> | 0.25<br>0.25        |
|            | $f'_y = u'_y \cdot \cos u \text{ với } u = \frac{2x+y}{1-xy}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0.25                |

|             |   |                                                                                                                                                                                          |             |
|-------------|---|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
|             |   | $u'_y = \frac{(1-xy)-(2x+y)(-x)}{(1-xy)^2} = \frac{1+2x^2}{(1-xy)^2}$                                                                                                                    | 0.5         |
|             |   | $\Rightarrow f'_y = \frac{1+2x^2}{(1-xy)^2} \cos\left(\frac{2x+y}{1-xy}\right)$<br>(nếu chỉ viết kq, tổng điểm tối đa 0.5đ)                                                              | 0.25        |
| 2           |   | $f'_x = 27x^2 - 3y; \quad f'_y = y^2 - 3x$                                                                                                                                               | 0.5         |
|             |   | $\begin{cases} f'_x = 0 \\ f'_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 9x^2 \\ 3x = y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 9x^2 \\ 3x = 81x^4 \end{cases}$         | 0.25        |
|             |   | $\Leftrightarrow \begin{cases} x = y = 0 \\ x = 1/3; y = 1 \end{cases} \Rightarrow f \text{ có 2 điểm dừng: } (0;0), (1/3;1).$                                                           | 0.25        |
|             |   | $f''_{xx} = 54x; \quad f''_{xy} = -3; \quad f''_{yy} = 2y$<br>(tính được 2 trong 3 đhr cấp 2 được 0.25đ)                                                                                 | 0.5         |
|             |   | -Tại $(0;0)$ có $f''_{xx}(0;0).f''_{yy}(0;0) - [f''_{xy}(0;0)]^2 = -9 < 0$<br>$\Rightarrow (0;0)$ không phải điểm cực trị của h/s $f$ .                                                  | 0.25        |
|             |   | -Tại $(1/3;1)$ , có $f''_{xx}(1/3;1) = 18 > 0$ và<br>$f''_{xx}(1/3;1).f''_{yy}(1/3;1) - [f''_{xy}(1/3;1)]^2 = 27 > 0$<br>$\Rightarrow (1/3;1)$ là điểm cực tiểu địa phương của h/s $f$ . | 0.25        |
| III<br>3.5đ | 1 | Đặt $t = \sqrt{x} \Rightarrow I = \int_9^{+\infty} \frac{2dx}{\sqrt{x}(x-4)} = \int_3^{+\infty} \frac{4tdt}{t(t^2-4)} = \int_3^{+\infty} \frac{4dt}{t^2-4}$                              | 0.5         |
|             |   | $b > 3, K = \int_3^b \frac{4dt}{t^2-4} = \ln\left(\frac{t-2}{t+2}\right)\Big _3^b$                                                                                                       | 0.5         |
|             |   | Do $\lim_{b \rightarrow +\infty} \left(\frac{b-2}{b+2}\right) = 1 \Rightarrow \lim_{b \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{b-2}{b+2}\right) = \ln 1 = 0$                                  | 0.25        |
|             |   | $\Rightarrow I = \lim_{b \rightarrow +\infty} K = \lim_{b \rightarrow +\infty} \left[ \ln\left(\frac{b-2}{b+2}\right) + \ln 5 \right] = \ln 5$                                           | 0.25        |
|             | 2 | Đặt $y = u.v$ với $u, v$ là h/s của $x$ , pt đã cho trở thành<br>$u'.v + u.\left[v' - \frac{v}{3x}\right] = x - \sqrt[3]{x}.e^{-x} \quad (*)$                                            | 0.25        |
|             |   | Tìm 1 h/s $v \neq 0$ s/c $v' - \frac{v}{3x} = 0 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow v = C_1 \sqrt[3]{x}$                                                                               | 0.5<br>0.25 |

|  |  |                                                                                         |      |
|--|--|-----------------------------------------------------------------------------------------|------|
|  |  | Chọn $v = \sqrt[3]{x}$ .                                                                |      |
|  |  | Thay h/s $v$ vừa tìm được vào (*), có $u' = x^{2/3} - e^{-x}$                           | 0.25 |
|  |  | $\Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow u = (3/5)x^{5/3} + e^{-x} + C, C = \text{const}$ | 0.5  |
|  |  | NTQ của ptvp: $y = (3/5)x^2 + (e^{-x} + C)\sqrt[3]{x}, C = \text{const}$                | 0.25 |

Cán bộ ra đề: Đỗ Thị Huệ

Cán bộ soạn đáp án: Phạm Việt Nga

Duyệt đáp án

BM TOÁN - KHOA CNTT

|                                         |                                                                                          |
|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN<br>BỘ MÔN TOÁN | ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC<br>HỌC PHẦN<br>Tên học phần: Toán cao cấp<br>Đáp án đề thi số: 03 |
|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|

(Ngày thi: 23/12/2018)  
**Ghi chú:** Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

| Câu                      | Đáp án vắn tắt                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Điểm                |
|--------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|
| <b>I</b><br><b>3.5đ</b>  | 1<br>$AB = \begin{bmatrix} -4 & 2 & -1 \\ -m & 2m & 3m \\ -3 & 0 & -4 \end{bmatrix}$<br><b>(0.75đ)</b><br>$\det(AB) = \dots = 0, \forall m$<br>(y/c viết rõ cách tính)<br><b>(0.5đ)</b><br>nên không tồn tại $m$<br>để $AB$ khả nghịch                                                                                                                                                                       | 0.75<br>0.5<br>0.25 |
|                          | Viết mt bổ sung $\overline{A}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0.25                |
|                          | $\overline{A} \xrightarrow{\substack{2H_1+H_2 \\ (-1)H_1+H_3 \\ (-3)H_1+H_4}} \left[ \begin{array}{cccc c} 1 & 3 & 3 & -2 & 6 \\ 0 & 7 & 7 & 7 & 21 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -4 \\ 0 & -11 & -13 & -9 & -37 \end{array} \right]$                                                                                                                                                                                  | 0.5                 |
|                          | $\xrightarrow{\frac{11}{7}H_2+H_4} \left[ \begin{array}{cccc c} 1 & 3 & 3 & -2 & 6 \\ 0 & 7 & 7 & 7 & 21 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -4 \end{array} \right]$                                                                                                                                                                                                                                  | 0.25                |
|                          | $\rightarrow \left[ \begin{array}{cccc c} 1 & 3 & 3 & -2 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{(*)} \left[ \begin{array}{cccc c} 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 \end{array} \right]$                                                                                                                           | 0.25<br>0.25        |
|                          | $\rightarrow \left[ \begin{array}{cccc c} 1 & 0 & 0 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 \end{array} \right] \cdot \text{NTQ} \begin{cases} x = 5t - 3 \\ y = -2t + 1 \\ z = t + 2, t \in \mathbb{Q} \end{cases}$<br><b>! Nếu</b> sv chỉ tìm đúng đến mt dạng bậc thang (*) thì đc 1,25đ. Tiếp tục viết đúng hệ pttt và giải chi tiết tìm đúng nghiệm thì cho 0,75đ (mỗi bd nghiệm đc 0,25đ) | 0.25<br>0.25        |
| <b>II</b><br><b>3.0đ</b> | 1<br>$f'_x = -u'_x \cdot \sin u$ với $u = \frac{1+xy}{x-2y}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0.5                 |

|                           |   |                                                                                                                                                                                      |      |
|---------------------------|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| <b>II</b><br><b>2.0đ</b>  | 2 | $u'_x = \frac{y(x-2y)-(1+xy)}{(x-2y)^2} = -\frac{1+2y^2}{(x-2y)^2}$                                                                                                                  | 0.5  |
|                           |   | $f'_x = \frac{1+2y^2}{(x-2y)^2} \sin\left(\frac{1+xy}{x-2y}\right)$<br>(nếu chỉ viết kq, tổng điểm tối đa 0.5đ)                                                                      | 0.25 |
|                           |   | $f'_x = x^2 - 3y; \quad f'_y = 27y^2 - 3x$                                                                                                                                           | 0.5  |
|                           |   | $\begin{cases} f'_x = 0 \\ f'_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = x^2 \\ x = 9y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9y^2 \\ 3y = 81y^4 \end{cases}$     | 0.25 |
|                           |   | $\Leftrightarrow \begin{cases} x = y = 0 \\ x = 1; y = 1/3 \end{cases} \Rightarrow f \text{ có 2 điểm dừng: } (0;0), (1;1/3).$                                                       | 0.25 |
|                           |   | $f''_{xx} = 2x; \quad f''_{xy} = -3; \quad f''_{yy} = 54y$<br>(tính được 2 trong 3 đhr cấp 2 được 0.25đ)                                                                             | 0.5  |
|                           |   | -Tại (0;0) có $f''_{xx}(0;0).f''_{yy}(0;0) - [f''_{xy}(0;0)]^2 = -9 < 0$<br>$\Rightarrow (0;0)$ không phải điểm cực trị của h/s $f$ .                                                | 0.25 |
|                           |   | -Tại (1;1/3), có $f''_{xx}(1;1/3) = 2 > 0$ và<br>$f''_{xx}(1;1/3).f''_{yy}(1;1/3) - [f''_{xy}(1;1/3)]^2 = 27 > 0$<br>$\Rightarrow (1;1/3)$ là điểm cực tiểu địa phương của h/s $f$ . | 0.25 |
|                           |   | Đặt $t = \sqrt{x} \Rightarrow I = \int_4^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}(x-1)} = \int_2^{+\infty} \frac{2tdt}{t(t^2-1)} = \int_2^{+\infty} \frac{2dt}{t^2-1}$                           | 0.5  |
|                           |   | $b > 2, K = \int_2^b \frac{2dt}{t^2-1} = \ln\left(\frac{t-1}{t+1}\right) \Big _2^b$                                                                                                  | 0.5  |
| <b>III</b><br><b>2.0đ</b> | 1 | Do $\lim_{b \rightarrow +\infty} \left(\frac{b-1}{b+1}\right) = 1 \Rightarrow \lim_{b \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{b-1}{b+1}\right) = \ln 1 = 0$                              | 0.25 |
|                           |   | $\Rightarrow I = \lim_{b \rightarrow +\infty} K = \lim_{b \rightarrow +\infty} \left[ \ln\left(\frac{b-1}{b+1}\right) + \ln 3 \right] = \ln 3$                                       | 0.25 |
|                           |   | Đặt $y = u.v$ với $u, v$ là h/s của $x$ , pt đã cho trở thành                                                                                                                        |      |
|                           |   | $u'.v + u \cdot \left[ v' - \frac{v}{4x} \right] = x - \sqrt[4]{x} \cdot e^{2x} \quad (*)$                                                                                           | 0.25 |
|                           | 2 | Tìm 1 h/s $v \neq 0$ s/c $v' - \frac{v}{4x} = 0 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow v = C_1 \sqrt[4]{x}$                                                                           | 0.5  |
|                           |   |                                                                                                                                                                                      | 0.25 |

|  |  |                                                                                              |      |
|--|--|----------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|  |  | Chọn $v = \sqrt[4]{x}$ .                                                                     |      |
|  |  | Thay h/s $v$ vừa tìm được vào (*), có $u' = x^{3/4} - e^{2x}$                                | 0.25 |
|  |  | $\Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow u = (4/7)x^{7/4} - (1/2)e^{2x} - C, C = \text{const}$ | 0.5  |
|  |  | NTQ: $y = (4/7)x^2 - ((1/2)e^{2x} + C)\sqrt[4]{x}, C = \text{const}$                         | 0.25 |

Cán bộ ra đề: Đỗ Thị Huệ

Cán bộ soạn đáp án: Phạm Việt Nga

Duyệt đáp án

BM TOÁN - KHOA CNTT

|                                         |                                                                                          |
|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN<br>BỘ MÔN TOÁN | ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC<br>HỌC PHẦN<br>Tên học phần: Toán cao cấp<br>Đáp án đề thi số: 04 |
|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|

(Ngày thi: 23/12/2018)

**Ghi chú :** Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

| Câu               | Đáp án vắn tắt                                                                                                                                                                                                                           | Điểm               |
|-------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| Câu I<br>(1.5đ)   | 1 $a_{31} = 8; a_{32} = 2; a_{33} = 3m$<br><b>! Sv tính đúng 2 trong 3 pt được 0.25đ.</b>                                                                                                                                                | 0.5                |
|                   | $\det(A) = ct = -4m - 8.$                                                                                                                                                                                                                | 0.5                |
|                   | 2 A khả nghịch $\Leftrightarrow \det(A) \neq 0$                                                                                                                                                                                          | 0.25               |
|                   | $\Leftrightarrow m \neq -2.$                                                                                                                                                                                                             | 0.25               |
| Câu II<br>(1.5đ)  | 1 $\overline{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & -2 & 5 & -1 \end{bmatrix}$ $\overline{2h_1 - h_2}$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 4 & 2 \\ 0 & 3 & -3 & 6 & 0 \end{bmatrix}$ | 0.25<br>+<br>0.25* |
|                   | $\overline{3h_2 - h_3}$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & -6 & 6 & 6 \end{bmatrix}$ ; hptt $\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y - z + t = 1 \\ y - 3z + 4t = 2 \\ -6z + 6t = 6 \end{cases}$          | 0.25<br>+<br>0.25  |
|                   | Nghiệm của hệ là $(2a + 2; -a - 1; a - 1; a); a \in \mathbb{R}.$                                                                                                                                                                         | 0.25               |
|                   |                                                                                                                                                                                                                                          |                    |
| Câu III<br>(2.0đ) | 1 $df = \frac{1}{x^3} dx \Leftrightarrow \int df = \int \frac{1}{x^3} dx$                                                                                                                                                                | 0.25               |
|                   | $\Leftrightarrow f(x) = \int \frac{1}{x^3} dx = \frac{-1}{2x^2} + C$                                                                                                                                                                     | 0.25               |
|                   | $I = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_1^b \frac{\ln x}{x^3} dx$                                                                                                                                                                         | 0.25               |
|                   | $u = \ln x; dv = \frac{1}{x^3} dx \rightarrow du = \frac{dx}{x}; v = \frac{-1}{2x^2}$                                                                                                                                                    | 0.25               |
|                   | $I(b) = \frac{-1}{2x^2} \ln x \Big _1^b + \int_1^b \frac{1}{2x^3} dx$                                                                                                                                                                    | 0.25               |
|                   | $= \frac{-1}{2b^2} \ln b - \frac{1}{4x^2} \Big _1^b$                                                                                                                                                                                     | 0.25               |
|                   | $= \frac{-1}{2b^2} \ln b + \frac{1}{4} - \frac{1}{4b^2}$                                                                                                                                                                                 | 0.25               |
|                   | $I = \lim_{b \rightarrow +\infty} I(b) = 1/4$                                                                                                                                                                                            | 0.25               |

|                  |                                 |                                                                                                                                                                                                                                                    |    |   |     |        |                    |
|------------------|---------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|---|-----|--------|--------------------|
| Câu IV<br>(2.0đ) | 1                               | $g'_x = u'_x v + v'_x u = ...$<br>$= \ln(x^2 + 2y^2) + x \frac{2x}{x^2 + 2y^2}$<br><b>! Sv tính đúng 1 trong 2 đhr được 0.25đ.</b>                                                                                                                 |    |   |     |        | 0.25<br>0.25*<br>2 |
|                  |                                 | $g'_x(1,0) = 2$                                                                                                                                                                                                                                    |    |   |     |        | 0.25               |
|                  |                                 | $f'_x = 2xy - 2y; f'_y = 4y + x^2 - 2x - 15.$                                                                                                                                                                                                      |    |   |     |        | 0,5                |
|                  |                                 | $\begin{cases} f'_x = 0 \\ f'_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2xy - 2y = 0 \\ 4y + x^2 - 2x - 15 = 0. \end{cases}$<br>H/s có các đ/dừng M1(5;0); M2(-3;0) và M3(1;4).<br><b>! Sv tính đúng 2 trong 3 điểm dừng thì được 0.25đ.</b> |    |   |     |        | 0,5                |
|                  | 2                               | $f''_{xx} = 2y; f''_{xy} = 2x - 2; f''_{yy} = 4$<br><b>! Sv tính đúng 2 trong 3 biểu thức được 0.25đ.</b>                                                                                                                                          |    |   |     |        | 0.5                |
|                  |                                 |                                                                                                                                                                                                                                                    | A  | B | C   | Delta  |                    |
|                  | M1(5;0)                         | 0                                                                                                                                                                                                                                                  | 8  | 4 | -64 | 0.25 đ |                    |
|                  | M2(-3;0)                        | 0                                                                                                                                                                                                                                                  | -8 | 4 | -64 |        |                    |
|                  | M3(1;4)                         | 8                                                                                                                                                                                                                                                  | 0  | 4 | 32  |        |                    |
|                  | KL: H/s chỉ đạt cực tiểu tại M3 |                                                                                                                                                                                                                                                    |    |   |     | 0.25đ  |                    |
| Câu V<br>(2.0đ)  |                                 | $y = uv, y' = u'v + v'u$<br>Pt trở thành $u'v + v'u - \frac{2}{x}uv = \frac{x^2}{1+x^2}$                                                                                                                                                           |    |   |     |        | 0.25               |
|                  |                                 | $\Leftrightarrow u'v + u \left[ v' - \frac{2}{x}v \right] = \frac{x^2}{1+x^2}.$                                                                                                                                                                    |    |   |     |        | 0.25               |
|                  |                                 | Tìm $v \neq 0$ s/c $v' - \frac{2}{x}v = 0.$                                                                                                                                                                                                        |    |   |     |        | 0.25               |
|                  |                                 | $\Leftrightarrow ... \Leftrightarrow \ln v  = 2\ln x  + C.$                                                                                                                                                                                        |    |   |     |        | 0.25               |
|                  |                                 | Chọn $v = x^2$ . Thay vào pt:                                                                                                                                                                                                                      |    |   |     |        | 0.25               |
|                  |                                 | $u'x^2 = \frac{x^2}{1+x^2} \Leftrightarrow ... \Leftrightarrow u = \int \frac{1}{1+x^2} dx$                                                                                                                                                        |    |   |     |        | 0.25               |
|                  |                                 | $= \arctan x + C$                                                                                                                                                                                                                                  |    |   |     |        | 0.25               |
|                  |                                 | Nghiệm TQ ptvp là $y = (\arctan x + C)x^2.$                                                                                                                                                                                                        |    |   |     |        | 0.25               |

Cán bộ ra đề: Lê Thị Diệu Thùy  
Cán bộ soạn đáp án  
Nguyễn Hữu Hải

Duyệt đáp án  
Vũ Thị Thu Giang

|                                         |                                                                                          |
|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN<br>BỘ MÔN TOÁN | ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC<br>HỌC PHẦN<br>Tên học phần: Toán cao cấp<br>Đáp án đề thi số: 05 |
|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|

(Ngày thi: 23/12/2018)

**Ghi chú :** Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

| Câu               | Đáp án vắn tắt                                                                                                                                                                                                                           | Điểm               |
|-------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| Câu I<br>(1.5đ)   | 1 $a_{31} = 9; a_{32} = 5; a_{33} = 4m$<br><b>! Sv tính đúng 2 trong 3 pt được 0.25đ.</b>                                                                                                                                                | 0.5                |
|                   | $\det(A) = ct = 4m - 8$                                                                                                                                                                                                                  | 0.5                |
|                   | 2 A khả nghịch $\Leftrightarrow \det(A) \neq 0$                                                                                                                                                                                          | 0.25               |
|                   | $\Leftrightarrow m \neq 2$                                                                                                                                                                                                               | 0.25               |
| Câu II<br>(1.5đ)  | 1 $\overline{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & -2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 5 & -2 & -1 \end{bmatrix}$ $\overline{2h_1 - h_2}$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & -3 & 2 \\ 0 & 3 & 6 & -3 & 0 \end{bmatrix}$ | 0.25<br>0.25*<br>2 |
|                   | $\overline{3h_2 - h_3}$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 6 & -6 & 6 \end{bmatrix}$ ; hptt $\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y + z - t = 1 \\ y + 4z - 3t = 2 \\ 6z - 6t = 6 \end{cases}$           | 0.25<br>+<br>0.25  |
|                   | Nghiệm của hệ là $(2a + 4; -a - 2; 1 + a; a)$ ; $a \in \mathbb{R}$ .                                                                                                                                                                     | 0.25               |
|                   |                                                                                                                                                                                                                                          |                    |
| Câu III<br>(2.0đ) | 1 $df = \frac{1}{x^4} dx \Leftrightarrow \int df = \int \frac{1}{x^4} dx$                                                                                                                                                                | 0.25               |
|                   | $\Leftrightarrow f(x) = \int \frac{1}{x^4} dx = \frac{-1}{3x^3} + C$                                                                                                                                                                     | 0.25               |
|                   | $I = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_1^b \frac{\ln x}{x^4} dx$                                                                                                                                                                         | 0.25               |
|                   | $u = \ln x; dv = \frac{1}{x^4} dx \rightarrow du = \frac{dx}{x}; v = \frac{-1}{3x^3}$                                                                                                                                                    | 0.25               |
|                   | $I(b) = \frac{-1}{3x^3} \ln x \Big _1^b - \int_1^b \frac{-1}{3x^4} dx$                                                                                                                                                                   | 0.25               |
|                   | $= \frac{-1}{3b^3} \ln b - \frac{1}{9x^3} \Big _1^b$                                                                                                                                                                                     | 0.25               |
|                   | $= \frac{-1}{3b^3} \ln b + \frac{1}{9} - \frac{1}{9b^3}$                                                                                                                                                                                 | 0.25               |
|                   | $I = \lim_{b \rightarrow +\infty} I(b) = 1/9$                                                                                                                                                                                            | 0.25               |

|                  |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                    |       |       |   |       |  |         |    |   |   |     |       |          |    |    |   |     |          |    |   |    |    |
|------------------|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|-------|-------|---|-------|--|---------|----|---|---|-----|-------|----------|----|----|---|-----|----------|----|---|----|----|
| Câu IV<br>(2.0đ) | 1  | $f'_x = u'_x v + v'_x u = ...$<br>$= \ln(2x + y^2) + x \frac{2}{2x + y^2}$<br><b>! Sv tính đúng 1 trong 2 đhr được 0.25đ.</b>                                                                                                                                                                                                                                      | 0.25<br>0.25*<br>2 |       |       |   |       |  |         |    |   |   |     |       |          |    |    |   |     |          |    |   |    |    |
|                  |    | $f'_x(0,1) = 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0.25               |       |       |   |       |  |         |    |   |   |     |       |          |    |    |   |     |          |    |   |    |    |
|                  |    | $g'_x = y^2 - 2y - 4x - 15; g'_y = 2xy - 2x .$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0,5                |       |       |   |       |  |         |    |   |   |     |       |          |    |    |   |     |          |    |   |    |    |
|                  |    | $\begin{cases} g'_x = 0 \\ g'_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - 2y - 4x - 15 = 0 \\ 2xy - 2x = 0 . \end{cases}$<br>H/s có các đ/dừng M1(0;5); M2(0;-3) và M3(-4;1).<br><b>! Sv tính đúng 2 trong 3 điểm dừng thì được 0.25đ.</b>                                                                                                               | 0,5                |       |       |   |       |  |         |    |   |   |     |       |          |    |    |   |     |          |    |   |    |    |
|                  | 2  | $g''_{xx} = -4; g''_{xy} = 2y - 2; g''_{yy} = 2x$<br><b>! Sv tính đúng 2 trong 3 biểu thức được 0.25đ.</b>                                                                                                                                                                                                                                                         | 0.5                |       |       |   |       |  |         |    |   |   |     |       |          |    |    |   |     |          |    |   |    |    |
|                  |    | <table><tr><td></td><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>Delta</td><td></td></tr><tr><td>M1(0;5)</td><td>-4</td><td>8</td><td>0</td><td>-64</td><td rowspan="3">0.25đ</td></tr><tr><td>M2(0;-3)</td><td>-4</td><td>-8</td><td>0</td><td>-64</td></tr><tr><td>M3(-4;1)</td><td>-4</td><td>0</td><td>-8</td><td>32</td></tr></table><br>KL: H/s chỉ đạt cực đại tại M3. |                    | A     | B     | C | Delta |  | M1(0;5) | -4 | 8 | 0 | -64 | 0.25đ | M2(0;-3) | -4 | -8 | 0 | -64 | M3(-4;1) | -4 | 0 | -8 | 32 |
|                  | A  | B                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | C                  | Delta |       |   |       |  |         |    |   |   |     |       |          |    |    |   |     |          |    |   |    |    |
| M1(0;5)          | -4 | 8                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0                  | -64   | 0.25đ |   |       |  |         |    |   |   |     |       |          |    |    |   |     |          |    |   |    |    |
| M2(0;-3)         | -4 | -8                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0                  | -64   |       |   |       |  |         |    |   |   |     |       |          |    |    |   |     |          |    |   |    |    |
| M3(-4;1)         | -4 | 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | -8                 | 32    |       |   |       |  |         |    |   |   |     |       |          |    |    |   |     |          |    |   |    |    |
| Câu V<br>(2.0đ)  |    | $y = uv, y' = u'v + v'u$<br>Pt trở thành $u'v + v'u + \frac{2}{x}uv = \frac{1}{x^2\sqrt{1-x^2}} .$                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0.25               |       |       |   |       |  |         |    |   |   |     |       |          |    |    |   |     |          |    |   |    |    |
|                  |    | $u'v + u \left[ v' + \frac{2}{x}v \right] = \frac{1}{x^2\sqrt{1-x^2}} .$                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 0.25               |       |       |   |       |  |         |    |   |   |     |       |          |    |    |   |     |          |    |   |    |    |
|                  |    | Tìm $v \neq 0$ s/c $v' + \frac{2}{x}v = 0 .$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0.25               |       |       |   |       |  |         |    |   |   |     |       |          |    |    |   |     |          |    |   |    |    |
|                  |    | $\Leftrightarrow \ln v  = -2\ln x  + C$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 0.25               |       |       |   |       |  |         |    |   |   |     |       |          |    |    |   |     |          |    |   |    |    |
|                  |    | Chọn $v = \frac{1}{x^2} .$ Thay vào pt:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 0.25               |       |       |   |       |  |         |    |   |   |     |       |          |    |    |   |     |          |    |   |    |    |
|                  |    | $u'v = \frac{1}{x^2\sqrt{1-x^2}} \Leftrightarrow ... \Leftrightarrow u = \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$<br>$= \arcsin x + C .$                                                                                                                                                                                                                                    | 0.25<br>0.25       |       |       |   |       |  |         |    |   |   |     |       |          |    |    |   |     |          |    |   |    |    |
|                  |    | Nghiệm TQ ptvp là $y = \frac{1}{x^2} (\arcsin x + C) .$                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 0.25               |       |       |   |       |  |         |    |   |   |     |       |          |    |    |   |     |          |    |   |    |    |

Cán bộ ra đề: Lê Thị Diệu Thùy

Cán bộ soạn đáp án

Nguyễn Hữu Hải

Duyệt đáp án

Vũ Thị Thu Giang



|                                         |                                                                                          |
|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN<br>BỘ MÔN TOÁN | ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC<br>HỌC PHẦN<br>Tên học phần: Toán cao cấp<br>Đáp án đề thi số: 02 |
|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|

(Ngày thi: 24/12/2018)

**Ghi chú :** Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

| Câu                      | Đáp án văn tắt                                                                                                                                                                                                                                            | Điểm               |
|--------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| <b>I</b><br><b>2.0đ</b>  | 1 $B^t = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 7 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}; AB^t = \begin{bmatrix} -11 & 29 \\ 13 & -11 \\ 17 & 3 \end{bmatrix}.$                                                                                                                    | 0.25*<br>2         |
|                          | $\det(A) = \dots = 50 \neq 0.$                                                                                                                                                                                                                            | 0.25               |
|                          | $A^* = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 12 \\ 2 & -23 & 13 \\ 8 & 8 & 2 \end{bmatrix}$                                                                                                                                                                           | 0.25*<br>4         |
|                          | 2 ! Sv viết đúng 9 phần bù đại số được 0.25đ*3; thay vào $A^*$ đúng được thêm 0.25đ.                                                                                                                                                                      |                    |
|                          | $A^{-1} = \begin{bmatrix} -1/25 & -1/25 & 6/25 \\ 1/25 & -23/50 & 13/50 \\ 4/25 & 4/25 & 1/25 \end{bmatrix}$                                                                                                                                              | 0.25               |
| <b>II</b><br><b>1.5đ</b> | $A^{bs} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 & -2 \\ -2 & 1 & -1 & -3 & 3 \\ -1 & 2 & 3 & -2 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\substack{2h1+h2 \\ h1+h3}} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & -5 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & -3 \end{bmatrix}$ | 0.25<br>0.25*<br>2 |
|                          | $\xrightarrow{h2+h3} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & -5 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -4 & -2 & -4 \end{bmatrix}$                                                                                                                                 | 0.25               |
|                          | Hệ đã cho tương đương                                                                                                                                                                                                                                     | 0.25               |
|                          | $\begin{cases} x - y - 2z + t = -2 \\ -y - 5z - t = -1 \\ -4z - 2t = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 + z \\ y = -1 - 3z \\ t = 2 - 2z \end{cases}$<br>$z \in \mathbb{R}$                                                              | 0.25<br>0.25       |
|                          | Nghiệm TQ của hệ có dạng<br>$(-5 + z; -1 - 3z; z; 2 - 2z); z \in \mathbb{R}.$                                                                                                                                                                             |                    |
| 1                        | $f'_x = \frac{2x-2y}{x^2-2xy} + \frac{1}{y^2}$                                                                                                                                                                                                            | 0.25*<br>2         |

|                                           |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |              |           |   |            |            |       |   |   |   |          |       |    |   |   |           |            |
|-------------------------------------------|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|-----------|---|------------|------------|-------|---|---|---|----------|-------|----|---|---|-----------|------------|
| III<br>2.5đ                               | 2  | $f'_y = \frac{-2x}{x^2 - 2xy} - \frac{2x}{y^3}$                                                                                                                                                                                                                                                   | 0.25*<br>2   |           |   |            |            |       |   |   |   |          |       |    |   |   |           |            |
|                                           |    | a) $t' = 3e^{3x}$ ,<br>$dt = 3e^{3x} dx$ .                                                                                                                                                                                                                                                        | 0.25<br>0,25 |           |   |            |            |       |   |   |   |          |       |    |   |   |           |            |
|                                           |    | b) Đổi cận lấy tích phân $I = \frac{1}{3} \int_{e^3}^{+\infty} \frac{dt}{1-t^2}$                                                                                                                                                                                                                  | 0.25         |           |   |            |            |       |   |   |   |          |       |    |   |   |           |            |
|                                           |    | $= \frac{1}{6} \ln \left  \frac{1+t}{1-t} \right  \Big _{e^3}^{+\infty}$                                                                                                                                                                                                                          | 0.25         |           |   |            |            |       |   |   |   |          |       |    |   |   |           |            |
|                                           |    | $= \frac{1}{6} \lim_{t \rightarrow +\infty} \ln \left  \frac{1+t}{1-t} \right  - \frac{1}{6} \ln \left  \frac{1+e^3}{1-e^3} \right $<br>$= -\frac{1}{6} \ln \left  \frac{1+e^3}{1-e^3} \right $                                                                                                   | 0.25<br>0.25 |           |   |            |            |       |   |   |   |          |       |    |   |   |           |            |
| IV<br>2.0đ                                |    | $f'_x = 2x^2 - 8; f'_y = 6y - 18$<br>$A = f''_{xx} = 4x; B = f''_{xy} = 0; C = f''_{yy} = 6;$                                                                                                                                                                                                     | 0.5<br>0.5   |           |   |            |            |       |   |   |   |          |       |    |   |   |           |            |
|                                           |    | Các điểm dừng $M_1(2;3); M_2(-2;3)$                                                                                                                                                                                                                                                               | 0.5          |           |   |            |            |       |   |   |   |          |       |    |   |   |           |            |
|                                           |    | <table><tr><td>Điểm</td><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td><math>AC - B^2</math></td></tr><tr><td><math>M_1</math></td><td>8</td><td>0</td><td>6</td><td><math>48 &gt; 0</math></td></tr><tr><td><math>M_2</math></td><td>-8</td><td>0</td><td>6</td><td><math>-48 &lt; 0</math></td></tr></table> | Điểm         | A         | B | C          | $AC - B^2$ | $M_1$ | 8 | 0 | 6 | $48 > 0$ | $M_2$ | -8 | 0 | 6 | $-48 < 0$ | 0.25*<br>2 |
|                                           |    | Điểm                                                                                                                                                                                                                                                                                              | A            | B         | C | $AC - B^2$ |            |       |   |   |   |          |       |    |   |   |           |            |
| $M_1$                                     | 8  | 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 6            | $48 > 0$  |   |            |            |       |   |   |   |          |       |    |   |   |           |            |
| $M_2$                                     | -8 | 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 6            | $-48 < 0$ |   |            |            |       |   |   |   |          |       |    |   |   |           |            |
| Hàm số có 1 điểm cực tiểu là $M_1(2;3)$ . |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |              |           |   |            |            |       |   |   |   |          |       |    |   |   |           |            |
| V<br>2.0đ                                 |    | Đặt $y = uv \Rightarrow y' = u'v + uv'$                                                                                                                                                                                                                                                           | 0.25         |           |   |            |            |       |   |   |   |          |       |    |   |   |           |            |
|                                           |    | PT trở thành $u'v + u(v' + 2xv) = e^{-x^2} \left( \sqrt{x} - \frac{1}{x^4} \right)$                                                                                                                                                                                                               | 0.25         |           |   |            |            |       |   |   |   |          |       |    |   |   |           |            |
|                                           |    | $v' + 2xv = 0 \Leftrightarrow \frac{dv}{v} = -2xdx$<br>$\Leftrightarrow \ln v  = -x^2 + C$                                                                                                                                                                                                        | 0.25*<br>3   |           |   |            |            |       |   |   |   |          |       |    |   |   |           |            |
|                                           |    | Chọn $v = e^{-x^2}$ , thay vào pt được:                                                                                                                                                                                                                                                           |              |           |   |            |            |       |   |   |   |          |       |    |   |   |           |            |
|                                           |    | $u' = \sqrt{x} - \frac{1}{x^4} \Leftrightarrow u = \frac{2}{3}x^{3/2} + \frac{1}{3x^3} + C$                                                                                                                                                                                                       | 0.25*<br>2   |           |   |            |            |       |   |   |   |          |       |    |   |   |           |            |
|                                           |    | Nghiệm TQ PTVP $y = uv = e^{-x^2} \left( \frac{2}{3}x^{3/2} + \frac{1}{3x^3} + C \right)$                                                                                                                                                                                                         | 0.25         |           |   |            |            |       |   |   |   |          |       |    |   |   |           |            |

Cán bộ ra đề: Nguyễn Thùy Hằng

Cán bộ soạn đáp án

Nguyễn Thùy Dung

Duyệt đáp án

Vũ Thị Thu Giang

|                                         |                                                                                          |
|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN<br>BỘ MÔN TOÁN | ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC<br>HỌC PHẦN<br>Tên học phần: Toán cao cấp<br>Đáp án đề thi số: 03 |
|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|

(Ngày thi: 24/12/2018)

**Ghi chú :** Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

| Câu                       | Đáp án vắn tắt                                                                                                                                                                                                                                | Điểm         |
|---------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| <b>I</b><br><b>2.0đ</b>   | 1 $B^t = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ -3 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}; AB^t = \begin{bmatrix} 16 & 11 \\ 10 & 7 \\ 21 & 3 \end{bmatrix}.$                                                                                                           | 0.25*<br>2   |
|                           | $\det(A) = \dots = -40 \neq 0,$                                                                                                                                                                                                               | 0.25         |
|                           | $A^* = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -12 \\ 1 & -19 & 14 \\ -8 & -8 & 8 \end{bmatrix}$                                                                                                                                                              | 0.25*<br>4   |
|                           | 2 ! Sv viết đúng 9 phần bù đại số được 0.25đ*3; thay vào $A^*$ đúng được thêm 0.25đ.<br>$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1/20 & -1/20 & 3/10 \\ -1/40 & 19/40 & -7/20 \\ 1/5 & 1/5 & -1/5 \end{bmatrix}$                                            | 0.25         |
| <b>II</b><br><b>1.5đ</b>  | $A^{bs} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 1 & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{\substack{h1+h2 \\ h3-h1}} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 6 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ | 0.25         |
|                           | $\xrightarrow{-2h2+h3} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 2 & -4 \end{bmatrix}$                                                                                                                         | 0.25         |
|                           | 2 Hệ đã cho tương đương<br>$\begin{cases} x - y - 2z + t = 2 \\ y + z - t = 3 \\ 4z + 2t = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 + z \\ y = 1 - 3z \\ t = -2 - 2z \\ z \in \mathbb{R} \end{cases}$                               | 0.25<br>0.25 |
|                           | Nghiệm TQ của hệ có dạng<br>$(5 + z; 1 - 3z; z; -2 - 2z); z \in \mathbb{R}.$                                                                                                                                                                  |              |
| <b>III</b><br><b>2.5đ</b> | 1 $f'_x = \frac{2y}{y^2 + 2xy} + \frac{2y}{x^3}$                                                                                                                                                                                              | 0.25*<br>2   |

|            |       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |              |            |            |   |            |       |   |   |    |           |       |   |   |     |            |            |
|------------|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|------------|------------|---|------------|-------|---|---|----|-----------|-------|---|---|-----|------------|------------|
|            |       | $f'_y = \frac{2y + 2x}{y^2 + 2xy} - \frac{1}{x^2}$                                                                                                                                                                                                                                                    | 0.25*<br>2   |            |            |   |            |       |   |   |    |           |       |   |   |     |            |            |
|            | 2     | a) $t' = 2e^{2x}$<br>$dt = 2e^{2x} dx$ ,                                                                                                                                                                                                                                                              | 0.25<br>0.25 |            |            |   |            |       |   |   |    |           |       |   |   |     |            |            |
|            |       | b) Đổi cận lấy tích phân $I = \frac{1}{2} \int_{e^2}^{+\infty} \frac{dt}{1-t^2}$                                                                                                                                                                                                                      | 0.25         |            |            |   |            |       |   |   |    |           |       |   |   |     |            |            |
|            |       | $= \frac{1}{4} \ln \left  \frac{1+t}{1-t} \right  \Big _{e^2}^{+\infty}$                                                                                                                                                                                                                              | 0.25         |            |            |   |            |       |   |   |    |           |       |   |   |     |            |            |
|            |       | $= \frac{1}{4} \lim_{t \rightarrow +\infty} \ln \left  \frac{1+t}{1-t} \right  - \frac{1}{4} \ln \left  \frac{1+e^2}{1-e^2} \right $                                                                                                                                                                  | 0.25         |            |            |   |            |       |   |   |    |           |       |   |   |     |            |            |
|            |       | $= -\frac{1}{4} \ln \left  \frac{1+e^2}{1-e^2} \right $                                                                                                                                                                                                                                               | 0.25         |            |            |   |            |       |   |   |    |           |       |   |   |     |            |            |
| IV<br>2.0đ |       | $f'_x = 6x - 12; f'_y = 3y^2 - 27$<br>$A = f''_{xx} = 6; B = f''_{xy} = 0; C = f''_{yy} = 6y;$                                                                                                                                                                                                        | 0.5<br>0.5   |            |            |   |            |       |   |   |    |           |       |   |   |     |            |            |
|            |       | Các điểm dừng $M_1(2;3); M_2(2;-3)$                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0.5          |            |            |   |            |       |   |   |    |           |       |   |   |     |            |            |
|            |       | <table><tr><td>Điểm</td><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td><math>AC - B^2</math></td></tr><tr><td><math>M_1</math></td><td>6</td><td>0</td><td>18</td><td><math>108 &gt; 0</math></td></tr><tr><td><math>M_2</math></td><td>6</td><td>0</td><td>-18</td><td><math>-108 &lt; 0</math></td></tr></table> | Điểm         | A          | B          | C | $AC - B^2$ | $M_1$ | 6 | 0 | 18 | $108 > 0$ | $M_2$ | 6 | 0 | -18 | $-108 < 0$ | 0.25*<br>2 |
|            | Điểm  | A                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | B            | C          | $AC - B^2$ |   |            |       |   |   |    |           |       |   |   |     |            |            |
|            | $M_1$ | 6                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0            | 18         | $108 > 0$  |   |            |       |   |   |    |           |       |   |   |     |            |            |
| $M_2$      | 6     | 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | -18          | $-108 < 0$ |            |   |            |       |   |   |    |           |       |   |   |     |            |            |
|            |       | Hàm số có 1 điểm cực tiểu là $M_1(2;3)$ .                                                                                                                                                                                                                                                             |              |            |            |   |            |       |   |   |    |           |       |   |   |     |            |            |
|            |       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |              |            |            |   |            |       |   |   |    |           |       |   |   |     |            |            |
| V<br>2.0đ  |       | Đặt $y = uv \Rightarrow y' = u'v + uv'$                                                                                                                                                                                                                                                               | 0.25         |            |            |   |            |       |   |   |    |           |       |   |   |     |            |            |
|            |       | PT trở thành $u'v + u(v' - 2xv) = e^{x^2} \left( 1/\sqrt{x} - x^3 \right)$                                                                                                                                                                                                                            | 0.25         |            |            |   |            |       |   |   |    |           |       |   |   |     |            |            |
|            |       | $v' - 2xv = 0 \Leftrightarrow \frac{dv}{v} = 2xdx$<br>$\Leftrightarrow \ln v  = x^2 + C$                                                                                                                                                                                                              | 0.25*<br>3   |            |            |   |            |       |   |   |    |           |       |   |   |     |            |            |
|            |       | Chọn $v = e^{x^2}$ , thay vào pt được:                                                                                                                                                                                                                                                                |              |            |            |   |            |       |   |   |    |           |       |   |   |     |            |            |
|            |       | $u' = \frac{1}{\sqrt{x}} - x^3 \Leftrightarrow u = 2x^{1/2} - \frac{x^4}{4} + C$                                                                                                                                                                                                                      | 0.25*<br>2   |            |            |   |            |       |   |   |    |           |       |   |   |     |            |            |
|            |       | Nghiệm TQ PTVP $y = uv = e^{x^2} \left( 2x^{1/2} - \frac{x^4}{4} + C \right)$                                                                                                                                                                                                                         | 0.25         |            |            |   |            |       |   |   |    |           |       |   |   |     |            |            |

Cán bộ ra đề: Nguyễn Thủy Hằng

Cán bộ soạn đáp án

Nguyễn Thùy Dung

Duyệt đáp án

Vũ Thị Thu Giang

|                                         |                                                                                          |
|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN<br>BỘ MÔN TOÁN | ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC<br>HỌC PHẦN<br>Tên học phần: Toán cao cấp<br>Đáp án đề thi số: 04 |
|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|

(Ngày thi: 24/12/2018)

**Ghi chú :** Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

| Câu                      | Đáp án vắn tắt                                                                                                                                                                                                               | Điểm         |
|--------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| <b>I</b><br><b>3.5đ</b>  | 1 $\det(A) = m - 3$                                                                                                                                                                                                          | 0.5          |
|                          | $\det(A) = 2$                                                                                                                                                                                                                | 0.25         |
|                          | $A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 & 1 \\ -3 & 5 & -3 & 5 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & -1 & 0 \end{bmatrix}$                                                                                                   | 0.5          |
|                          | $A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 10 & 2 & -2 \\ 5 & 2 & -1 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 5/2 & 1 & -1/2 \\ -3/2 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$                                                  | 0.75         |
|                          | $B^t = \begin{bmatrix} -1 & -1/3 & 0 \\ 1 & 1/3 & 2/3 \\ 0 & 1 & -4/3 \end{bmatrix}, 3B^t = \begin{bmatrix} -3 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & -4 \end{bmatrix}$                                                            | 0.25<br>0.25 |
|                          | $XA = 3B^t - I = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & -5 \end{bmatrix}$                                                                                                                                       | 0.25         |
| <b>II</b><br><b>1.5đ</b> | $X = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & -5 \end{bmatrix} A^{-1} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} -\frac{25}{2} & 1 & \frac{5}{2} \\ -19 & -1 & \frac{5}{2} \\ \frac{25}{2} & 2 & -\frac{7}{2} \end{bmatrix}$ | 0.25<br>0.5  |
|                          | 1 $a = \frac{1}{2}; b = -\frac{1}{2}$                                                                                                                                                                                        | 0.5          |

|                           |                                                                                                                                      |              |
|---------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| 2                         | $\int_0^{+\infty} f(x) dx = \frac{1}{2} \ln \left  \frac{x+1}{x+5} \right  \Big _0^{+\infty}$                                        | 0.5          |
|                           | $= \frac{1}{2} \left( \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \left  \frac{x+1}{x+5} \right  - \ln \frac{1}{5} \right) = \frac{1}{2} \ln 5$ | 0.25<br>0.25 |
| <b>III</b><br><b>3.0đ</b> | $f'_x = \frac{1}{2(x+2y)}; f'_y = \frac{1}{x+2y}$                                                                                    | 0.5          |
|                           | $f'_x(1;1) = \frac{1}{6}; f'_y(1;1) = \frac{1}{3}$                                                                                   | 0.25         |
|                           | $df(1;1) = \frac{1}{6} dx + \frac{1}{3} dy$                                                                                          | 0.25         |
|                           | $f'_x = -2xy - 2; f'_y = 3y^2 - x^2 - 2$                                                                                             | 0.5          |
|                           | Hàm số có các điểm dừng $(1; -1), (-1; 1)$                                                                                           | 0.5          |
|                           | $f''_{xx} = -2y; f''_{xy} = -2x; f''_{yy} = 6y$                                                                                      | 0.5          |
| 2                         | Tại $(1; -1)$ ta có $A = 2; B = -2; = -6$<br>$\Rightarrow AC - B^2 = -16 < 0$ . Hàm số ko đạt cực trị                                | 0.25         |
|                           | Tại $(-1; 1)$ ta có $A = 2; B = -2; = -6$<br>$\Rightarrow AC - B^2 = -16 < 0$ . Hàm số ko đạt cực trị.                               | 0.25         |
| <b>IV</b><br><b>2.0đ</b>  | Đặt $y = uv \Rightarrow y' = u'v + uv'$                                                                                              | 0.25         |
|                           | $u'v + u(v' - 3x^2v) = \frac{e^{x^3}}{x^2 + 2}$                                                                                      | 0.25         |
|                           | Chọn $v \neq 0$ s/c : $v' - 3x^2v = 0 \Leftrightarrow \frac{dv}{v} = 3x^2 dx$                                                        | 0.25         |
|                           | $\Rightarrow \ln v  = x^3 + C$                                                                                                       | 0.25         |
|                           | Chọn $v = e^{x^3}$                                                                                                                   | 0.25         |
|                           | Khi đó $u = \int \frac{1}{x^2 + 2} dx = \frac{1}{\sqrt{2}} \arctan \frac{x}{\sqrt{2}} + C$                                           | 0.5          |
| NTQ :                     | $y = \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \arctan \frac{x}{\sqrt{2}} + C \right) e^{x^3}$                                                       | 0.25         |

Cán bộ ra đề: Nguyễn Thị Huyền

Cán bộ soạn đáp án

Nguyễn Hà Thanh

Duyệt đáp án  
Phan Quang Sáng

|                                         |                                                                                          |
|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN<br>BỘ MÔN TOÁN | ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC<br>HỌC PHẦN<br>Tên học phần: Toán cao cấp<br>Đáp án đề thi số: 05 |
|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|

(Ngày thi: 24/12/2018)

**Ghi chú :** Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

| Câu                      | Đáp án vắn tắt                                                                                                                                                                         | Điểm         |
|--------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| <b>I</b><br><b>3.5đ</b>  | 1 $\det(A) = m - 2$                                                                                                                                                                    | 0.5          |
|                          | $\det(A) = 2$                                                                                                                                                                          | 0.25         |
|                          | $A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & - \\ 3 & 1 & - \\ -1 & 1 & - \\ 4 & 1 & - \\ -1 & 0 & - \\ 4 & 3 & - \end{bmatrix}$                                                      | 0.5          |
|                          | $A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -3 & 5 & 1 \\ 5 & -9 & -1 \\ -3 & 7 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3/2 & 5/2 & 1/2 \\ 5/2 & -9/2 & -1/2 \\ -3/2 & 7/2 & 1/2 \end{bmatrix}$ | 0.75         |
|                          | $B^t = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 2 & 1 \\ 0 & 3/2 & -1 \end{bmatrix}, 2B^t = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & -2 \end{bmatrix}$                          | 0.25<br>0.25 |
|                          | $A.X = 2B^t - I = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \end{bmatrix}$                                                                                                 | 0.25         |
| <b>II</b><br><b>1.5đ</b> | 1 $a = \frac{1}{5}; b = -\frac{1}{5}$                                                                                                                                                  | 0.5          |
|                          | 2 $\int_2^{+\infty} f(x) dx = \frac{1}{5} \ln \left  \frac{x-1}{x+4} \right  \Big _2^{+\infty}$                                                                                        | 0.5          |

|                           |   |                                                                                                                                      |              |
|---------------------------|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
|                           |   | $= \frac{1}{5} \left( \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \left  \frac{x-1}{x+4} \right  - \ln \frac{1}{6} \right) = \frac{1}{5} \ln 6$ | 0.25<br>0.25 |
| <b>III</b><br><b>3.0đ</b> | 1 | $f'_x = \frac{1}{2x+y}; f'_y = \frac{1}{2(2x+y)}$                                                                                    | 0.5          |
|                           |   | $f'_x(1;1) = \frac{1}{3}; f'_y(1;1) = \frac{1}{6}$                                                                                   | 0.25         |
|                           |   | $df(1;1) = \frac{1}{3} dx + \frac{1}{6} dy$                                                                                          | 0.25         |
|                           | 2 | $f'_x = -4xy - 4; f'_y = 3y^2 - 2x^2 - 1$                                                                                            | 0.5          |
|                           |   | Hàm số có các điểm dừng $(1;-1), (-1;1)$                                                                                             | 0.5          |
|                           |   | $f''_{xx} = -4y; f''_{xy} = -4x; f''_{yy} = 6y$                                                                                      | 0.5          |
|                           |   | Tại $(1;-1)$ ta có $A=4; B=-4; C=-6$<br>$\Rightarrow AC - B^2 = -40 < 0$ . Hàm số ko đạt cực trị                                     | 0.25         |
| <b>IV</b><br><b>2.0đ</b>  |   | Tại $(-1;1)$ ta có $A=-4; B=4; C=6$<br>$\Rightarrow AC - B^2 = -40 < 0$ . Hàm số không đạt cực trị                                   | 0.25         |
|                           |   | Đặt $y=uv \Rightarrow y' = u'v + uv'$                                                                                                | 0.25         |
|                           |   | $u'v + u(v' - 4x^3v) = \frac{e^{x^4}}{x^2 + 3}$                                                                                      | 0.25         |
|                           |   | Chọn $v \neq 0$ s/c : $v' - 4x^3v = 0 \Leftrightarrow \frac{dv}{v} = 4x^3 dx$                                                        | 0.25         |
|                           |   | $\Rightarrow \ln v  = x^4 + C$                                                                                                       | 0.25         |
|                           |   | Chọn $v = e^{x^4}$                                                                                                                   | 0.25         |
|                           |   | Khi đó $u = \int \frac{1}{x^2 + 3} dx = \frac{1}{\sqrt{3}} \arctan \frac{x}{\sqrt{3}} + C$                                           | 0.5          |
|                           |   | NTQ : $y = \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \arctan \frac{x}{\sqrt{3}} + C \right) e^{x^4}$                                                 | 0.25         |

Cán bộ ra đề: Nguyễn Thị Huyền  
Cán bộ soạn đáp án  
Nguyễn Hà Thanh

Duyệt đáp án  
Phan Quang Sáng

|                                         |                                                                                          |
|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN<br>BỘ MÔN TOÁN | ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC<br>HỌC PHẦN<br>Tên học phần: Toán cao cấp<br>Đáp án đề thi số: 02 |
|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|

(Ngày thi: 26/12/2018)

**Ghi chú :** Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

| Câu                       | Đáp án vắn tắt                                                                                                                                                                                                                                               | Điểm         |
|---------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| <b>I</b><br><b>2.0đ</b>   | 1<br>$A^t B^t = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 2 & -2 & 2 \\ 5 & -7 & 1 \end{bmatrix}$                                                                                                                                                                        | 0.5          |
|                           | $X = \frac{1}{2} A^t B^t = \begin{bmatrix} -1 & 3/2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 5/2 & -7/2 & 1/2 \end{bmatrix}$                                                                                                                                                     | 0.25<br>0.25 |
|                           | 2<br>$\det(C) = -3$                                                                                                                                                                                                                                          | 0.25         |
|                           | Ta có $\det(C) \neq 0$ nên ma trận C khả nghịch.                                                                                                                                                                                                             | 0.25         |
|                           | $\det(2C^t) = 8\det(C) = -24; \det(C^{-1}) = -1/3$                                                                                                                                                                                                           | 0.25         |
|                           | $\det(2C^t) + \det C^{-1} = -73/3$                                                                                                                                                                                                                           | 0.25         |
| <b>II</b><br><b>1.5đ</b>  | 1<br>$\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & -3 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 5 \\ 0 & 3 & -4 & 5 \end{bmatrix}$                                                               | 0.25*<br>3   |
|                           | $\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 10 \end{bmatrix}$                                                                                                                                                              | 0.25         |
|                           | $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = 1 \\ x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 0 \\ -5x_3 + 10x_4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -3x_4 + 1 \\ x_2 = x_4 \\ x_3 = 2x_4 \end{cases}$<br>Nghiệm của hệ $(-3x_4 + 1; x_4; 2x_4; x_4), x_4 \in \mathbb{R}$ | 0.5          |
| <b>III</b><br><b>1.5đ</b> | 1<br>$\begin{cases} u = x \\ dv = e^{-2x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -e^{-2x} / 2 \end{cases}$                                                                                                                                  | 0.25<br>0.25 |
|                           | $\int_0^{+\infty} x e^{-2x} dx = -\frac{1}{2} x e^{-2x} \Big _0^{+\infty} + \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} e^{-2x} dx$                                                                                                                                         | 0.25         |

|                          |                                                                                                                               |      |
|--------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|                          | $= -\frac{1}{2} x e^{-2x} \Big _0^{+\infty} - \frac{1}{4} e^{-2x} \Big _0^{+\infty}$                                          | 0.25 |
|                          | $= -\frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-2x} - \frac{1}{4} \left( \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-2x} - 1 \right)$ | 0.25 |
|                          | $= 1/4$ (tính đúng giới hạn)                                                                                                  | 0.25 |
| <b>IV</b><br><b>3.0đ</b> | 1<br>$f'_x = 4xy + 4y; f'_y = 2x^2 + 4x + 2y$                                                                                 | 0.5  |
|                          | Hàm số có các điểm dừng: $(0;0), (-2;0), (-1;1)$                                                                              | 0.5  |
|                          | $f''_{xx} = 4y; f''_{xy} = 4x + 4; f''_{yy} = 2$                                                                              | 0.5  |
|                          | +) Tại $(0;0), AC - B^2 = 0.2 - 4^2 = -16 < 0$ Hs ko đạt ct                                                                   |      |
|                          | +) Tại $(-2;0) AC - B^2 = 0.2 - 4^2 = -16 < 0$ Hs ko đạt ct                                                                   | 0.25 |
|                          | +) Tại $(-1;1)$ ta có $A = 4; B = 0; C = 2$<br>$\Rightarrow AC - B^2 = 8 > 0$ . Hàm số đạt cực tiểu tại $(-1;1)$              | 0.25 |
| <b>V</b><br><b>2.0đ</b>  | 2<br>$g'_x = \ln(xy+1) + \frac{xy}{xy+1}; g'_y = \frac{x^2}{xy+1}$                                                            | 0.5  |
|                          | $g'_x(1;0) = 0; g'_y(1;0) = 1$                                                                                                | 0.25 |
|                          | $dg(1;0) = 0.dx + 1.dy$                                                                                                       | 0.25 |
|                          | Đặt $y = uv \Rightarrow y' = u'v + uv'$<br>$u'v + u \left( v' + \frac{2}{x}v \right) = \frac{1}{x^4 + 4x^2}$                  | 0.25 |
|                          | Chọn $v \neq 0$ s/c : $v' + \frac{2}{x}v = 0$                                                                                 | 0.25 |
|                          | $\Leftrightarrow \frac{dv}{v} = -\frac{2}{x} dx$<br>$\Rightarrow \ln v  = -2 \ln x  + C$<br>Chọn $v = 1/x^2$                  | 0.25 |
|                          | Khi đó $u = \int \frac{1}{x^2 + 4} dx = \frac{1}{2} \arctan \frac{x}{2} + C$                                                  | 0.5  |
|                          | NTQ : $y = \left( \frac{1}{2} \arctan \frac{x}{2} + C \right) \frac{1}{x^2}$                                                  | 0.25 |

Cán bộ ra đề: Vũ Thị Thu Giang  
Cán bộ soạn đáp án  
Nguyễn Hà Thanh

Duyệt đáp án  
Phan Quang Sáng

|                                         |                                                                                          |
|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN<br>BỘ MÔN TOÁN | ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC<br>HỌC PHẦN<br>Tên học phần: Toán cao cấp<br>Đáp án đề thi số: 03 |
|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|

(Ngày thi: 26/12/2018)

**Ghi chú :** Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

| Câu                       | Đáp án vắn tắt                                                                                                                                                                                           | Điểm         |
|---------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| <b>I</b><br><b>2.0đ</b>   | 1 $B^t A^t = \begin{bmatrix} -3 & 8 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$                                                                                                                                             | 0.5          |
|                           | $X = \frac{1}{3} B^t A^t = \begin{bmatrix} -1 & 8/3 \\ -1/3 & 0 \end{bmatrix}$                                                                                                                           | 0.25<br>0.25 |
|                           | 2 $\det(C) = -3$                                                                                                                                                                                         | 0.25         |
|                           | Ta có $\det(C) \neq 0$ nên ma trận $C$ khả nghịch.                                                                                                                                                       | 0.25         |
|                           | $\det(3C^t) = 27\det(C) = -81; \det(C^{-1}) = -1/3$                                                                                                                                                      | 0.25         |
|                           | $\det(3C^t) + \det C^{-1} = -244/3$                                                                                                                                                                      | 0.25         |
| <b>II</b><br><b>1.5đ</b>  | 1 $\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 4 1 \\ 2 & 4 & -3 & 8 2 \\ 1 & 5 & -6 & 7 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 4 1 \\ 0 & -2 & 1 & 0 0 \\ 0 & -4 & 5 & -3 0 \end{bmatrix}$ | 0.25*<br>3   |
|                           | $\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 4 1 \\ 0 & -2 & 1 & 0 0 \\ 0 & 0 & -3 & 3 0 \end{bmatrix}$                                                                                                     | 0.25         |
|                           | $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = 1 \\ -2x_2 + x_3 = 0 \\ -3x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -7x_2 + 1 \\ x_3 = 2x_2 \\ x_4 = 2x_2 \end{cases}$                      | 0.5          |
|                           | Nghiệm của hệ $(-7x_2 + 1; x_2; 2x_2; 2x_2), x_2 \in \mathbb{R}$                                                                                                                                         |              |
| <b>III</b><br><b>1.5đ</b> | 1 $\begin{cases} u = \ln 3x \\ dv = \frac{1}{x^2} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = -\frac{1}{x} \end{cases}$                                                          | 0.25<br>0.25 |
|                           | $\int_1^{+\infty} \frac{\ln 3x}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \ln 3x \Big _1^{+\infty} + \int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$                                                                                     | 0.25         |

|                          |                                                                                                                                   |      |
|--------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|                          | $= -\frac{1}{x} \ln 3x \Big _1^{+\infty} - \frac{1}{x} \Big _1^{+\infty}$                                                         | 0.25 |
|                          | $= -\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{1}{x} \ln 3x \right) - \left( \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} - 1 \right)$ | 0.25 |
|                          | $= 1$ (tính đúng giới hạn)                                                                                                        | 0.25 |
| <b>IV</b><br><b>3.0đ</b> | 1 $f'_y = 4xy + 4x; f'_x = 2y^2 + 4y + 2x$                                                                                        | 0.5  |
|                          | Hàm số có các điểm dừng: $(0;0), (0;-2), (1;-1)$                                                                                  | 0.5  |
|                          | $f''_{yy} = 4x; f''_{xy} = 4y + 4; f''_{xx} = 2$                                                                                  | 0.5  |
|                          | +) Tại $(0;0)$ $AC - B^2 = 2 \cdot 0 - 4^2 = -16 < 0$ Hs ko đạt ct                                                                |      |
|                          | +) Tại $(0;-2)$ ta có $A = 2; B = -4; C = 0$                                                                                      |      |
|                          | $\Rightarrow AC - B^2 = -16 < 0$ . Hàm số ko đạt cực trị                                                                          | 0.25 |
|                          | +) Tại $(1;-1)$ ta có $A = 2; B = 0; C = 4$                                                                                       |      |
|                          | $\Rightarrow AC - B^2 = 8 > 0$ . Hàm số đạt cực tiểu tại $(-1;1)$                                                                 | 0.25 |
| 2                        | $g'_x = y^2 e^{xy}; g'_y = (1 + xy)e^{xy}$                                                                                        | 0.5  |
|                          | $g'_x(0;1) = 1; g'_y(1;0) = 1$                                                                                                    | 0.25 |
|                          | $dg(1;0) = 1 \cdot dx + 1 \cdot dy$                                                                                               | 0.25 |
| <b>V</b><br><b>2.0đ</b>  | Đặt $y = uv \Rightarrow y' = u'v + uv'$                                                                                           |      |
|                          | $u'v + u \left( v' - \frac{2}{x}v \right) = \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}$                                                             | 0.25 |
|                          | Chọn $v \neq 0$ s/c: $v' - \frac{2}{x}v = 0$                                                                                      | 0.25 |
|                          | $\Leftrightarrow \frac{dv}{v} = \frac{2}{x} dx$                                                                                   | 0.25 |
|                          | $\Rightarrow \ln v  = 2 \ln x  + C$                                                                                               | 0.25 |
|                          | Chọn $v = x^2$                                                                                                                    | 0.25 |
|                          | Khi đó $u = \int \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx = \arcsin \frac{x}{2} + C$                                                             | 0.5  |
|                          | NTQ: $y = \left( \arcsin \frac{x}{2} + C \right) x^2$                                                                             | 0.25 |

Cán bộ ra đề: Vũ Thị Thu Giang

Cán bộ soạn đáp án

Nguyễn Hà Thanh

Duyệt đáp án

Phan Quang Sáng

|                                                                               |                                                                                                |
|-------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN<br><b>BỘ MÔN TOÁN</b><br><b>Đáp án đề số 06 - 01</b> | ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC<br>HỌC PHẦN<br>Tên học phần: Toán cao cấp<br>(GV ra đề: Nguyễn Hữu Hải) |
|-------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|

**Ghi chú :** Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

| Câu                       | Đáp án vắn tắt                                                                                                                                                                                                                   | Điểm         |
|---------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| <b>I</b><br><b>2.5đ</b>   | 1 Phần tử ở cột 2 của $C$ là $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$                                                       | 0.5          |
|                           | Có $\det A = 8 \neq 0 \Rightarrow A$ khả nghịch                                                                                                                                                                                  | 0.25         |
|                           | Tìm được mt phụ hợp $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -4 \\ 2 & -5 & -4 \\ -4 & -2 & 0 \end{bmatrix}$                                                                                                                                | 1.0          |
|                           | 2 (Đúng mỗi 3 phần tử được 0.25đ, cvị được 0.25đ)<br>$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} A = \begin{bmatrix} 1/4 & -1/8 & -1/2 \\ 1/4 & -5/8 & -1/2 \\ -1/2 & -1/4 & 0 \end{bmatrix}$                                                    | 0.25         |
|                           | 3 $\det(D^2) = \det(D)^2 = 64 \neq 0 \rightarrow D^2$ khả nghịch                                                                                                                                                                 | 0.5          |
| <b>II</b><br><b>1.0đ</b>  | $A^{bs} = \left( \begin{array}{ccc c} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & -2 & 3 & -5 \\ 0 & -2 & m & -3 \end{array} \right) \rightarrow \left( \begin{array}{ccc c} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & -4 & -1 & -11 \\ 0 & -2 & m & -3 \end{array} \right)$ | 0.25<br>0.25 |
|                           | $\rightarrow \left( \begin{array}{ccc c} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & -4 & -1 & -11 \\ 0 & 0 & -2m-1 & -5 \end{array} \right)$                                                                                                           | 0.25         |
|                           | Hệ có nghiệm khi và chỉ khi $-2m-1 \neq 0 \leftrightarrow m \neq -1/2$                                                                                                                                                           | 0.25         |
| <b>III</b><br><b>1.5đ</b> | 1 $I = \int_1^{+\infty} \frac{16}{x^2+3} dx = \frac{16}{\sqrt{3}} \arctan \frac{x}{\sqrt{3}} \Big _1^{+\infty} =$                                                                                                                | 0.5          |
|                           | $\frac{16}{\sqrt{3}} \left( \lim_{x \rightarrow +\infty} \arctan \frac{x}{\sqrt{3}} - \arctan \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = \frac{16}{\sqrt{3}} \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} \right) = \frac{16\pi}{3\sqrt{3}}$           | 0.25         |
|                           |                                                                                                                                                                                                                                  | 0.25         |

|                          |   |                                                                                                                                                                                                                                                             |              |
|--------------------------|---|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
|                          | 2 | $S = \frac{16\pi}{3\sqrt{3}}$                                                                                                                                                                                                                               | 0.5          |
| <b>IV</b><br><b>3.0đ</b> | 1 | $z'_x = \frac{-5y^2}{(x-y)^2} + \frac{3}{x^2y} \quad z''_{xy} = \frac{-10xy}{(x-y)^3} - \frac{3}{x^2y^2}$                                                                                                                                                   | 0.5x2        |
|                          |   | $f'_x = 24x^2 - 6 \rightarrow f''_{xx} = 48x$<br>$f'_y = \frac{-y}{8} + \frac{3}{4} \rightarrow f''_{yy} = \frac{-1}{8}; f''_{xy} = 0$                                                                                                                      | 0.25x<br>4   |
|                          |   | Điểm dừng là nghiệm của hệ<br>$\begin{cases} 24x^2 - 6 = 0 \\ \frac{-y}{8} + \frac{3}{4} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{1}{2} \\ y = 6 \end{cases}$ Hàm số có 2 điểm dừng                                                      | 0.5          |
|                          | 2 | $(\frac{1}{2}, 6); (-\frac{1}{2}, 6)$                                                                                                                                                                                                                       |              |
|                          |   | Tại $(\frac{1}{2}, 6), AC - B^2 = 24 \cdot (-\frac{1}{8}) - 0 < 0$<br>H/s không đạt cực trị tại $(\frac{1}{2}, 6)$<br>Tại $(-\frac{1}{2}, 6), AC - B^2 = -24 \cdot (-\frac{1}{8}) - 0 > 0$<br>H/s đạt cực đại tại $(-\frac{1}{2}, 6) f_{CD} = \frac{27}{4}$ | 0.25<br>0.25 |
| <b>V</b><br><b>2.0đ</b>  |   | Đặt $y = uv$ thì $y' = u'v + uv'$ , ta có pt:<br>$u'v + u \left( v' + \frac{3}{x}v \right) = \frac{2\sin(2x+1)}{x^3} (1)$                                                                                                                                   | 0.25<br>0.25 |
|                          |   | Chọn 1 h/s $v \neq 0$ s/c: $v' + \frac{3}{x}v = 0 \Leftrightarrow \frac{dv}{v} = -\frac{3}{x}dx$                                                                                                                                                            | 0.25         |
|                          |   | $\ln v  = -3\ln x  + C$ , chọn $v = \frac{1}{x^3}$                                                                                                                                                                                                          | 0.25         |
|                          |   | Từ (1) có: $u' = 2\sin(2x+1)$                                                                                                                                                                                                                               | 0.25         |
|                          |   | $u = \int 2\sin(2x+1)dx = -\cos(2x+1) + C$                                                                                                                                                                                                                  | 0.5          |
|                          |   | Ng TQ: $y = \frac{1}{x^3}(-\cos(2x+1) + C), C \text{ const}$                                                                                                                                                                                                | 0.25         |

**Cán bộ soạn đáp án**

Nguyễn Thị Bích Thủy

**Duyệt đáp án**

Đỗ Thị Huệ

|                                                                               |                                                                                                |
|-------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN<br><b>BỘ MÔN TOÁN</b><br><b>Đáp án đề số 06 - 02</b> | ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC<br>HỌC PHẦN<br>Tên học phần: Toán cao cấp<br>(GV ra đề: Nguyễn Hữu Hải) |
|-------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|

**Ghi chú :** Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

| Câu                       | Đáp án vắn tắt                                                                                                                                                                                                                    | Điểm         |
|---------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| <b>I</b><br><b>2.5đ</b>   | 1 Phần tử ở cột 3 của $C$ là $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$                                                       | 0.5          |
|                           | Có $\det A = -7 \neq 0 \Rightarrow A$ khả nghịch                                                                                                                                                                                  | 0.25         |
|                           | Tìm được mt phụ hợp $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 1 & 6 & 4 \\ 4 & 3 & 2 \end{bmatrix}$                                                                                                                                     | 1.0          |
|                           | (Đúng mỗi 3 phần tử được 0.25đ, cvj được 0.25đ)                                                                                                                                                                                   |              |
|                           | $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} A = \begin{bmatrix} -1/7 & 1/7 & 3/7 \\ -1/7 & -6/7 & -4/7 \\ -4/7 & -3/7 & -2/7 \end{bmatrix}$                                                                                                       | 0.25         |
| 3                         | $\det(E^3) = \det(E)^3 = 64 \neq 0 \rightarrow E^3$ khả nghịch                                                                                                                                                                    | 0.5          |
| <b>II</b><br><b>1.0đ</b>  | $A^{bs} = \left( \begin{array}{ccc c} 1 & 1 & -2 & 3 \\ 2 & -2 & -3 & -5 \\ 0 & -2 & m & -3 \end{array} \right) \rightarrow \left( \begin{array}{ccc c} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & -4 & 1 & -11 \\ 0 & -2 & m & -3 \end{array} \right)$ | 0.25<br>0.25 |
|                           | $\rightarrow \left( \begin{array}{ccc c} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & -4 & -1 & -11 \\ 0 & 0 & -2m+1 & -5 \end{array} \right)$                                                                                                            | 0.25         |
|                           | Hệ có nghiệm khi và chỉ khi $-2m+1 \neq 0 \leftrightarrow m \neq 1/2$                                                                                                                                                             | 0.25         |
| <b>III</b><br><b>1.5đ</b> | 1 $I = \int_1^{+\infty} \frac{12}{x^2+2} dx = \frac{12}{\sqrt{2}} \arctan \frac{x}{\sqrt{2}} \Big _1^{+\infty} =$                                                                                                                 | 0.5          |
|                           | $\frac{12}{\sqrt{2}} \left( \lim_{x \rightarrow +\infty} \arctan \frac{x}{\sqrt{2}} - \arctan \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{12}{\sqrt{2}} \left( \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$                         | 0.25<br>0.25 |

|                          |   |                                                                                                                                                                                                                                                    |              |
|--------------------------|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
|                          | 2 | $S = 6\sqrt{2} \left( \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$                                                                                                                                                                          | 0.5          |
| <b>IV</b><br><b>3.0đ</b> | 1 | $z'_y = \frac{-5x^2}{(x-y)^2} - \frac{5}{xy^2} \quad z''_{yx} = \frac{-10xy}{(y-x)^3} + \frac{5}{x^2y^2}$                                                                                                                                          | 0.5x2        |
|                          |   | $f'_x = -24x^2 + 6 \rightarrow f''_{xx} = -48x$<br>$f'_y = \frac{-y}{8} - \frac{3}{4} \rightarrow f''_{yy} = \frac{-1}{8}; f''_{xy} = 0$                                                                                                           | 0.25x<br>4   |
|                          |   | Điểm dừng là nghiệm của hệ<br>$\begin{cases} -24x^2 + 6 = 0 \\ \frac{-y}{8} - \frac{3}{4} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{1}{2} \\ y = -6 \end{cases}$                                                                 | 0.5          |
|                          | 2 | Hàm số có 2 điểm dừng<br>$(\frac{1}{2}, -6); (\frac{-1}{2}, -6)$                                                                                                                                                                                   |              |
|                          |   | Tại $(\frac{-1}{2}, -6), AC - B^2 = 24.(\frac{-1}{8}) - 0 < 0$<br>H/s không đạt cực trị tại $(\frac{1}{2}, 6)$<br>Tại $(\frac{1}{2}, -6), AC - B^2 = -24.(\frac{-1}{8}) - 0 > 0$<br>H/s đạt cực đại tại $(\frac{-1}{2}, -6) f_{CD} = \frac{19}{4}$ | 0.25<br>0.25 |
| <b>V</b><br><b>2.0đ</b>  |   | Đặt $y = uv$ thì $y' = u'v + uv'$ , ta có pt:<br>$u'v + u \left( v' - \frac{3}{x}v \right) = 3x^3 \sin(1-3x) (1)$                                                                                                                                  | 0.25<br>0.25 |
|                          |   | Chọn 1 h/s $v \neq 0$ s/c: $v' - \frac{3}{x}v = 0 \Leftrightarrow \frac{dv}{v} = \frac{3}{x} dx$                                                                                                                                                   | 0.25         |
|                          |   | $\ln  v  = 3 \ln  x  + C$ chọn $v = x^3$                                                                                                                                                                                                           | 0.25         |
|                          |   | Từ (1) có $u' = 3 \sin(1-3x)$                                                                                                                                                                                                                      | 0.25         |
|                          |   | $\rightarrow u = \int 3 \sin(1-3x) dx = \cos(1-3x) + C$                                                                                                                                                                                            | 0.5          |
|                          |   | Ng TQ: $y = x^3 (\cos(1-3x) + C), C \text{ const}$                                                                                                                                                                                                 | 0.25         |

**Cán bộ soạn đáp án** **Duyệt đáp án**

Nguyễn Thị Bích Thủy

Đỗ Thị Huệ



|                                         |                                                                                          |
|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN<br>BỘ MÔN TOÁN | ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC<br>HỌC PHẦN<br>Tên học phần: Toán cao cấp<br>Đáp án đề thi số: 02 |
|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|

(Ngày thi: 28/12/2018)

**Ghi chú :** Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

| Câu                 | Đáp án vắn tắt                                                                                                                                                                                                                                                                               | Điểm         |
|---------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| <b>I<br/>2.0đ</b>   | 1 Với $m=1 \Rightarrow A^t = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; BA^t = \begin{pmatrix} 8 & 0 & -2 \\ -4 & 5 & -1 \end{pmatrix}$                                                                                                                           | 0.25<br>0.25 |
|                     | Với $m=2 \Rightarrow \det(A) = -5 \neq 0$ nên A khả nghịch                                                                                                                                                                                                                                   | 0.25         |
|                     | 2 $A^* = \begin{bmatrix} -2 & -7 & -6 \\ -1 & -1 & -3 \\ 0 & -5 & -5 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 2/5 & 7/5 & 6/5 \\ 1/5 & 1/5 & 3/5 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$                                                                                                       | 1.0<br>+0.25 |
| <b>II<br/>1.5đ</b>  | $A^{bs} = \left[ \begin{array}{cccc c} 1 & 2 & 3 & -1 & 5 \\ 2 & 3 & -1 & 2 & 6 \\ -3 & -4 & 5 & -5 & -7 \end{array} \right] \xrightarrow{\substack{2h_1-h_2 \\ 3h_1+h_3}} \left[ \begin{array}{cccc c} 1 & 2 & 3 & -1 & 5 \\ 0 & 1 & 7 & -4 & 4 \\ 0 & 2 & 14 & -8 & 8 \end{array} \right]$ | 0.25<br>0.5  |
|                     | $\xrightarrow{2h_2-h_3} \left[ \begin{array}{cccc c} 1 & 2 & 3 & -1 & 5 \\ 0 & 1 & 7 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$                                                                                                                                                      | 0.25         |
|                     | Nghiệm hệ: $x=14z-7t-3; y=-7z+4t+4; z, t \in R$                                                                                                                                                                                                                                              | 0.5          |
| <b>III<br/>1.5đ</b> | $\int \frac{dx}{(3x+1)(x-1)} = \int \left( \frac{-3/4}{3x+1} + \frac{1/4}{x-1} \right) dx$                                                                                                                                                                                                   | 0.5          |
|                     | $= \frac{-1}{4} \ln 3x+1  + \frac{1}{4} \ln x-1  + C = \frac{1}{4} \ln \left  \frac{x-1}{3x+1} \right  + C$                                                                                                                                                                                  | 0.25         |
|                     | $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{3x^2-2x-1} = \frac{1}{4} \ln \left  \frac{x-1}{3x+1} \right  \Bigg _2^{+\infty}$                                                                                                                                                                                 | 0.25         |
|                     | $= \frac{1}{4} \left[ \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \left  \frac{1-1/x}{3+1/x} \right  - \ln \frac{1}{7} \right]$                                                                                                                                                                         | 0.25         |
|                     | $= \frac{1}{4} \left[ \ln \frac{1}{3} - \ln \frac{1}{7} \right] = \frac{1}{4} \ln \frac{7}{3}$                                                                                                                                                                                               | 0.25         |

|            |                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                  |            |            |   |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |
|------------|----------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|------------|---|---|------------|-------|----|----|----|-----|-------|----|----|----|
| IV<br>3.0đ | 1                                                              | $\frac{\partial z}{\partial x} = \sqrt{x^2 + y^2} + (x + 2y) \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$                                                                                                                                                                         | 0.25       |            |   |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |
|            |                                                                | $\frac{\partial z}{\partial y} = 2\sqrt{x^2 + y^2} + (x + 2y) \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$                                                                                                                                                                        | 0.25       |            |   |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |
|            |                                                                | $\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = -\sqrt{x^2 + y^2} + \frac{x^2 + xy - 2y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{xy - 3y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$                                                                                              | 0.5        |            |   |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |
|            | 2                                                              | $f'_x = 12x^2 + 18y - 3; f'_y = 36y + 18x$<br>$f''_{xx} = 24x; f''_{xy} = 18; f''_{yy} = 36;$                                                                                                                                                                    | 0.5<br>0.5 |            |   |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |
|            |                                                                | Các điểm dừng $M_1\left(1; -\frac{1}{2}\right); M_2\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{8}\right)$                                                                                                                                                                       |            | 0.5        |   |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |
|            |                                                                | <table><tr><td>Điểm</td><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td><math>AC - B^2</math></td></tr><tr><td><math>M_1</math></td><td>24</td><td>18</td><td>36</td><td>540</td></tr><tr><td><math>M_2</math></td><td>-6</td><td>18</td><td>36</td><td>-540</td></tr></table> | Điểm       | A          | B | C | $AC - B^2$ | $M_1$ | 24 | 18 | 36 | 540 | $M_2$ | -6 | 18 | 36 |
| Điểm       | A                                                              | B                                                                                                                                                                                                                                                                | C          | $AC - B^2$ |   |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |
| $M_1$      | 24                                                             | 18                                                                                                                                                                                                                                                               | 36         | 540        |   |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |
| $M_2$      | -6                                                             | 18                                                                                                                                                                                                                                                               | 36         | -540       |   |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |
|            | Hàm số có 1 điểm cực tiểu là $M_1\left(1; -\frac{1}{2}\right)$ |                                                                                                                                                                                                                                                                  |            |            |   |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |
| V<br>2.0đ  |                                                                | Đặt $y = uv \Rightarrow y' = u'v + uv'$<br>PT trở thành $u'v + u\left(v' + \frac{5}{50 - t}v\right) = 2$                                                                                                                                                         | 0.25       |            |   |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |
|            |                                                                | Chọn $v \neq 0$ sao cho $v' + \frac{5}{50 - t}v = 0$                                                                                                                                                                                                             | 0.25       |            |   |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |
|            |                                                                | $\Leftrightarrow \frac{dv}{v} = -\frac{5}{50 - t}dt \Leftrightarrow \ln v  = 5\ln 50 - t  + C$                                                                                                                                                                   | 0.25*<br>2 |            |   |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |
|            |                                                                | Chọn $v = (50 - t)^5$                                                                                                                                                                                                                                            | 0.25       |            |   |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |
|            |                                                                | $u' = \frac{2}{(50 - t)^5} \Leftrightarrow u = \frac{1}{2} \frac{1}{(50 - t)^4} + C$                                                                                                                                                                             | 0.5        |            |   |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |
|            |                                                                | Nghiệm TQ: $y = uv = (50 - t)^5 \left[ \frac{1}{2} \frac{1}{(50 - t)^4} + C \right]$                                                                                                                                                                             | 0.25       |            |   |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |

Cán bộ ra đề: Phan Quang Sáng  
Cán bộ soạn đáp án  
Nguyễn Thủy Hằng

Duyệt đáp án  
Nguyễn Hà Thanh

|                                         |                                                                                                            |
|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN<br>BỘ MÔN TOÁN | <b>ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN</b><br><b>Tên học phần: Toán cao cấp</b><br><b>Đáp án đề thi số: 03</b> |
|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

(Ngày thi: 28/12/2018)

**Ghi chú :** Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

| Câu                       | Đáp án vắn tắt                                                                                                                                                                                                                                                                    | Điểm         |
|---------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| <b>I</b><br><b>2.0đ</b>   | 1 Với $m=1 \Rightarrow A^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}; BA^t = \begin{pmatrix} -12 & -8 & 7 \\ 7 & 1 & 2 \end{pmatrix}$                                                                                                               | 0.25<br>0.25 |
|                           | Với $m=-1 \Rightarrow \det(A)=18 \neq 0$ nên A khả nghịch                                                                                                                                                                                                                         | 0.25         |
|                           | 2 $A^* = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 8 \\ -3 & -7 & -2 \\ 3 & -5 & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 1/6 & 1/18 & 4/9 \\ -1/6 & -7/18 & -1/9 \\ 1/6 & -5/18 & -2/9 \end{bmatrix}$                                                                                 | 1.0<br>0.25  |
| <b>II</b><br><b>1.5đ</b>  | $A^{bs} = \left[ \begin{array}{cccc c} 1 & -2 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & -3 & -1 & -2 & 4 \\ -3 & 4 & 5 & 5 & 11 \end{array} \right] \xrightarrow[3h_1+h_3]{2h_1-h_2} \left[ \begin{array}{cccc c} 1 & -2 & 3 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 7 & 4 & 10 \\ 0 & -2 & 14 & 8 & 20 \end{array} \right]$ | 0.25<br>0.5  |
|                           | $\xrightarrow{2h_2-h_3} \left[ \begin{array}{cccc c} 1 & -2 & 3 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 7 & 4 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$                                                                                                                                          | 0.25         |
|                           | Nghiệm hệ: $x=11z+7t-17; y=7z+4t-10; z, t \in R$                                                                                                                                                                                                                                  | 0.5          |
| <b>III</b><br><b>1.5đ</b> | $\int \frac{dx}{(4x+1)(x-1)} = \int \left( \frac{-4/5}{4x+1} + \frac{1/5}{x-1} \right) dx$                                                                                                                                                                                        | 0.5          |
|                           | $= \frac{-1}{5} \ln 4x+1  + \frac{1}{5} \ln x-1  + C = \frac{1}{5} \ln \left  \frac{x-1}{4x+1} \right  + C$                                                                                                                                                                       | 0.25         |
|                           | $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{4x^2-3x-1} = \frac{1}{5} \ln \left  \frac{x-1}{4x+1} \right  \Big _2^{+\infty}$                                                                                                                                                                       | 0.25         |
|                           | $= \frac{1}{5} \left[ \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \left  \frac{1-1/x}{4+1/x} \right  - \ln \frac{1}{9} \right]$                                                                                                                                                              | 0.25         |
|                           | $= \frac{1}{5} \left[ \ln \frac{1}{4} - \ln \frac{1}{9} \right] = \frac{1}{5} \ln \frac{9}{4}$                                                                                                                                                                                    | 0.25         |

|            |                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                  |            |    |            |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |      |     |
|------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|----|------------|---|------------|-------|----|----|----|-----|-------|----|----|----|------|-----|
| IV<br>3.0đ | 1                                                                                                        | $\frac{\partial z}{\partial x} = 2\sqrt{x^2 + y^2} + (2x + y) \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$                                                                                                                                                                        | 0.25       |    |            |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |      |     |
|            |                                                                                                          | $\frac{\partial z}{\partial y} = \sqrt{x^2 + y^2} + (2x + y) \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$                                                                                                                                                                         | 0.25       |    |            |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |      |     |
|            |                                                                                                          | $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 3\sqrt{x^2 + y^2} + \frac{2x^2 + 3xy + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{5x^2 + 3xy + 4y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$                                                                                     | 0.5        |    |            |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |      |     |
|            |                                                                                                          | $f'_x = 36x + 18; f'_y = 12y^2 + 18x - 3$<br>$f''_{xx} = 36; f''_{xy} = 18; f''_{yy} = 24y;$                                                                                                                                                                     | 0.5<br>0.5 |    |            |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |      |     |
|            |                                                                                                          | Các điểm dừng $M_1\left(-\frac{1}{2}; 1\right); M_2\left(\frac{1}{8}; -\frac{1}{4}\right)$                                                                                                                                                                       | 0.5        |    |            |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |      |     |
| V<br>2.0đ  | 2                                                                                                        | <table><tr><td>Điểm</td><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td><math>AC - B^2</math></td></tr><tr><td><math>M_1</math></td><td>36</td><td>18</td><td>24</td><td>540</td></tr><tr><td><math>M_2</math></td><td>36</td><td>18</td><td>-6</td><td>-540</td></tr></table> | Điểm       | A  | B          | C | $AC - B^2$ | $M_1$ | 36 | 18 | 24 | 540 | $M_2$ | 36 | 18 | -6 | -540 | 0.5 |
|            | Điểm                                                                                                     | A                                                                                                                                                                                                                                                                | B          | C  | $AC - B^2$ |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |      |     |
|            | $M_1$                                                                                                    | 36                                                                                                                                                                                                                                                               | 18         | 24 | 540        |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |      |     |
|            | $M_2$                                                                                                    | 36                                                                                                                                                                                                                                                               | 18         | -6 | -540       |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |      |     |
|            | Hàm số có 1 điểm cực tiểu là $M_1\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                  |            |    |            |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |      |     |
|            |                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                  |            |    |            |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |      |     |
|            | Đặt $y = uv \Rightarrow y' = u'v + uv'$<br>PT trở thành $u'v + u\left(v' + \frac{4}{40 - t}v\right) = 2$ | 0.25                                                                                                                                                                                                                                                             |            |    |            |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |      |     |
|            | Chọn $v \neq 0$ sao cho $v' + \frac{4}{40 - t}v = 0$                                                     | 0.25                                                                                                                                                                                                                                                             |            |    |            |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |      |     |
|            | $\Leftrightarrow \frac{dv}{v} = -\frac{4}{40 - t}dt \Leftrightarrow \ln v  = 4\ln 40 - t  + C$           | 0.25*<br>2                                                                                                                                                                                                                                                       |            |    |            |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |      |     |
|            | Chọn $v = (40 - t)^4$                                                                                    | 0.25                                                                                                                                                                                                                                                             |            |    |            |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |      |     |
|            | $u' = \frac{2}{(40 - t)^4} \Leftrightarrow u = \frac{2}{3} \frac{1}{(40 - t)^3} + C$                     | 0.5                                                                                                                                                                                                                                                              |            |    |            |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |      |     |
|            | Nghiệm TQ: $y = uv = (40 - t)^4 \left[ \frac{2}{3} \frac{1}{(40 - t)^3} + C \right]$                     | 0.25                                                                                                                                                                                                                                                             |            |    |            |   |            |       |    |    |    |     |       |    |    |    |      |     |

Cán bộ ra đề: Phan Quang Sáng  
Cán bộ soạn đáp án  
Nguyễn Thủy Hằng

Duyệt đáp án  
Nguyễn Hà Thanh

|                                |                                        |
|--------------------------------|----------------------------------------|
| <b>KHOA CNTT – BỘ MÔN TOÁN</b> | <b>ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN</b> |
| <b>Đề thi số: 02</b>           | <b>Tên học phần: Toán cao cấp</b>      |
| Ngày thi: 05/01/2019           | Thời gian làm bài: 75 phút             |

GV ra đề: Nguyễn Thị Bích Thủy; ĐA: Phan Quang Sáng;

Duyệt đề và ĐA: Nguyễn Hà Thanh

**Ghi chú :** Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

| Câu                        | Đáp án vắn tắt                                                                                                                                                                | Điểm       |
|----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>I</b><br><b>1.25 đ</b>  | Khai triển ĐT theo cột 1 ta được                                                                                                                                              | 0.25       |
|                            | $\det(A) = 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$                |            |
|                            | $\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = -13, \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 1$                           | 0.75       |
|                            | <b>(Chỉ tính đúng 1 trong 2 Định thức cho 0.5 đ)</b><br>Từ đó $\det(A) = -13 + 2 \times 1 = -11$                                                                              | 0.25       |
| <b>II</b><br><b>2.25 đ</b> | <b>1</b><br>$\begin{bmatrix} 2m+7 \\ m+5 \\ -2m+12 \end{bmatrix}$                                                                                                             | 0.25<br>x3 |
|                            | <b>2</b><br>$\det(A) = -15 \neq 0$ nên A khả nghịch, nên $X = A^{-1}B$                                                                                                        | 0.25       |
|                            | Ma trận phụ hợp $A^* = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -3 \\ 5 & -10 & 0 \\ -3 & -3 & 3 \end{pmatrix}$                                                                              | 0.5        |
|                            | $X = \frac{1}{\det(A)} A^* B = \frac{-1}{15} \begin{pmatrix} -2 & -2 & -3 \\ 5 & -10 & 0 \\ -3 & -3 & 3 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ | 0.25       |

|                            |                                                              |                                                                                                                                                                                                                              |      |
|----------------------------|--------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|                            |                                                              | $= \frac{-1}{15} \begin{bmatrix} 1 & -13 \\ 5 & 10 \\ -6 & -12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/15 & 13/15 \\ -1/3 & -2/3 \\ 2/5 & 4/5 \end{bmatrix}$                                                                      | 0.5  |
| <b>2</b>                   | <b>Cách 2:</b> Lập luận X phải là ma trận cấp $3 \times 2$ : | $X = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \\ z_1 & z_2 \end{bmatrix}$                                                                                                                                                      | 0.25 |
|                            | Các phần tử của X th/m các Hpt ( Bấm máy tính)               | $\begin{cases} 2x_1 - y_1 + 2z_1 = 1 \\ x_1 + y_1 + z_1 = 0 \\ 3x_1 - 2z_1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1/15 \\ y_1 = -1/3 \\ z_1 = 2/5 \end{cases}$                                                | 0.5  |
|                            |                                                              | $\begin{cases} 2x_2 - y_2 + 2z_2 = 4 \\ x_2 + y_2 + z_2 = 1 \\ 3x_2 - 2z_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 13/15 \\ y_2 = -2/3 \\ z_2 = 4/5 \end{cases}$                                                 | 0.5  |
|                            |                                                              | $X = \begin{bmatrix} -1/15 & 13/15 \\ -1/3 & -2/3 \\ 2/5 & 4/5 \end{bmatrix}$                                                                                                                                                | 0.25 |
| <b>III</b><br><b>2.0 đ</b> | <b>1</b>                                                     | $F(x) = \int f(x)dx = \int (x+1) \ln x dx$                                                                                                                                                                                   | 0.25 |
|                            |                                                              | Sử dụng Tp từng phần:                                                                                                                                                                                                        |      |
|                            |                                                              | Đặt $u = \ln x, v' = x+1 \Rightarrow u' = \frac{1}{x}, v = \frac{1}{2}x^2 + x$                                                                                                                                               | 0.25 |
|                            |                                                              | $F(x) = (\frac{1}{2}x^2 + x) \ln x - \int \frac{1}{x} (\frac{1}{2}x^2 + x) dx$<br>$= (\frac{1}{2}x^2 + x) \ln x - \int (\frac{1}{2}x + 1) dx$<br>$= (\frac{1}{2}x^2 + x) \ln x - (\frac{1}{4}x^2 + x) + C, C \in \mathbb{R}$ | 0.25 |

|                |   |                                                                                                                                                       |      |
|----------------|---|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|                | 2 | $I = \int_1^{+\infty} (x+1)^{-3} dx = -\frac{1}{2(x+1)^2} \Big _1^{+\infty}$                                                                          | 0.5  |
|                |   | $= \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{1}{2(x+1)^2} + \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$                                                                      | 0.25 |
|                |   | Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{1}{2(x+1)^2} = 0$                                                                                             | 0.25 |
| IV<br>2.5<br>đ | 1 | $f'_x = 6x^2 + 6x - 12; f'_y = 4y^3 + 4$                                                                                                              | 0.5  |
|                |   | $f'_x(-1; 2) = -12; f'_y(-1; 2) = 36$                                                                                                                 | 0.25 |
|                |   | $df(-1; 2) = -12dx + 36dy$                                                                                                                            | 0.25 |
|                | 2 | Hệ $f'_x = 0; f'_y = 0 \Leftrightarrow (x=1; y=-1); (x=-2; y=-1)$                                                                                     | 0.5  |
|                |   | $A = f''_{xx} = 12x + 6; B = f''_{xy} = 0; C = f''_{yy} = 12y^2$                                                                                      | 0.5  |
|                |   | Tại $(1; -1)$<br>$A = 18 > 0, B = 0, C = 12 \Rightarrow AC - B^2 = 216 > 0$ nên<br>h/s đạt cực tiểu tại điểm này.<br>Giá trị cực tiểu $f(1, -1) = -9$ | 0.25 |
|                |   | Tại $(-2, -1)$ :<br>$A = -18, B = 0, C = 12 \Rightarrow AC - B^2 = -216 < 0$ nên<br>h/s không đạt cực trị tại điểm này.                               | 0.25 |
|                |   |                                                                                                                                                       |      |
| V<br>2.0<br>đ  |   | Đặt $y = u(x).v(x), y' = u'v + uv'$<br>$pt \Leftrightarrow u'v + u(v' - 3v) = VP$                                                                     | 0.25 |
|                |   | Chọn $v \neq 0$ sao cho $v' - 3v = 0$                                                                                                                 | 0.25 |
|                |   | $\Leftrightarrow \frac{dv}{v} = 3dx \Leftrightarrow \int \frac{dv}{v} = \int 3dx$                                                                     | 0.25 |
|                |   | $\Leftrightarrow \ln v  = 3x + C$ . Chọn $C = 0, v = e^{3x}$                                                                                          | 0.5  |
|                |   | $u' = \frac{1}{x^2 - 4} \Leftrightarrow u = \int \frac{1}{x^2 - 4} dx = \frac{1}{4} \ln \left  \frac{x-2}{x+2} \right  + C$                           | 0.25 |
|                |   | Nghiệm TQ: $y = \left( \frac{1}{4} \ln \left  \frac{x-2}{x+2} \right  + C \right) e^{3x}, C \in \mathbb{R}$                                           | 0.25 |

|                                                                                |                                                                                                           |
|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>KHOA CNTT – BỘ MÔN TOÁN</b><br><b>Đề thi số: 03</b><br>Ngày thi: 05/01/2019 | <b>ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN</b><br><b>Tên học phần: Toán cao cấp</b><br>Thời gian làm bài: 75 phút |
|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|

GV ra đề: Nguyễn Thị Bích Thủy; ĐA: Phan Quang Sáng;

Duyệt đề và ĐA: Nguyễn Hà Thanh

**Ghi chú :** Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

| Câu                        | Đáp án vắn tắt                                                                                                                                                                                    | Điểm       |
|----------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>I</b><br><b>1.25 đ</b>  | Khai triển ĐT theo hàng 1 ta được<br>$\det(A) = 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -3 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ | 0.25       |
|                            | $\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = -13, \quad \begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -3 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 3$                                         | 0.75       |
|                            | <b>(Chỉ tính đúng 1 trong 2 Định thức cho 0.5 đ)</b><br>Từ đó $\det(A) = -13 - 3 = -16$                                                                                                           | 0.25       |
| <b>II</b><br><b>2.25 đ</b> | <b>1</b> $[m-1 \quad 1 \quad 2m+5]$                                                                                                                                                               | 0.25<br>x3 |
|                            | $\det(A) = -2 \neq 0$ nên A khả nghịch, $X = BA^{-1}$                                                                                                                                             | 0.25       |
|                            | <b>2</b> Ma trận phụ hợp $A^* = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -4 \\ 5 & 3 & -9 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$                                                                                            | 0.5        |
|                            | $X = B \cdot \frac{1}{\det(A)} A^* = \frac{-1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & -4 \\ 5 & 3 & -9 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$     | 0.25       |
|                            | $= \frac{-1}{2} \begin{bmatrix} 5 & 5 & -9 \\ 12 & 8 & -22 \\ -6 & -4 & 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5/2 & -5/2 & 9/2 \\ -6 & -4 & 11 \end{bmatrix}$                                       | 0.5        |

|                            |                                                                                                                                                                                                                                 |      |
|----------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| <b>2</b>                   | <b>Cách 2:</b> Lập luận X phải là ma trận cấp $2 \times 3$ :<br>$X = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{bmatrix}$                                                                                          | 0.25 |
|                            | Các phần tử của X th/m các Hpt ( Bấm máy tính)<br>$\begin{cases} 3x_1 - 2y_1 + z_1 = 2 \\ -x_1 + y_1 = 0 \\ 3x_1 + y_1 + 2z_1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -5/2 \\ y_1 = -5/2 \\ z_1 = 9/2 \end{cases}$ | 0.5  |
|                            | $\begin{cases} 3x_2 - 2y_2 + z_2 = 1 \\ -x_2 + y_2 = 2 \\ 3x_2 + y_2 + 2z_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = -6 \\ y_2 = -4 \\ z_2 = 11 \end{cases}$                                                         | 0.5  |
|                            | $X = \begin{bmatrix} -5/2 & -5/2 & 9/2 \\ -6 & -4 & 11 \end{bmatrix}$                                                                                                                                                           | 0.25 |
| <b>III</b><br><b>2.0 đ</b> | <b>1</b> $F(x) = \int f(x)dx = \int (x+4) \ln x \, dx$                                                                                                                                                                          | 0.25 |
|                            | Sử dụng Tp từng phần:<br>Đặt $u = \ln x, v' = x+4 \Rightarrow u' = \frac{1}{x}, v = \frac{1}{2}x^2 + 4x$                                                                                                                        | 0.25 |
|                            | $F(x) = \left(\frac{1}{2}x^2 + 4x\right) \ln x - \int \frac{1}{x} \left(\frac{1}{2}x^2 + 4x\right) dx$                                                                                                                          | 0.25 |
|                            | $= \left(\frac{1}{2}x^2 + 4x\right) \ln x - \int \left(\frac{1}{2}x + 4\right) dx$                                                                                                                                              |      |
|                            | $= \left(\frac{1}{2}x^2 + 4x\right) \ln x - \left(\frac{1}{4}x^2 + 4x\right) + C, C \in \mathbb{R}$                                                                                                                             | 0.25 |
|                            | <b>2</b> $I = \int_0^{+\infty} (x+2)^{-4} dx = -\frac{1}{3(x+2)^3} \Big _0^{+\infty}$                                                                                                                                           | 0.5  |
|                            | $= \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{1}{3(x+2)^3} + \frac{1}{24} = \frac{1}{24}$                                                                                                                                              | 0.25 |
|                            | Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{1}{3(x+2)^3} = 0$                                                                                                                                                                       | 0.25 |
| <b>1</b>                   | $f'_x = 4x^3 - 4; f'_y = 6y^2 + 6y - 12$                                                                                                                                                                                        | 0.5  |

|                                     |          |                                                                                                                                                   |      |
|-------------------------------------|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| <b>IV</b><br><b>2.5</b><br><b>đ</b> |          | $f'_x(0;2) = -4; f'_y(0;2) = 24$                                                                                                                  | 0.25 |
|                                     |          | $df(0;2) = -4dx + 24dy$                                                                                                                           | 0.25 |
|                                     | <b>2</b> | Hệ $f'_x = 0; f'_y = 0 \Leftrightarrow (x=1; y=1); (x=1; y=-2)$                                                                                   | 0.5  |
|                                     |          | $A = f''_{xx} = 12x^2; B = f''_{xy} = 0; C = f''_{yy} = 12y + 6$                                                                                  | 0.5  |
|                                     |          | Tại $(1;1)$<br>$A = 12 > 0, B = 0, C = 18 \Rightarrow AC - B^2 = 216 > 0$ nên<br>h/s đạt cực tiểu tại điểm này.<br>Giá trị cực tiểu $f(1;1) = -5$ | 0.25 |
|                                     |          | Tại $(1,-2)$ :<br>$A = 12, B = 0, C = -18 \Rightarrow AC - B^2 = -216 < 0$ nên<br>h/s không đạt cực trị tại điểm này.                             | 0.25 |
| <b>V</b><br><b>2.0</b><br><b>đ</b>  |          | Đặt $y = u(x).v(x), y' = u'v + uv'$<br>$pt \Leftrightarrow u'v + u(v' - 3v) = VP$                                                                 | 0.25 |
|                                     |          | Chọn $v \neq 0$ sao cho $v' - 2v = 0$                                                                                                             | 0.25 |
|                                     |          | $\Leftrightarrow \frac{dv}{v} = 2dx \Leftrightarrow \int \frac{dv}{v} = \int 2dx$                                                                 | 0.25 |
|                                     |          | $\Leftrightarrow \ln v  = 2x + C$ . Chọn $C = 0, v = e^{2x}$                                                                                      | 0.5  |
|                                     |          | $u' = \frac{1}{x^2 + 5} \Leftrightarrow u = \int \frac{1}{x^2 + 5} dx = \frac{1}{\sqrt{5}} \arctan \frac{x}{\sqrt{5}} + C$                        | 0.25 |
|                                     |          | Nghiệm TQ: $y = \left( \frac{1}{\sqrt{5}} \arctan \frac{x}{\sqrt{5}} + C \right) e^{2x}, C \in \mathbb{R}$                                        | 0.25 |

|                                         |                                                                                      |
|-----------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN<br>BỘ MÔN TOÁN | ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC<br>HỌC PHẦN<br>Tên học phần: Toán cao cấp<br>Đáp án đề thi 04 |
|-----------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|

(Ngày thi 05/01/2019)

**Ghi chú :** Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

| Câu                      | Đáp án vắn tắt                                                                                                                                                                                                          | Điểm                 |
|--------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|
| <b>I</b><br><b>2.0đ</b>  | $\det A = 15 \neq 0 \Rightarrow A \text{ KN}$                                                                                                                                                                           | 0.25                 |
|                          | $\tilde{A} = \begin{bmatrix} 16 & -7 & -10 \\ 2 & 1 & -5 \\ -5 & 5 & 5 \end{bmatrix}$                                                                                                                                   | 0.25x4               |
|                          | $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \tilde{A} = \begin{bmatrix} 16/15 & -7/15 & -2/3 \\ 2/15 & 1/15 & -1/3 \\ -1/3 & 1/3 & 1/3 \end{bmatrix}$                                                                                    | 0.25                 |
|                          | $AX = B \Leftrightarrow X = A^{-1}B$                                                                                                                                                                                    | 0.25                 |
| <b>II</b><br><b>1.5đ</b> | $= \begin{bmatrix} 16/15 & 7/15 & 2/5 \\ 2/15 & -1/15 & -1/5 \\ -1/3 & -1/3 & 0 \end{bmatrix}$                                                                                                                          | 0.25                 |
|                          | $\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & -3 & 4 \\ 1 & -1 & 0 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & -1 & 0 & 5 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & -3 & 3 & -6 & 3 \end{bmatrix}$ | 0.25<br>0.25<br>0.25 |
|                          | $\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$                                                                                                                                  | 0.25                 |
|                          | Hệ có vô số nghiệm y, z lấy giá trị tùy ý                                                                                                                                                                               |                      |
| <b>II</b><br><b>1.5đ</b> | $f'(x) = \sqrt{x} \Rightarrow$                                                                                                                                                                                          | 0.25                 |
|                          | $l_1 = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx = \int_a^b \sqrt{1+x} dx = 10$                                                                                                                                                  | 0.25                 |
|                          | $g'(x) = \sqrt{4x+3} \Rightarrow$                                                                                                                                                                                       | 0.5                  |
|                          | $l_2 = \int_a^b \sqrt{1 + [g'(x)]^2} dx = \int_a^b \sqrt{4+4x} dx$                                                                                                                                                      | 0.25                 |

|             |   |                                                                                                                                                                                                                                      |               |
|-------------|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
|             |   | $= 2 \int_a^b \sqrt{1+x} dx = 20$                                                                                                                                                                                                    | 0.25          |
| III<br>3.0đ | 1 | $f'_x = (2x + yx^2)e^{xy}; f'_y = x^3e^{xy}$<br>$df(1; 0) = f'_x(1; 0)dx + f'_y(1; 0)dy = 2dx + dy$                                                                                                                                  | 0.5<br>0.25x2 |
|             | 2 | $f'_x = 3x^2 - 6x - 9; f'_y = 2y - 4$                                                                                                                                                                                                | 0.5           |
|             |   | $\begin{cases} f'_x = 0 \\ f'_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 3 = 0 \\ y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3; x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$<br>Hàm số có các điểm dừng (3; 2); (-1; 2) | 0.5           |
|             |   | $f''_{xx} = 6x - 6; f''_{xy} = 0; f''_{yy} = 2$                                                                                                                                                                                      | 0.5           |
|             |   | +) Tại (3; 2) $AC - B^2 = 12.2 - 0 > 0, A > 0$ hs đạt cực tiểu                                                                                                                                                                       | 0.25          |
|             |   | +) Tại (-1; 2) $AC - B^2 = -24 < 0$ . Hs ko đạt cực trị<br>KL: Hàm số đạt cực tiểu tại (3 ; 2)                                                                                                                                       | 0.25          |
| IV<br>2.0đ  |   | Đặt $y = u(x)v(x) \Rightarrow y' = u'v + uv'$<br>$pt \Leftrightarrow u'v + u(v' - \frac{v}{2x}) = \frac{\sqrt{x}}{1+x^2}$                                                                                                            | 0.25          |
|             |   | Chọn $v \neq 0$ sao cho $v' - \frac{v}{2x} = 0$                                                                                                                                                                                      | 0.25          |
|             |   | $\Leftrightarrow \frac{dv}{v} = \frac{dx}{2x}$                                                                                                                                                                                       | 0.25          |
|             |   | $\Leftrightarrow \int \frac{dv}{v} = \int \frac{dx}{2x} \Leftrightarrow \ln v  = \frac{1}{2} \ln x + c$                                                                                                                              | 0.25          |
|             |   | Chọn $c=0$ và $v = \sqrt{x}$                                                                                                                                                                                                         | 0.25          |
|             |   | Thay vào pt đc : $\Leftrightarrow u'\sqrt{x} = \frac{\sqrt{x}}{1+x^2}$<br>$\Leftrightarrow u' = \frac{1}{1+x^2}$                                                                                                                     | 0.25          |
|             |   | $\Leftrightarrow u = \int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + c$                                                                                                                                                                        | 0.25          |
|             |   | $y = uv = (\arctan x + c)\sqrt{x}$                                                                                                                                                                                                   | 0.25          |

Cán bộ ra đề: Thân Ngọc Thành

Cán bộ soạn đáp án

Đỗ Thị Huệ

Duyệt đáp án  
Phan Quang Sáng

|                                         |                                                                                          |
|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN<br>BỘ MÔN TOÁN | ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC<br>HỌC PHẦN<br>Tên học phần: Toán cao cấp<br>Đáp án đề thi số: 05 |
|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|

(Ngày thi 05/01/2019)

**Ghi chú :** Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

| Câu                      | Đáp án vắn tắt                                                                                                                                                                                                        | Điểm                 |
|--------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|
| <b>I</b><br><b>2.0đ</b>  | 1                                                                                                                                                                                                                     |                      |
|                          | $\det A = 3 \neq 0 \Rightarrow A \text{ KN}$                                                                                                                                                                          | 0.25                 |
|                          | $\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -12 & 5 & 2 \\ -3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$                                                                                                                                   | 0.25x4               |
|                          | $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 2/3 & -1/3 \\ -4 & 5/3 & 2/3 \\ -1 & 1/3 & 1/3 \end{bmatrix}$                                                                                              | 0.25                 |
| <b>II</b><br><b>1.5đ</b> | 2                                                                                                                                                                                                                     |                      |
|                          | $XA = B \Leftrightarrow X = BA^{-1}$                                                                                                                                                                                  | 0.25                 |
|                          | $= \begin{bmatrix} 0 & 2/3 & -1/3 \\ -4 & 5/3 & 2/3 \\ 1 & 1/3 & -2/3 \end{bmatrix}$                                                                                                                                  | 0.25                 |
|                          |                                                                                                                                                                                                                       |                      |
| <b>II</b><br><b>1.5đ</b> |                                                                                                                                                                                                                       |                      |
|                          | $\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -5 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & -7 & 7 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -2 & 4 & -4 \\ 0 & 3 & -3 & 6 & -6 \end{bmatrix}$ | 0.25<br>0.25<br>0.25 |
|                          | $\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -2 & 4 & -4 \end{bmatrix}$                                                                                                                                | 0.25                 |
| <b>II</b><br><b>1.5đ</b> |                                                                                                                                                                                                                       |                      |
|                          | Hệ có vô số nghiệm y, z lấy giá trị tùy ý                                                                                                                                                                             |                      |
|                          | $\begin{cases} x = -z + 7t + 7 \\ y = z - 2t - 2 \end{cases}$                                                                                                                                                         | 0.25<br>0.25         |
|                          |                                                                                                                                                                                                                       |                      |
| <b>II</b><br><b>1.5đ</b> | 1                                                                                                                                                                                                                     |                      |
|                          | $f'(x) = \sqrt{x} \Rightarrow$                                                                                                                                                                                        | 0.25                 |
|                          | $l_1 = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx = \int_a^b \sqrt{1+x} dx = 10$                                                                                                                                                | 0.25                 |
|                          | $g'(x) = \sqrt{16x+15} \Rightarrow$                                                                                                                                                                                   | 0.5                  |
| <b>II</b><br><b>1.5đ</b> |                                                                                                                                                                                                                       |                      |
|                          | $l_2 = \int_a^b \sqrt{1 + [g'(x)]^2} dx = \int_a^b \sqrt{16+16x} dx$                                                                                                                                                  | 0.25                 |

|                           |   |                                                                                                                                                                                                                                           |               |
|---------------------------|---|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
|                           |   | $= 4 \int_a^b \sqrt{1+x} dx = 4.10 = 40$                                                                                                                                                                                                  | 0.25          |
| <b>III</b><br><b>3.0đ</b> | 1 | $f'_x = y^4 e^{xy}; f'_y = (3y^2 + xy^3) e^{xy}$<br>$df(0; 1) = f'_x(0; 1)dx + f'_y(0; 1)dy = dx + 3dy$                                                                                                                                   | 0.5<br>0.25x2 |
|                           | 2 | $f'_x = 3x^2 + 4x - 7; f'_y = 2y + 2$                                                                                                                                                                                                     | 0.5           |
|                           |   | $\begin{cases} f'_x = 0 \\ f'_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 4x - 7 = 0 \\ 2y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -7/3; x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$<br>Hàm số có các điểm dừng (3; 2); (-1; 2) | 0.5           |
|                           |   | $f''_{xx} = 6x + 4; f''_{xy} = 0; f''_{yy} = 2$                                                                                                                                                                                           | 0.5           |
| <b>IV</b><br><b>2.0đ</b>  |   | +) Tại (1; -1) $AC - B^2 = 10.2 - 0 > 0, A > 0$ hs đạt cực tiểu                                                                                                                                                                           | 0.25          |
|                           |   | +) Tại (-7/3; -1) $AC - B^2 = -20 < 0$ . Hs ko đạt cực trị                                                                                                                                                                                | 0.25          |
|                           |   | KL: Hàm số đạt cực tiểu tại (1; -1)                                                                                                                                                                                                       | 0.25          |
|                           |   |                                                                                                                                                                                                                                           |               |
| <b>IV</b><br><b>2.0đ</b>  |   | Đặt $y = u(x)v(x) \Rightarrow y' = u'v + uv'$<br>pt $\Leftrightarrow u'v + u(v' + \frac{v}{2x}) = \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{1-x^2}}$                                                                                                         | 0.25          |
|                           |   | Chọn $v \neq 0$ sao cho $v' + \frac{v}{2x} = 0$                                                                                                                                                                                           | 0.25          |
|                           |   | $\Leftrightarrow \frac{dv}{v} = -\frac{dx}{2x}$                                                                                                                                                                                           | 0.25          |
|                           |   | $\Leftrightarrow \int \frac{dv}{v} = -\int \frac{dx}{2x} \Leftrightarrow \ln v  = -\frac{1}{2} \ln x + c$                                                                                                                                 | 0.25          |
| <b>IV</b><br><b>2.0đ</b>  |   | Chọn $c=0$ và $v = 1/\sqrt{x}$                                                                                                                                                                                                            | 0.25          |
|                           |   | Thay vào pt đc: $\Leftrightarrow \frac{u'}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{1-x^2}}$                                                                                                                                                    |               |
|                           |   | $\Leftrightarrow u' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$                                                                                                                                                                                             | 0.25          |
|                           |   | $\Leftrightarrow u = \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + c$                                                                                                                                                                      | 0.25          |
| <b>IV</b><br><b>2.0đ</b>  |   | $y = uv = (\arcsin x + c) / \sqrt{x}$                                                                                                                                                                                                     | 0.25          |
|                           |   |                                                                                                                                                                                                                                           |               |

Cán bộ ra đề: Thân Ngọc Thành

Cán bộ soạn đáp án

Đỗ Thị Huệ

Duyệt đáp án  
Phan Quang Sáng