

Đề số: **09**

Ngày thi: 05/06/2019

Tên Học phần: **Giải tích**

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: **Tự luận**

---

**Câu I (2.5 điểm)** Cho hàm số  $f(x) = e^{2x}$ .

- 1) (1.0 đ) Tính vi phân của hàm số  $f(x)$  tại  $x = 0$ .
- 2) (1.5 đ) Tìm đa thức Taylor bậc 3 của hàm số  $f(x)$  tại  $x = 0$ .

**Câu II (2.5 điểm)**

- 1) (1.25đ) Tính tích phân  $\int_0^1 \frac{e^{-x}}{2e^{-x} + 1} dx$ .
- 2) (1.25đ) Tính tích phân suy rộng  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 4x + 5} dx$ .

**Câu III (2.0 điểm)** Tìm tất cả các điểm cực trị (nếu có) của hàm số

$$f(x, y) = 8x^3 + \frac{1}{4}y^2 - 6x - 3y + 2019.$$

**Câu IV(2.0 điểm)** Giải phương trình vi phân tuyến tính sau:

$$y' - \frac{3}{x}y = x^2\sqrt{x} + x^2 - \frac{1}{x}.$$

**Câu V(1.0 điểm)** Tính tổng của chuỗi số

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2}{n+n^2}.$$

..... HẾT .....

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm

**+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề

Duyệt đề

Đề số: **10**

Ngày thi: 05/06/2019

Tên Học phần: **Giải tích**

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: **Tự luận**

---

**Câu I (2.5 điểm)** Cho hàm số  $f(x) = e^{3x}$ .

- 1) (1.0 đ) Tính vi phân của hàm số  $f(x)$  tại  $x = 0$ .
- 2) (1.5 đ) Tìm đa thức Taylor bậc 3 của hàm số  $f(x)$  tại  $x = 0$ .

**Câu II (2.5 điểm)**

- 1) (1.25đ) Tính tích phân  $\int_1^2 \frac{e^{-3x}}{e^{-3x} + 1} dx$ .
- 2) (1.25đ) Tính tích phân suy rộng  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2 - 6x + 10} dx$ .

**Câu III (2.0 điểm)** Tìm tất cả các điểm cực trị (nếu có) của hàm số

$$f(x, y) = -8x^3 + \frac{1}{4}y^2 + 6x + 3y + 2019$$

**Câu IV(2.0 điểm)** Giải phương trình vi phân tuyến tính sau:

$$y' - \frac{2}{x}y = x\sqrt{x} - 2x^2 + \frac{3}{x}.$$

**Câu V(1.0 điểm)** Tính tổng của chuỗi số

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{3}{n^2 - n}.$$

..... HẾT .....

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm

**+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề

Duyệt đề

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN Đề số: 09 Ngày thi: 05/06/2019	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Giải tích Đáp án 01
--	--

**Ghi chú :** Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
<b>I</b> 2.5đ	1 $f'(x) = 2e^{2x} \Rightarrow f'(0) = 2$ $df(0) = 2dx$	0.5 0.5
	$f(x) = e^{2x} \Rightarrow f(0) = 1$	0.25
	$f''(x) = 4e^{2x} \Rightarrow f''(0) = 4$	0.5
	$f'''(x) = 8e^{2x} \Rightarrow f'''(0) = 8$	0.5
	Đa thức Taylor bậc 3..... $P_3(x) = 1 + 2x + 2x^2 + \frac{4}{3}x^3$	0.25
<b>II</b> 2.5đ	1 $I = -\frac{1}{2} \int_0^1 \frac{d(2e^{-x} + 1)}{2e^{-x} + 1}$	0.5
	$= -\frac{1}{2} \ln(2e^{-x} + 1) \Big _0^1$	0.5
	$= -\frac{1}{2} \ln(2e^{-1} + 1) + \frac{1}{2} \ln 3 = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{2e^{-1} + 1}$	0.25
	2 $I = \int_0^{+\infty} \frac{1}{(x+2)^2 + 1} d(x+2)$	0.25
	$= \arctan(x+2) \Big _0^{+\infty}$	0.5
	$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \arctan(x+2) - \arctan 2 = \frac{\pi}{2} - \arctan 2$	0.25 0.25
<b>III</b> 2.0đ	$f'_x = 24x^2 - 6; f'_y = \frac{y}{2} - 3$	0.5
	$A = f''_{xx} = 48x; B = f''_{xy} = 0; C = f''_{yy} = \frac{1}{2};$	0.5

	Giải hệ và tìm được các điểm dừng $M_1\left(\frac{1}{2}; 6\right); M_2\left(-\frac{1}{2}; 6\right)$	0.5															
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Điểm</th> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th>AC - B<sup>2</sup></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>M_1</math></td> <td>24</td> <td>0</td> <td>1/2</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td><math>M_2</math></td> <td>-24</td> <td>0</td> <td>1/2</td> <td>-12</td> </tr> </tbody> </table>	Điểm	A	B	C	AC - B <sup>2</sup>	$M_1$	24	0	1/2	12	$M_2$	-24	0	1/2	-12	0.5
Điểm	A	B	C	AC - B <sup>2</sup>													
$M_1$	24	0	1/2	12													
$M_2$	-24	0	1/2	-12													
	Hàm số không đạt cực trị tại $M_2$ Hàm số có 1 điểm cực tiểu là $M_1\left(\frac{1}{2}; 6\right)$																
<b>IV</b> 2.0đ	Đặt $y = uv \Rightarrow y' = u'v + uv'$	0.25															
	PT trở thành $u'v + u(v' - \frac{3}{x}v) = x^2\sqrt{x} + x^2 - \frac{1}{x}$	0.25															
	$v' - \frac{3}{x}v = 0 \Leftrightarrow \frac{dv}{v} = \frac{3dx}{x}$	0.25															
	$\ln v  = 3\ln x  + C$	0.25															
	Chọn $C = 0$ và $v = x^3$	0.25															
	$u' = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^4} \Leftrightarrow u = 2\sqrt{x} + \ln x  + \frac{1}{3x^3} + C$	0.5															
Nghiệm TQPTVP $y = uv = \dots\dots\dots$	0.25																
<b>V</b> 1.0đ	$u_n = \frac{2}{n^2 + n} = 2\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$	0.25															
	$S_k = 2 \sum_{n=1}^k \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = \dots\dots = 2\left(1 - \frac{1}{k+1}\right)$	2* 0.25															
	$S = \lim_{k \rightarrow +\infty} S_k = 2$	0.25															

Cán bộ soạn đáp án  
Nguyễn Thùy Dung

Duyệt đáp án  
Phan Quang Sáng

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN <b>BỘ MÔN TOÁN</b> Đề số: 10 Ngày thi: 05/06/2019	<b>ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN</b> Tên học phần: Giải tích Đáp án 02
---	--

**Ghi chú :** Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
<b>I</b> <b>2.5đ</b>	1 $f'(x) = 3e^{3x} \Rightarrow f'(0) = 3$ $df(0) = 3dx$	0.5 0.5
	$f(x) = e^{3x} \Rightarrow f(0) = 1$	0.25
	$f''(x) = 9e^{3x} \Rightarrow f''(0) = 9$	0.5
	$f'''(x) = 27e^{3x} \Rightarrow f'''(0) = 27$	0.5
	Đa thức Taylor bậc 3.... $P_3(x) = 1 + 3x + \frac{9}{2}x^2 + \frac{27}{6}x^3$	0.25
<b>II</b> <b>2.5đ</b>	1 $I = -\frac{1}{3} \int_1^2 \frac{d(e^{-3x} + 1)}{e^{-3x} + 1}$	0.5
	$= -\frac{1}{3} \ln(e^{-3x} + 1) \Big _1^2$	0.5
	$= -\frac{1}{3} \ln(e^{-6} + 1) + \frac{1}{3} \ln(e^{-3} + 1) = \frac{1}{3} \ln \frac{e^{-3} + 1}{e^{-6} + 1}$	0.25
	2 $I = \int_0^{+\infty} \frac{1}{(x-3)^2 + 1} d(x-3)$	0.25
	$= \arctan(x-3) \Big _0^{+\infty}$	0.5
	$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \arctan(x-3) - \arctan(-3) = \frac{\pi}{2} + \arctan 3$	0.25+ 0.25
<b>III</b> <b>2.0đ</b>	$f'_x = -24x^2 + 6; f'_y = \frac{y}{2} + 3$ $A = f''_{xx} = -48x; B = f''_{xy} = 0; C = f''_{yy} = \frac{1}{2};$	0.5 0.5

	Giải hệ và tìm được các điểm dừng $M_1\left(\frac{1}{2}; -6\right); M_2\left(-\frac{1}{2}; -6\right)$	0.5															
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Điểm</th> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th><math>AC - B^2</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>M_1</math></td> <td>-24</td> <td>0</td> <td>1/2</td> <td>-12</td> </tr> <tr> <td><math>M_2</math></td> <td>24</td> <td>0</td> <td>1/2</td> <td>12</td> </tr> </tbody> </table>	Điểm	A	B	C	$AC - B^2$	$M_1$	-24	0	1/2	-12	$M_2$	24	0	1/2	12	0.5
Điểm	A	B	C	$AC - B^2$													
$M_1$	-24	0	1/2	-12													
$M_2$	24	0	1/2	12													
	Hàm số không đạt cực trị tại $M_1$  Hàm số có 1 điểm cực tiểu là $M_2\left(-\frac{1}{2}; -6\right)$																
<b>IV</b> <b>2.0đ</b>	Đặt $y = uv \Rightarrow y' = u'v + uv'$	0.25															
	PT trở thành $u'v + u(v' - \frac{2}{x}v) = x\sqrt{x} - 2x^2 + \frac{3}{x}$	0.25															
	$v' - \frac{2}{x}v = 0 \Leftrightarrow \frac{dv}{v} = \frac{2dx}{x}$	0.25															
	$\ln v  = 2\ln x  + C$	0.25															
	Chọn $C = 0$ và $v = x^2$	0.25															
	$u' = \frac{1}{\sqrt{x}} - 2 + \frac{3}{x^3} \Leftrightarrow u = 2\sqrt{x} - 2x - \frac{3}{2x^2} + C$	0.5															
Nghiệm TQPTVP $y = uv = \dots\dots\dots$	0.25																
<b>V</b> <b>1.0đ</b>	$u_n = \frac{3}{n^2 - n} = 3\left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right)$	0.25															
	$S_k = 3 \sum_{n=2}^k \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right) = \dots\dots = 3\left(1 - \frac{1}{k}\right)$	2* 0.25															
	$S = \lim_{k \rightarrow +\infty} S_k = 3$	0.25															

Cán bộ soạn đáp án  
Nguyễn Thùy Dung

Duyệt đáp án  
Phan Quang Sáng