

Câu I (2.0 điểm) Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$.

- 1) (0.5đ) Tìm ma trận X sao cho $A^t + \frac{1}{2}X = \theta$ với θ là ma trận không vuông cấp 3.
- 2) (1.5đ) Tìm ma trận nghịch đảo của ma trận A (nếu có) bằng phương pháp sử dụng ma trận phụ hợp.

Câu II (1.5 điểm) Giải hệ phương trình tuyến tính

$$\begin{cases} x + y - 2z - t = 1 \\ 3x - y + z + 3t = 2 \\ 2x - 2y + 2z + t = 1 \end{cases}$$

Câu III (1.5 điểm) Tìm $\int x \ln(x+2) dx$.

Câu IV (3.0 điểm)

- 1) (1.0đ) Cho hàm số hai biến $f(x; y) = xe^{2x-y}$. Tính $\frac{\partial f}{\partial x}$ tại điểm $(1; 2)$.
- 2) (2.0đ) Tìm các điểm cực trị (nếu có) của hàm số
 $f(x; y) = x^2y + 2xy - y^2$.

Câu V (2.0 điểm) Giải phương trình vi phân tuyến tính

$$y' - \frac{y}{2x} = \frac{\sqrt{x}}{1+4x^2}.$$

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề

Duyệt đề

Đỗ Thị Huệ

Vũ Thị Thu Giang

Đề số: **08**
Ngày thi: 11/08/2019

Tên Học phần: **Toán cao cấp**
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: **Tự luận**

Câu I (2.0 điểm) Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

- 1) (0.5đ) Tìm ma trận X sao cho $A^t - \frac{1}{3}X = \theta$ với θ là ma trận không vuông cấp 3.
- 2) (1.5đ) Tìm ma trận nghịch đảo của ma trận A (nếu có) bằng phương pháp sử dụng ma trận phụ hợp.

Câu II (1.5 điểm) Giải hệ phương trình tuyến tính

$$\begin{cases} x - 2y + z - t = 2 \\ 3x + y - z + 3t = 5 \\ 2x + 3y - z + 3t = 4 \end{cases}$$

Câu III (1.5 điểm) Tìm $\int x \ln(x-2) dx$.

Câu IV (3.0 điểm)

- 1) (1.0đ) Cho hàm số hai biến $f(x; y) = ye^{x-3y}$. Tính $\frac{\partial f}{\partial y}$ tại điểm $(3; 1)$.
- 2) (2.0đ) Tìm các điểm cực trị (nếu có) của hàm số
 $f(x; y) = xy^2 + 2xy - x^2$.

Câu V (2.0 điểm) Giải phương trình vi phân tuyến tính

$$y' + \frac{y}{2x} = \frac{1}{\sqrt{x}(4+x^2)}.$$

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề

Duyệt đề

Đỗ Thị Huệ

Vũ Thị Thu Giang

Câu I (2,0 điểm) Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ -3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 2m \end{pmatrix}$.

- 1) (1,0 đ) Tính $A + 3A^t$ theo m .
- 2) (1,0 đ) Tìm m để $\det(2AA^t) = 32$.

Câu II (1,5 điểm) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} -x + y - 4z + t = 1 \\ 2x - y + 3z - t = 1 \\ 3x - y + 2z + t = 4 \end{cases}.$$

Câu III (1,5 điểm)

Tính độ dài đường cong $y = \frac{x^3}{6} + \frac{1}{2x}$ với $1 \leq x \leq 4$.

Câu IV (3,0 điểm)

- 1) (2,0 đ) Tìm tất cả các điểm cực trị (nếu có) của hàm số:

$$f(x, y) = 3x - x^3 - 4y + y^4 + 2019.$$

- 2) (1,0 đ) Cho hàm số $f(x, y) = x \ln(2x^2 + y^2)$. Tính $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y)$.

Câu V (2,0 điểm) Giải phương trình vi phân tuyến tính sau:

$$y' - \frac{3}{x+3}y = \frac{(x+3)^3}{4x^2+1}.$$

..... Hết

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Giảng viên ra đề
Nguyễn Hà Thanh

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang

Câu I (2,0 điểm) Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3m & 1 & 1 \\ 4 & -1 & -3 \end{pmatrix}$.

- 1) (1,0 đ) Tính $2A + A^t$ theo m .
- 2) (1,0 đ) Tìm m để $\det(3A^2) = 108$.

Câu II (1,5 điểm) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - y - 2z + t = -3 \\ -x + 2y + 4z - 2t = -1 \\ 2x - 5y - 3z + 5t = 2 \end{cases}$$

Câu III (1,5 điểm)

Tính độ dài đường cong $y = \frac{x^4}{8} + \frac{1}{4x^2}$ với $1 \leq x \leq 3$.

Câu IV (3,0 điểm)

- 1) (2,0 đ) Tìm tất cả các điểm cực trị (nếu có) của hàm số:

$$f(x, y) = x^4 - 4x + 3y - y^3 + 2020.$$

- 2) (1,0 đ) Cho hàm số $f(x, y) = y \ln(2x^2 + y^2)$. Tính $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y)$.

Câu V (2,0 điểm) Giải phương trình vi phân tuyến tính sau:

$$y' - \frac{2}{x-5}y = \frac{3(x-5)^2}{9x^2+1}.$$

..... Hết

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Giảng viên ra đề
Nguyễn Hà Thanh

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang

Câu I (2.0 điểm) Cho các ma trận $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

- 1) (0.5 đ) Tính $\det(A)$.
- 2) (1.5 đ) Tìm ma trận X thỏa mãn $A'B - 3X = 2I$ với I là ma trận đơn vị cấp 3.

Câu II (1.5 điểm) Giải hệ phương trình tuyến tính

$$\begin{cases} x + 2y + 3z - t = 1 \\ 5y - 2z + t = 3 \\ -2x + y + z + 3t = -8 \end{cases}.$$

Câu III (1.5 điểm) Tính tích phân suy rộng $I = \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 3x - 4}$.

Câu IV (3.0 điểm)

- 1) (1.0 đ) Tính vi phân toàn phần tại điểm $(0;1)$ của hàm số

$$f(x; y) = \ln(x + 2y) + \frac{x}{y}.$$

- 2) (2.0 đ) Tìm các điểm cực trị (nếu có) của hàm số

$$g(x; y) = \frac{4}{3}x^3 - y^2 - 16x + 2y + 2019.$$

Câu V (2.0 điểm) Giải phương trình vi phân tuyến tính

$$y' + \frac{y}{x+1} = \frac{1}{x^3}.$$

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề
Nguyễn Thị Huyền

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang

Câu I (2.0 điểm) Cho các ma trận $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 4 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

- 1) (0.5 đ) Tính $\det(A)$.
- 2) (1.5 đ) Tìm ma trận X thỏa mãn $AB^t - 2X = 3I$ với I là ma trận đơn vị cấp 3.

Câu II (1.5 điểm) Giải hệ phương trình tuyến tính

$$\begin{cases} x + y - 2z + t = 4 \\ 2x - y + z - 6t = -1. \\ x + 2y - z + t = 7 \end{cases}$$

Câu III (1.5 điểm) Tính tích phân suy rộng $I = \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 5x - 6}$.

Câu IV (3.0 điểm)

- 1) (1.0 đ) Tính vi phân toàn phần tại điểm $(1; 0)$ của hàm số

$$f(x; y) = \ln(2x + y) + \frac{y}{x}.$$

- 2) (2.0 đ) Tìm các điểm cực trị (nếu có) của hàm số

$$g(x; y) = 2x^2 - \frac{1}{3}y^3 - 8x + y + 2019.$$

Câu V (2.0 điểm) Giải phương trình vi phân tuyến tính

$$y' - \frac{3y}{x} = 2x^4 - 1.$$

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề
Nguyễn Thị Huyền

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang

Câu I (2.0 điểm) Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \\ 2 & 2 & x \end{bmatrix}$.

- 1) (0.5 điểm) Tính $\det(A^t)$.
- 2) (1.5 điểm) Với $x = -1$ tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của ma trận A .

Câu II (1.5 điểm) Giải hệ phương trình tuyến tính

$$\begin{cases} x + y - 2z + t = 0 \\ 2x + y + 6z - 2t = 5 \\ 6x + 2y + 10z + 8t = 2 \end{cases}$$

Câu III (1.5 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^1 \ln(2x+1)dx$.

Câu IV (3.0 điểm)

- 1) (1.0 điểm) Hãy tìm các đạo hàm riêng cấp 1 của hàm số

$$f(x; y) = \frac{x}{y^3} - \ln(x^2 - 3xy) \text{ tại điểm } \left(2; \frac{1}{2}\right).$$

- 2) (2.0 điểm) Tìm các điểm cực trị (nếu có) của hàm số hai biến số

$$g(x; y) = 4xy - 2y^2 + \frac{4}{5}x^5.$$

Câu V (2.0 điểm) Giải phương trình vi phân tuyến tính

$$y' + y \sin x = e^{3x + \cos x}.$$

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề
Lê Thị Diệu Thùy

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang

Câu I (2.0 điểm) Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 3 \\ x & -2 & 2 \end{bmatrix}$.

- 1) (0.5 điểm) Tính $\det(A^t)$.
- 2) (1.5 điểm) Với $x = -1$ tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của ma trận A .

Câu II (1.5 điểm) Giải hệ phương trình tuyến tính

$$\begin{cases} x + y + z - t = 0 \\ 2x + y - 2z + t = 5 \\ 6x + 2y + 8z - 12t = 2 \end{cases}.$$

Câu III (1.5 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^1 \ln(3x+2)dx$.

Câu IV (3.0 điểm)

- 1) (1.0 điểm) Hãy tìm các đạo hàm riêng cấp 1 của hàm số

$$f(x; y) = \frac{x}{y^5} - \ln(3xy + y^2) \text{ tại điểm } \left(-\frac{1}{2}; 2\right).$$

- 2) (2.0 điểm) Tìm các điểm cực trị (nếu có) của hàm số hai biến số

$$g(x; y) = 2xy - y^2 - \frac{2}{7}x^7.$$

Câu V (2.0 điểm) Giải phương trình vi phân tuyến tính

$$y' - y \cos x = e^{2x + \sin x}.$$

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề
Lê Thị Diệu Thùy

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang

KHOA CNTT – BỘ MÔN TOÁN Đề thi số: 07 Ngày thi: 11/08/2019	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Toán cao cấp <i>Thời gian làm bài: 75 phút</i>
--	--

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
Câu I 2.0đ	1 Ta có: $\frac{1}{2}X = -A^t \Rightarrow X = -2A^t$	0.25
	$A^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} -2 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \\ -4 & 4 & 2 \end{bmatrix}$	0.25
	$\det(A) = -3$	0.25
	$A^* = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 \\ -2 & -3 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (phần tử phụ hợp: 0.75+mt A^* : 0.25)	1.0
	2 $A^{-1} = \frac{1}{\det A} A^* = \begin{bmatrix} 1/3 & 0 & 2/3 \\ 2/3 & 1 & -2/3 \\ 1/3 & 0 & -1/3 \end{bmatrix}$	0.25
Câu II 1.5đ	$A^{bs} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 \\ 3 & -1 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 4 & -7 & -6 \\ 0 & 4 & -6 & -3 \end{bmatrix} \begin{array}{l} 1 \\ 1 \\ 1 \end{array}$	0.25 0.5
	$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 4 & -7 & -6 \\ 0 & 0 & -1 & -3 \end{bmatrix} \begin{array}{l} 1 \\ 1 \\ 0 \end{array}$	0.25
	$\Rightarrow \begin{cases} x+y-2z-t=1 \\ 4y-7z-6t=1 \\ -z-3t=0 \end{cases}$ Hệ VSN $\begin{cases} x=-5t/4+3/4 \\ y=-15t/4+1/4 \\ z=-3t, t \in \mathbb{R} \end{cases}$	0.5
	Đặt: $\begin{cases} u = \ln(x+2) \\ dv = xdx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = dx/(x+2) \\ v = x^2/2 \end{cases}$	0.5
	Tích phân: $I = \frac{1}{2}x^2 \ln(x+2) - \frac{1}{2} \int \frac{x^2}{x+2} dx$	0.25

Câu III 1.5đ		$\int \frac{x^2}{x+2} dx = \int (x-2 + \frac{4}{x+2}) dx = (\frac{x^2}{2} - 2x) + 4\ln x+2 + C$	0.25 *2																		
		$\Rightarrow I = \frac{1}{2}x^2 \ln(x+2) - (\frac{x^2}{4} - x) - 2\ln x+2 + C$	0.25																		
Câu III 3.0đ	1	$\frac{\partial f}{\partial x}(x; y) = e^{2x-y} + x.e^{2x-y}.2 = (1+2x)e^{2x-y}$	0.75																		
		$\frac{\partial f}{\partial x}(1; 2) = 3$	0.25																		
	2	$f'_x = 2xy + 2y; f'_y = x^2 + 2x - 2y$	0.5																		
		$f''_{xx} = 2y; f''_{xy} = 2x + 2; f''_{yy} = -2$	0.5																		
		Giải hệ: $\begin{cases} y=0 \rightarrow x=0 \vee x=-2 \\ x=-1 \rightarrow y=-\frac{1}{2} \end{cases}$	0.25																		
		Hàm số có ba điểm dừng: $M(0,0); N(-2,0); P(-1; -1/2)$.	0.25																		
		<table><tr><td>Điểm</td><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>$AC - B^2$</td></tr><tr><td>M</td><td>0</td><td>2</td><td>-2</td><td>-4</td></tr><tr><td>N</td><td>0</td><td>-2</td><td>-2</td><td>-4</td></tr><tr><td>P</td><td>-1</td><td>0</td><td>-2</td><td>2</td></tr></table>	Điểm	A	B	C	$AC - B^2$	M	0	2	-2	-4	N	0	-2	-2	-4	P	-1	0	-2
Điểm	A	B	C	$AC - B^2$																	
M	0	2	-2	-4																	
N	0	-2	-2	-4																	
P	-1	0	-2	2																	
Hs đạt cực đại tại điểm $P(-1; -1/2)$.																					
Câu V 2.0đ		Đặt $y = u.v, y' = u'v + uv'$	0.25 0.25																		
		pt có dạng: $u'v + u(v' - \frac{v}{2x}) = \frac{\sqrt{x}}{1+4x^2}$																			
		Chọn $v(x) \neq 0$ sao cho $v' - \frac{1}{2x}.v = 0$	0.25																		
		$\Leftrightarrow \frac{dv}{v} = \frac{dx}{2x} \Leftrightarrow \ln v = \frac{\ln x}{2} + C$	0.25																		
		$\Leftrightarrow \ln v = \ln\sqrt{x} + C, \text{ chọn } C=0, v = \sqrt{x}$	0.25																		
		Khi đó: $u' = \frac{1}{1+4x^2} \Leftrightarrow u = \int \frac{dx}{1+4x^2} \Leftrightarrow u = \left(\frac{1}{2} \arctan(2x) + C \right)$	0.25 0.25																		
	NTQ : $y = u.v = \sqrt{x} \left(\frac{1}{2} \arctan(2x) + C \right)$	0.25																			

GV ra đề: Đỗ Thị Huệ

Duyệt đề: Nguyễn Thị Bích Thủy

Đáp án : Nguyễn Thủy Hằng

KHOA CNTT – BỘ MÔN TOÁN Đề thi số: 08 Ngày thi: 11/08/2019	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Toán cao cấp Thời gian làm bài: 75 phút
--	---

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
Câu I 2.0đ	1 Ta có: $\frac{1}{3}X = A^t \Rightarrow X = 3A^t$	0.25
	$A^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 6 \\ 0 & -3 & 0 \\ 6 & 9 & 3 \end{bmatrix}$	0.25
	$\det(A) = 3$	0.25
	$A^* = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 6 & -3 & -3 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$	1.0
	2 $A^{-1} = \frac{1}{\det A} A^* = \begin{bmatrix} -1/3 & 0 & 2/3 \\ 2 & -1 & -1 \\ 2/3 & 0 & -1/3 \end{bmatrix}$	0.25
Câu II 1.5đ	$A^{bs} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{array}{l} 2 \\ 5 \\ 4 \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 7 & -4 & 6 \\ 0 & 7 & -3 & 5 \end{bmatrix} \begin{array}{l} 2 \\ -1 \\ 0 \end{array}$	0.25 0.5
	$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 7 & -4 & 6 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} 2 \\ -1 \\ -1 \end{array}$	0.25
	$\Rightarrow \begin{cases} x-2y+z-t=2 \\ 7y-4z+6t=-1 \\ -z+t=-1 \end{cases} \quad \text{Hệ VSN} \quad \begin{cases} x=-4t/7+13/7 \\ y=-2t/7+3/7 \\ z=t+1, t \in \mathbb{R} \end{cases}$	0.5
	Đặt: $\begin{cases} u = \ln(x-2) \\ dv = xdx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = dx/(x-2) \\ v = x^2/2 \end{cases}$	0.5
	Tích phân: $I = \frac{1}{2}x^2 \ln(x-2) - \frac{1}{2} \int \frac{x^2}{x-2} dx$	0.25

Câu II 1.5đ		$\int \frac{x^2}{x-2} dx = \int (x+2 + \frac{4}{x-2}) dx = (\frac{x^2}{2} + 2x) + 4\ln x-2 + C$	0.25 *2																				
		$I = \frac{1}{2} x^2 \ln(x-2) - (\frac{x^2}{4} + x) - 2\ln x-2 + C$	0.25																				
Câu IV 3.0đ	1	$\frac{\partial f}{\partial x}(x; y) = e^{x-3y} + y.e^{x-3y}.(-3) = (1-3y)e^{x-3y}$ $\frac{\partial f}{\partial x}(3;1) = -2$	0.75 0.25																				
	2	$f'_x = y^2 + 2y - 2x; f'_y = 2xy + 2x$ $f''_{xx} = -2; f''_{xy} = 2y + 2; f''_{yy} = 2x$	0.5 0.5																				
		Giải hệ: $\begin{cases} x=0 \rightarrow y=0 \vee y=-2 \\ y=-1 \rightarrow x=-\frac{1}{2} \end{cases}$	0.25																				
		Hàm số có ba điểm dừng: $M(0,0); N(0,-2); P(-1/2;-1)$	0.25																				
		<table><tr><td>Điểm</td><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>$AC - B^2$</td></tr><tr><td>M</td><td>-2</td><td>2</td><td>0</td><td>-4</td></tr><tr><td>N</td><td>-2</td><td>-2</td><td>0</td><td>-4</td></tr><tr><td>P</td><td>-2</td><td>0</td><td>-1</td><td>2</td></tr></table>	Điểm	A	B	C	$AC - B^2$	M	-2	2	0	-4	N	-2	-2	0	-4	P	-2	0	-1	2	0.5
		Điểm	A	B	C	$AC - B^2$																	
	M	-2	2	0	-4																		
N	-2	-2	0	-4																			
P	-2	0	-1	2																			
Hs đạt cực đại tại điểm $P(-1/2;-1)$																							
Câu V 2.0đ		Đặt $y = u.v, y' = u'v + uv'$ pt có dạng: $u'v + u(v' + \frac{v}{2x}) = \frac{1}{\sqrt{x}(4+x^2)}$	0.25 0.25																				
		Chọn $v(x) \neq 0$ sao cho $v' + \frac{1}{2x}.v = 0$ $\Leftrightarrow \frac{dv}{v} = -\frac{dx}{2x} \Leftrightarrow \ln v = -\frac{\ln x}{2} + C$	0.25 0.25																				
		$\Leftrightarrow \ln v = \ln \frac{1}{\sqrt{x}} + C$ chọn $C=0, v = \frac{1}{\sqrt{x}}$	0.25																				
		Khi đó: $u' = \frac{1}{4+x^2} \Rightarrow u = \int \frac{dx}{4+x^2} = \left(\frac{1}{2} \arctan(\frac{x}{2}) + C \right)$	0.25 0.25																				
		NTQ: $y = u.v = \frac{1}{\sqrt{x}} \left(\frac{1}{2} \arctan(\frac{x}{2}) + C \right)$	0.25																				

GV ra đề: Đỗ Thị Huệ

Duyệt đề: Nguyễn Thị Bích Thủy

Đáp án: Nguyễn Thủy Hằng

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Toán cao cấp Đáp án đề thi số: 04
Ngày thi: 18/08/2019	

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 2.0đ	1 $A^t, 3A^t \Rightarrow A+3A^t = \begin{bmatrix} 4 & -5 & 6 \\ 9 & 4 & 2 \\ 2 & -2 & 8m \end{bmatrix}$	0.25 0.25 0.5
	$\det(2AA^t) = 2^3 (\det A)(\det A^t) = 8(\det A)^2$	0.5
	$\det A = 26m - 7$	0.25
	$\det(2AA^t) = 32 \Leftrightarrow 8(26m - 7)^2 = 32 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 9/26 \\ m = 5/26 \end{cases}$	0.25
II 1.5đ	$A^{bs} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -4 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{\substack{h2+2h1 \\ h3+3h1}} \begin{bmatrix} -1 & 1 & -4 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -5 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & -10 & 4 & 7 \end{bmatrix}$	0.25 0.25* 2
	$\xrightarrow{h3-2h2} \begin{bmatrix} -1 & 1 & -4 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -5 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	0.25
	Hệ đã cho tương đương	
	$\begin{cases} -x + y - 4z + t = 1 \\ y - 5z + t = 3 \\ 2t = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + z \\ y = 5/2 + 5z \\ t = 1/2 \\ z \in \mathbb{R} \end{cases}$	0.25 0.25
III 1.5đ	Nghiệm TQ của hệ có dạng (2 + z; 5/2 + 5z; z; 1/2); z ∈ ℝ.	
	$y' = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2x^2}$	0.25
	$(y')^2 + 1 = \left(\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2x^2}\right)^2 + 1 = \left(\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2x^2}\right)^2$	0.25 0.25
	$l = \int_1^4 \sqrt{(y')^2 + 1} dx = \int_1^4 \left(\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2x^2}\right) dx$	0.25

	$= \left(\frac{x^3}{6} - \frac{1}{2x}\right) \Big _1^4 = \frac{87}{8}$	0.25 *2
IV 3.0đ	$f'_x = 3 - 3x^2; f'_y = -4 + 4y^3$	0.5
	Hàm số có các điểm dừng (1;1), (-1;1)	0.5
	$A = f''_{xx} = -6x; B = f''_{xy} = 0; C = f''_{yy} = 12y^2;$	0.5
	Tại (1;1) ta có $A = -6; B = 0; C = 12$ $\Rightarrow AC - B^2 = -72 < 0$. Hàm số ko đạt cực trị	0.25
	Tại (-1;1) ta có $A = 6; B = 0; C = 12 \Rightarrow AC - B^2 = 72 > 0$. Hàm số đạt cực tiểu.	0.25
	$\frac{\partial f}{\partial x} = \ln(2x^2 + y^2) + \frac{4x^2}{2x^2 + y^2}$	0.25
	$\frac{\partial}{\partial x} \left[\ln(2x^2 + y^2) \right] = \frac{4x}{2x^2 + y^2}$	0.25
	$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{4x^2}{2x^2 + y^2} \right] = \frac{8xy^2}{(2x^2 + y^2)^2}$	0.25
	$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{4x}{2x^2 + y^2} + \frac{8xy^2}{(2x^2 + y^2)^2} = \frac{8x^3 + 12xy^2}{(2x^2 + y^2)^2}$	0.25
	Đặt $y = uv \Rightarrow y' = u'v + uv'$	0.25
V 2.0đ	$u'v + u \left(v' - \frac{3}{x+3} v \right) = \frac{(x+3)^3}{4x^2 + 1}$	0.25
	Chọn $v \neq 0$ s/c : $v' - \frac{3}{x+3} v = 0 \Leftrightarrow \frac{dv}{v} = \frac{3}{x+3} dx$	0.25
	$\Rightarrow \ln v = 3 \ln x+3 + C$	0.25
	Chọn $v = (x+3)^3$	0.25
	Khi đó $u = \int \frac{1}{4x^2 + 1} dx = \frac{1}{2} \arctan(2x) + C$	0.5
	NTQ : $y = \left(\frac{1}{2} \arctan(2x) + C \right) (x+3)^3$	0.25

Cán bộ ra đề: Nguyễn Hà Thanh
Cán bộ soạn đáp án
Vũ Thị Thu Giang

Duyệt đáp án
Nguyễn Thị Huyền

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Toán cao cấp Đáp án đề thi số: 05
Ngày thi: 18/08/2019	

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 2.0đ	1 $A^t, 2A \Rightarrow 2A + A^t = \begin{bmatrix} 3 & 3m & 8 \\ 6m & 3 & 1 \\ 10 & -1 & -9 \end{bmatrix}$	0.25 0.25 0.5
	2 $\det(3A^2) = 3^3 (\det A^2) = 27 (\det A)^2$	0.5
	$\det A = -6m - 10$	0.25
	$\det(3A^2) = 108 \Leftrightarrow 27(-6m - 10)^2 = 108 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = -4/3 \end{cases}$	0.25
II 1.5đ	$A^{bs} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 & -3 \\ -1 & 2 & 4 & -2 & -1 \\ 2 & -5 & -3 & 5 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow[h3-2h1]{h2+h1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & -4 \\ 0 & -3 & -1 & 3 & 8 \end{bmatrix}$	0.25 0.25* 2
	$\xrightarrow{h3+3h2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 7 & 0 & -4 \end{bmatrix}$	0.25
	Hệ đã cho tương đương	
	$\begin{cases} x - y - 2z + t = -3 \\ y + 2z - t = -4 \\ 7z = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -7 \\ y = -20/7 + t \\ z = -4/7 \\ t \in \mathbb{R} \end{cases}$	0.25 0.25
III 1.5đ	Nghiệm TQ của hệ có dạng (7; -20/7 + t; -4/7; t); t ∈ ℝ.	
	$y' = \frac{x^3}{2} - \frac{1}{2x^3}$	0.25
	$(y')^2 + 1 = \left(\frac{x^3}{2} - \frac{1}{2x^3}\right)^2 + 1 = \left(\frac{x^3}{2} + \frac{1}{2x^3}\right)^2$	0.25 0.25
	$l = \int_1^3 \sqrt{(y')^2 + 1} dx = \int_1^3 \left(\frac{x^3}{2} + \frac{1}{2x^3}\right) dx$	0.25

	$= \left(\frac{x^4}{8} - \frac{1}{4x^2} \right) \Big _1^3 = \frac{92}{9}$	0.25 *2
IV 3.0đ	1 $f'_x = 4x^3 - 4; f'_y = 3 - 3y^2$	0.5
	Hàm số có các điểm dừng (1;1), (1;-1)	0.5
	$A = f''_{xx} = 12x^2; B = f''_{xy} = 0; C = f''_{yy} = -6y;$	0.5
	Tại (1;1) ta có $A=12; B=0; C=-6$ $\Rightarrow AC - B^2 = -72 < 0$. Hàm số ko đạt cực trị	0.25
	Tại (1;-1) ta có $A=12; B=0; C=6 \Rightarrow AC - B^2 = 72 > 0$. Hàm số đạt cực tiểu.	0.25
	2 $\frac{\partial f}{\partial y} = \ln(2x^2 + y^2) + \frac{2y^2}{2x^2 + y^2}$	0.25
	$\frac{\partial}{\partial y} \left[\ln(2x^2 + y^2) \right] = \frac{2y}{2x^2 + y^2}$	0.25
	$\frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{2y^2}{2x^2 + y^2} \right] = \frac{8x^2 y}{(2x^2 + y^2)^2}$	0.25
	$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{2y}{2x^2 + y^2} + \frac{8x^2 y}{(2x^2 + y^2)^2} = \frac{2y^3 + 12x^2 y}{(2x^2 + y^2)^2}$	0.25
	V 2.0đ	
	Đặt $y = uv \Rightarrow y' = u'v + uv'$	0.25
	$u'v + u \left(v' - \frac{2}{x-5} v \right) = \frac{3(x-5)^2}{9x^2 + 1}$	0.25
	Chọn $v \neq 0$ s/c : $v' - \frac{2}{x-5} v = 0 \Leftrightarrow \frac{dv}{v} = \frac{2}{x-5} dx$	0.25
	$\Rightarrow \ln v = 2 \ln x-5 + C$	0.25
	Chọn $v = (x-5)^2$	0.25
	Khi đó $u = \int \frac{3}{9x^2 + 1} dx = \arctan(3x) + C$	0.5
	NTQ : $y = (\arctan(3x) + C)(x-5)^2$	0.25

Cán bộ ra đề: Nguyễn Hà Thanh
Cán bộ soạn đáp án
Vũ Thị Thu Giang

Duyệt đáp án
Nguyễn Thị Huyền

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Toán cao cấp Đáp án đề thi số: 04
Ngày thi: 25/08/2019	

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 2.0đ	1 $\det A = CT = 3$ Chú ý phải viết công thức khai triển thì mới đc đủ điểm.	0.5
	$3X = A'B - 2I$	0.25
	$A' ; A'B = \begin{bmatrix} -6 & 5 & 5 \\ -3 & -6 & 4 \\ -3 & 4 & 3 \end{bmatrix}$	0.25 0.5
	2 $3X = A'B - 2I = \begin{bmatrix} -6 & 5 & 5 \\ -3 & -6 & 4 \\ -3 & 4 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	0.25
	$= \begin{bmatrix} -8 & 5 & 5 \\ -3 & -8 & 4 \\ -3 & 4 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow X = \begin{bmatrix} -8/3 & 5/3 & 5/3 \\ -1 & -8/3 & 4/3 \\ -1 & 4/3 & 1/3 \end{bmatrix}$	0.25
II 1.5đ	$A^{bs} = \left(\begin{array}{cccc c} 1 & 2 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 5 & -2 & 1 & 3 \\ -2 & 1 & 1 & 3 & -8 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{cccc c} 1 & 2 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 5 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & 7 & 1 & -6 \end{array} \right)$	0.25 0.50
	$\rightarrow \left(\begin{array}{cccc c} 1 & 2 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 5 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 9 & 0 & -9 \end{array} \right)$	0.25
	Hệ có nghiệm $x = -7y + 5; t = -5y + 1; z = -1, y \in R$	0.5
III 1.5đ	1 $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{(x-1)(x+4)} = \frac{1}{5} \int_2^{+\infty} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+4} \right) dx$	0.25x 2
	2 $\frac{1}{5} \ln \left \frac{x-1}{x+4} \right \Big _2^{+\infty} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{5} \ln \left \frac{x-1}{x+4} \right - \frac{1}{5} \ln \frac{1}{6} = \frac{\ln 6}{5}$	0.25x 3
	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{5} \ln \left \frac{x-1}{x+4} \right = \frac{1}{5} \ln \lim_{x \rightarrow \infty} \left \frac{x-1}{x+4} \right = 0$	0.25

IV 3.0đ	1	$f'_x = \frac{1}{x+2y} + \frac{1}{y} ; f'_y = \frac{2}{x+2y} - \frac{x}{y^2}$	0.5
		$\rightarrow f'_x(0;1) = \frac{3}{2} ; \rightarrow f'_y(0;1) = 1$	0.25
		Vì phân TP của hàm số tại $(0;1)$ là $df(0;1) = \frac{3}{2}dx + dy$	0.25
	2	$g'_x = 4x^2 - 16 \rightarrow g''_{xx} = 8x$ $g'_y = -2y + 2 \rightarrow g''_{yy} = -2; g''_{xy} = 0$	0.25x 4
		Điểm dừng là nghiệm của hệ $\begin{cases} 4x^2 - 16 = 0 \\ -2y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ y = 1 \end{cases}$	0.5
		Hàm số có 2 điểm dừng là $(2;1); (-2;1)$.	
		Tại $(2;1), AC - B^2 = 16 \cdot (-2) - 0 < 0$ H/s không đạt cực trị tại $(2;1)$	0.25
		Tại $(-2;1), AC - B^2 = (-16) \cdot (-2) - 0 > 0$ H/s đạt cực đại tại $(-2;1)$	0.25
	V 2.0đ	Đặt $y = uv$ thì $y' = u'v + uv'$, ta có pt: $u'v + u \left(v' + \frac{1}{x+1}v \right) = \frac{1}{x^3} \quad (1)$	0.25 0.25
		Chọn 1 h/s $v' + \frac{1}{x+1}v = 0 \Leftrightarrow \frac{dv}{v} = -\frac{1}{x+1}dx$	0.25
		$\ln v = -\ln x+1 + C$, chọn $v = \frac{1}{x+1}$	0.25
		Từ (1) có: $u' = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$	0.25
		$\rightarrow u = \int \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) dx = -\frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} + C$	0.5
		Ng TQ: $y = \frac{1}{x+1} \left(-\frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} + C \right), C \text{ const}$	0.25

Cán bộ soạn đáp án

Nguyễn Thị Bích Thủy

Giáo viên ra đề:

Nguyễn Thị Huyền

Duyệt đáp án

Nguyễn Thị Huyền

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Toán cao cấp Đáp án đề thi số: 05
Ngày thi: 25/08/2019	

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 2.0đ	1 $\det A = CT = -6$ Chú ý phải viết công thức khai triển thì mới đc đủ điểm.	0.5
	$2X = AB' - 3I$	0.25
	$B' ; AB' = \begin{bmatrix} -3 & 6 & 1 \\ 4 & -2 & 6 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$	0.25 0.5
	2 $2X = AB' - 3I = \begin{bmatrix} -3 & 6 & 1 \\ 4 & -2 & 6 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	0.25
	$= \begin{bmatrix} -6 & 6 & 1 \\ 4 & -5 & 6 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow X = \begin{bmatrix} -3 & 3 & 1/2 \\ 2 & -5/2 & 3 \\ 0 & 3/2 & 1/2 \end{bmatrix}$	0.25
II 1.5đ	$A^{bs} = \left(\begin{array}{cccc c} 1 & 1 & -2 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & 1 & -6 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & 7 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{cccc c} 1 & 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & -3 & 5 & -8 & -9 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 3 \end{array} \right)$	0.25 0.50
	$\rightarrow \left(\begin{array}{cccc c} 1 & 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 8 & -8 & 0 \end{array} \right)$	0.25
	Hệ có nghiệm $(2t+1; 3-t; t); t \in \mathbb{R}$	0.5
III 1.5đ	1 $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{(x-1)(x+6)} = \frac{1}{7} \int_2^{+\infty} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+6} \right) dx$	0.25x 2
	2 $\frac{1}{7} \ln \left \frac{x-1}{x+6} \right \Big _2^{+\infty} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{7} \ln \left \frac{x-1}{x+6} \right - \frac{1}{7} \ln \frac{1}{8} = \frac{\ln 8}{7}$	0.25x 3
	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{7} \ln \left \frac{x-1}{x+6} \right = \frac{1}{7} \ln \lim_{x \rightarrow \infty} \left \frac{x-1}{x+6} \right = 0$	0.25

IV 3.0đ	1	$f'_x = \frac{2}{2x+y} - \frac{y}{x^2} ; \quad f'_y = \frac{1}{2x+y} + \frac{1}{x}$	0.5
		$\rightarrow f'_x(1;0) = 1 ; \quad \rightarrow f'_y(1;0) = \frac{3}{2}$	0.25
		Vì phân TP của hàm số tại $(1;0)$ là $df(1;0) = dx + \frac{3}{2}dy$	0.25
	2	$g'_x = 4x - 8 \rightarrow g''_{xx} = 4$ $g'_y = -y^2 + 1 \rightarrow g''_{yy} = -2y; g''_{xy} = 0$	0.25x 4
		Điểm dừng là nghiệm của hệ $\begin{cases} 4x - 8 = 0 \\ -y^2 + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = \pm 1 \end{cases}$ Hàm số có 2 điểm dừng là $(2;1); (2;-1)$	0.5
		Tại $(2;1), AC - B^2 = 4.(-2) - 0 < 0$ H/s không đạt cực trị tại $(2;1)$	0.25
		Tại $(2;-1), AC - B^2 = 4.2 - 0 > 0$ H/s đạt cực tiểu tại $(2;-1)$	0.25
V 2.0đ		Đặt $y = uv$ thì $y' = u'v + uv'$, ta có pt:	0.25
		$u'v + u \left(v' - \frac{3}{x}v \right) = 2x^4 - 1(1)$	0.25
		Chọn 1 h/s $v' - \frac{3}{x}v = 0 \Leftrightarrow \frac{dv}{v} = \frac{3}{x}dx$	0.25
		$\ln v = 3\ln x + C$, chọn $v = x^3$	0.25
		Từ (1) có: $u' = 2x - \frac{1}{x^3}$	0.25
		$\rightarrow u = \int \left(2x - \frac{1}{x^3} \right) dx = x^2 + \frac{1}{2x^2} + C$	0.5
		Ng TQ: $y = x^3 \left(x^2 + \frac{1}{2x^2} + C \right) = x^5 + \frac{x}{2} + Cx^3, C \text{ const}$	0.25

Cán bộ soạn đáp án

Duyệt đáp án

Nguyễn Thị Bích Thuỷ

Nguyễn Thị Huyền

GV ra đề

Nguyễn Thị Huyền

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Toán cao cấp Đáp án đề thi số: 09
Ngày thi: 25/08/2019	

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
Câu I (2.0đ)	1 $\det(A) = 2 \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & x \end{vmatrix}$ $= 2(-x-6) = -2(x+6)$ $\det A^t = \det A = -2(x+6)$	0.25 0.25
	2 $x = -1$ ta có $\det(A) = -10$ và $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$	0.25
	Ma trận phụ hợp : $\tilde{A} = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 0 \\ 7 & -2 & -6 \\ 4 & -4 & -2 \end{pmatrix}$	0.75 0.25
	(Đúng các phần tử phụ hợp 0.75 ; thay vào mt phụ hợp 0.25)	
	$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \tilde{A} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ -7/10 & 1/5 & 3/5 \\ -2/5 & 2/5 & 1/5 \end{pmatrix}$	0.25
Câu II (1.5đ)	1 $A^{bs} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 6 & -2 & 5 \\ 6 & 2 & 10 & 8 & 2 \end{bmatrix}$ $\xrightarrow{\begin{smallmatrix} -2h_1+h_2 \\ -6h_1+h_3 \end{smallmatrix}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 10 & -4 & 5 \\ 0 & -4 & 22 & 2 & 2 \end{bmatrix}$	0.25 + 0.25* 2
	$\xrightarrow{-4h_2+h_3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 10 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & -18 & 18 & -18 \end{bmatrix}$;	0.25
	$hptt \Leftrightarrow \begin{cases} x+y-2z+t=0 \\ -y+10z-4t=5 \\ -z+t=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5t-3 \\ y=6t+5 \\ z=t+1 \end{cases}$	0.5

Câu III (1.5đ)	$\int_0^1 \ln(2x+1) dx = x \ln(2x+1) \Big _0^1 - \int_0^1 x d(\ln(2x+1))$	0.5
	$= \ln 3 - \int_0^1 \frac{2x}{2x+1} dx = \ln 3 - \int_0^1 \left(1 - \frac{1}{2x+1}\right) dx$	0.5
	$= \ln 3 - \left(x - \frac{1}{2} \ln(2x+1)\right) \Big _0^1 = \frac{3}{2} \ln 3 - 1$	0.5
Câu IV (3.0đ)	1 $f'_x = \frac{1}{y^3} - \frac{(2x-3y)}{x^2-3xy}$; $f'_y = \frac{-3x}{y^4} + \frac{3x}{x^2-3xy}$	0.5 0.5
	$g'_x = 4y + 4x^4$; $g'_y = 4x - 4y$.	0.5
	$\begin{cases} g'_x = 0 \\ g'_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ x + x^4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y = 0 \\ x = y = -1 \end{cases}$	0.5
	H/s có 2 đ/dùng $M_1(0;0)$; $M_2(-1;-1)$	
	2 $g''_{xx} = 16x^3$; $g''_{xy} = 4$; $g''_{yy} = -4$	0.5
	-Tại $M_1(0;0)$: hàm số không đạt cực trị $A = g''_{xx}(0;0) = 0$; $B = g''_{xy}(0;0) = 4$; $g''_{yy}(0;0) = -4$ $AC - B^2 = -16 < 0$	0.25
Câu V (2.0đ)	-Tại $M_2(-1;-1)$: hàm số đạt cực đại $A = g''_{xx}(-1;-1) = -16 < 0$; $B = g''_{xy}(-1;-1) = 4$; $g''_{yy}(-1;-1) = -4 \Rightarrow AC - B^2 = 48 > 0$	0.25
	$y = uv, y' = u'v + v'u$	0.25
	Pt trở thành $u'v + v'u + uv \sin x = e^{3x+\cos x}$	0.25
	$\Leftrightarrow u'v + u[v' + v \sin x] = e^{3x+\cos x}$.	0.25
	Tìm $v \neq 0$ s/c $v' + v \sin x = 0$.	0.25
	$\Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \ln v = \cos x + C$.	0.25
	Chọn $v = e^{\cos x}$. Thay vào pt:	0.25
	$u'e^{\cos x} = e^{3x+\cos x} \Leftrightarrow u' = e^{3x} \Leftrightarrow u = \frac{1}{3}e^{3x} + C$	0.25 0.25
	Nghiệm TQ ptvp là $y = \left(\frac{1}{3}e^{3x} + C\right)e^{\cos x}$.	0.25

Cán bộ ra đề: Lê Thị Diệu Thùy
Cán bộ soạn đáp án
Nguyễn Văn Hạnh

Duyệt đáp án
Nguyễn Thị Bích Thủy

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Toán cao cấp Đáp án đề thi số: 10
Ngày thi: 25/08/2019	

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
Câu I (2.0đ)	1 $\det(A) = 3 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ x & -2 \end{vmatrix}$ $= 3(-x-2) = -3(x+2)$ $\det A^t = \det A = -3(x+2)$	0.25 0.25
	2 $x = -1$ ta có $\det(A) = -3$ và $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 3 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$	0.25
	Ma trận phụ hợp : $\tilde{A} = \begin{pmatrix} 8 & -6 & -3 \\ -5 & 3 & 3 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	0.75 0.25
	(Đúng các phần tử phụ hợp 0.75 ; thay vào mt phụ hợp 0.25)	
	$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \tilde{A} = \begin{pmatrix} -8/3 & 2 & 1 \\ 5/3 & -1 & -1 \\ 1/3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	0.25
Câu II (1.5đ)	1 $A^{bs} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -2 & 1 & 5 \\ 6 & 2 & 8 & -12 & 2 \end{bmatrix}$ $\overline{2h_1 - h_2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & -3 & -5 \\ 6h_1 - h_3 \\ 0 & 4 & -2 & 6 & -2 \end{bmatrix}$	0.25 + 0.25*
	$\overline{4h_2 - h_3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & -3 & -5 \\ 0 & 0 & 18 & -18 & -18 \end{bmatrix}$;	0.25
	$hptt \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z-t=0 \\ y+4z-3t=-5 \\ z-t=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=t+2 \\ y=-t-1 \\ z=t-1 \end{cases}$	0.5

Câu III (1.5đ)	$\int_0^1 \ln(3x+2) dx = x \ln(3x+2) \Big _0^1 - \int_0^1 x d(\ln(3x+2))$	0.5
	$= \ln 5 - \int_0^1 \frac{3x}{3x+2} dx = \ln 5 - \int_0^1 \left(1 - \frac{2}{3x+2}\right) dx$	0.5
	$= \ln 5 - \left(x - \frac{2}{3} \ln(3x+2)\right) \Big _0^1 = \frac{5}{3} \ln 5 - \frac{2}{3} \ln 2 - 1$	0.5
Câu IV (3.0đ)	1 $f'_x = \frac{1}{y^5} - \frac{3y}{3xy+y^2}; f'_y = \frac{-5x}{y^6} - \frac{3x+2y}{3xy+y^2}$	0.5 0.5
	$g'_x = 2y - 2x^6; g'_y = 2x - 2y$	0.5
	$\begin{cases} g'_x = 0 \\ g'_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ x - x^6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y = 0 \\ x = y = 1 \end{cases}$	0.5
	H/s có 2 đ/dùng $M_1(0;0); M_2(1;1)$ $g''_{xx} = -12x^5; g''_{xy} = 2; g''_{yy} = -2$	0.5
	2 -Tại $M_1(0;0)$: $A = g''_{xx}(0;0) = 0; B = g''_{xy}(0;0) = 2; g''_{yy}(0;0) = -2$ $AC - B^2 = -4 < 0$ Hàm số không đạt cực trị	0.25
Câu V (2.0đ)	-Tại $M_2(1;1)$: hàm số đạt cực đại $A = g''_{xx}(1;1) = -12 < 0; B = g''_{xy}(1;1) = 2;$ $g''_{yy}(1;1) = -2 \Rightarrow AC - B^2 = 20 > 0$	0.25
	$y = uv, y' = u'v + v'u$	0.25
	Pt trở thành $u'v + v'u - uv \cos x = e^{2x+\sin x}$ $\Leftrightarrow u'v + u[v' - v \cos x] = e^{2x+\sin x}$	0.25 0.25
	Tìm $v \neq 0$ s/c $v' - v \cos x = 0$. $\Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \ln v = \sin x + C$	0.25
	Chọn $v = e^{\sin x}$. Thay vào pt: $u'e^{\sin x} = e^{2x+\sin x} \Leftrightarrow u' = e^{2x} \Leftrightarrow u = \frac{1}{2}e^{2x} + C$	0.25 0.25
	Nghiệm TQ ptvp là $y = \left(\frac{1}{2}e^{2x} + C\right)e^{\sin x}$	0.25

Cán bộ ra đề: Lê Thị Diệu Thùy
Cán bộ soạn đáp án
Nguyễn Văn Hạnh

Duyệt đáp án
Nguyễn Thị Bích Thủy