

Đề số: 06

Ngày thi: 25/08/2020

Tên Học phần: **Giải tích 2**

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: **Tự luận**

Câu I (2.5 điểm). Tìm cực trị của hàm số

$$z = f(x, y) = x^2y + x^2 - xy^2 - xy.$$

Câu II (2.5 điểm). Tính các tích phân sau.

a) $I = \int_0^1 dx \int_0^x x.y^2 dy.$

b) $I = \iint_D x dx dy$ với miền $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y = 0; x + y = 1; x + 2y = 1; x + 2y = 3\}.$

Câu III (2.0 điểm). Tính tích phân

$$K = \iiint_V \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz$$

với V là miền được giới hạn bởi $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4; z \geq 0.$

Câu IV (3.0 điểm). Giải phương trình vi phân

a) (1.0đ) $\frac{dx}{y^2 + 1} - e^x dy = 0$ (Gợi ý: *Đưa về phương trình vi phân với biến số phân li*).

b) (2.0đ) $y'' - 6y' + 8y = e^{2x}.$

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề
Nguyễn Thị Lan

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang

Đề số: **07**

Tên Học phần: **Giải tích 2**

Thời gian làm bài: 75 phút

Ngày thi: 25/08/2020

Loại đề thi: **Tự luận**

Câu I (2.5 điểm). Tìm cực trị của hàm số

$$z = f(x, y) = xy^2 - y^2 + x^2y - xy.$$

Câu II (2.5 điểm):

a) Tính $I = \int_0^1 dx \int_0^x (x + y) dy.$

b) $I = \iint_D y dx dy$ với miền $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x - y = 0; x - y = 1; 2x + y = 1; 2x + y = 2\}.$

Câu III (2.0 điểm): Tính tích phân

$$I = \iiint_V \frac{dx dy dz}{x^2 + y^2 + z^2}$$

với V là miền được giới hạn bởi hai mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ và $x^2 + y^2 + z^2 = 9.$

Câu IV (3.0 điểm). Giải phương trình vi phân

a) (1.0đ) $\frac{y}{y^2 + 1} dx - e^{-x} dy = 0$ (Gợi ý: Đưa về phương trình vi phân với biến số phân li).

b) (2.0đ) $y'' + 4y' + 3y = e^{-x}.$

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm

+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề
Nguyễn Thị Lan

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang

Đề số: 02

Ngày thi: 01/08/2020

Tên Học phần: **Giải tích 2**

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: **Tự luận**

Câu I (3.0 điểm)

a./ (1.5 điểm) Tính các đạo hàm riêng cấp 1, cấp 2 của hàm hai biến số

$$f(x; y) = \ln(2x^2 - y).$$

b./ (1.5 điểm) Tìm cực trị của hàm số $h(x; y) = x^3 - 9xy + y^3$.

Câu II (2.0 điểm). Tính tích phân hai lớp

$$I = \iint_D \sqrt{4 - x^2 - y^2} dx dy$$

với D là nửa hình tròn $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0\}$.

Câu III (2.0 điểm) Tính tích phân 3 lớp

$$I = \iiint_V x^2 y dx dy dz$$

với V là miền hình trụ giới hạn bởi $x^2 + y^2 \leq 4$, $z = 0$; $z = 4$.

Câu IV (1.5 điểm) Tìm nghiệm phương trình vi phân với biến phân ly

$$2x\sqrt{y^2 + 4} - y\sqrt{x^2 + 1} = 0$$

thỏa mãn $y(0) = 0$.

Câu V (1.5 điểm) Giải phương trình vi phân cấp hai tuyến tính với hệ số hằng

$$y'' - 3y' + 2y = 2xe^x.$$

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề
Nguyễn Xuân Thảo

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang

Đề số: 03

Ngày thi: 01/08/2020

Tên Học phần: **Giải tích 2**

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: **Tự luận**

Câu I (3.0 điểm)

a./ (1.5 điểm) Tính các đạo hàm riêng cấp 1, cấp 2 của hàm hai biến số

$$f(x; y) = \ln(-x^2 + 2y).$$

b./ (1.5 điểm) Tìm cực trị của hàm số $h(x; y) = x^3 + 9xy + y^3$.

Câu II (2.0 điểm). Tính tích phân hai lớp

$$I = \iint_D \sqrt{4 - x^2 - y^2} dx dy$$

với D là nửa hình tròn $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\}$.

Câu III (2.0 điểm) Tính tích phân 3 lớp

$$I = \iiint_V xy^2 dx dy dz$$

với V là miền hình trụ giới hạn bởi $x^2 + y^2 \leq 4$, $z = 0; z = 4$.

Câu IV (1.5 điểm) Tìm nghiệm phương trình vi phân với biến phân ly

$$x\sqrt{y^2 + 4} - 2y\sqrt{x^2 + 1} = 0$$

thỏa mãn $y(0) = 4$.

Câu V (1.5 điểm) Giải phương trình vi phân cấp hai tuyến tính với hệ số hằng

$$y'' - 3y' + 2y = xe^{2x}.$$

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề
Nguyễn Xuân Thảo

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang

Câu I (2,0 điểm). Tìm các điểm cực trị (nếu có) của hàm số

$$z = x^2 - x(2y + y^2).$$

Câu II (2,0 điểm). Tính tích phân bội hai

$$I = \iint_D \frac{dx dy}{x^2 + y^2 + 1}, \text{ trên miền } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0\}.$$

Câu III (2,0 điểm). Tính tích phân bội ba

$$K = \iiint_V x dx dy dz, \text{ với miền } V \text{ là tứ diện giới hạn bởi các mặt}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 1, \\ x = 0, y = 0, z = 0. \end{cases}.$$

Câu IV (2,0 điểm). Giải phương trình vi phân cấp một

$$y' - \frac{2}{x}y = x^2(x^4 - 3).$$

Câu V (2,0 điểm). Giải phương trình vi phân cấp hai

$$y'' + y' = (x+1)e^x.$$

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề

Duyệt đề

Ngọc Minh Châu

Vũ Thị Thu Giang

Câu I (2,0 điểm). Tìm các điểm cực trị (nếu có) của hàm số

$$z = x^2 - x(12y - y^2).$$

Câu II (2,0 điểm). Tính tích phân bội hai

$$I = \iint_D (x^2 + y^2) dx dy, \text{ trên miền } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1; y \geq 0\}.$$

Câu III (2,0 điểm). Tính tích phân bội ba

$$K = \iiint_V (1-x) dx dy dz, \text{ với miền } V \text{ là tứ diện giới hạn bởi các mặt}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 1, \\ x = 0, y = 0, z = 0. \end{cases}$$

Câu IV (2,0 điểm). Giải phương trình vi phân cấp một

$$y' + \frac{2x}{x^2 + 1} y = \frac{1}{x^2 + 1}.$$

Câu V (2,0 điểm). Giải phương trình vi phân cấp hai

$$y'' - 2y' + y = (3x - 2)e^{-x}.$$

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề

Duyệt đề

Ngọc Minh Châu

Vũ Thị Thu Giang

Câu 1 (2,5 điểm). Cho hàm số $f(x, y) = (\sqrt{x} - \sqrt[3]{y})^3$

a) (1,0đ) Tính các đạo hàm riêng cấp 1 của hàm số trên.

b) (1,5đ) Áp dụng vi phân toàn phần, tính giá trị gần đúng giá trị của biểu thức

$$P = (\sqrt{48} - \sqrt[3]{26})^3.$$

Câu 2 (2,0 điểm). Tính tích phân bội hai

$$I = \iint_D (x + 2y) dx dy,$$

với D là hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $\begin{cases} x + y = 1 \\ x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$.

Câu 3 (2,0 điểm). Tính tích phân bội ba

$$K = \iiint_V \frac{2}{1 + x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz, \text{ trên miền } V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1; z \geq 0\}.$$

Câu 4 (1,5 điểm). Giải phương trình vi phân cấp một

$$y' - \frac{2}{x}y = -2x^3.$$

Câu 5 (2,0 điểm). Giải phương trình vi phân tuyến tính cấp hai

$$y'' - y = \sin x.$$

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề

Duyệt đề

Ngọc Minh Châu

Vũ Thị Thu Giang

Câu 1 (2,5 điểm). Cho hàm số $f(x, y) = \sqrt{7e^x + y^2}$

- a) (1,0đ) Tính các đạo hàm riêng cấp 1 của hàm số trên.
b) (1,5đ) Áp dụng vi phân toàn phần, tính giá trị gần đúng giá trị của biểu thức

$$P = \sqrt{7e^{0,05} + (3,02)^2}.$$

Câu 2 (2,0 điểm). Tính tích phân bội hai

$$I = \iint_D \left(2y + \frac{1}{2}x \right) dx dy,$$

với D là hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng
$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x = 0 \\ y = 0 \end{cases}.$$

Câu 3 (2,0 điểm). Tính tích phân bội ba

$$K = \iiint_V \frac{z^2}{1 + x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz, \text{ với miền } V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1; z \leq 0\}.$$

Câu 4 (1,5 điểm). Giải phương trình vi phân cấp một

$$y' + 2xy = xe^{-x^2}.$$

Câu 5 (2,0 điểm). Giải phương trình vi phân tuyến tính cấp hai

$$y'' - 4y = 2 \sin 2x.$$

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề

Duyệt đề

Ngọc Minh Châu

Vũ Thị Thu Giang

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Giải tích 2 Đáp án đề số: 06
--	---

(Ngày thi: 08/08/2020)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu		Đáp án vắn tắt	Điểm	
I 2.5đ	1 1đ	$\frac{\partial f}{\partial x} = 3\left(\sqrt{x} - \sqrt[3]{y}\right)^2 \frac{\partial\left(\sqrt{x} - \sqrt[3]{y}\right)}{\partial x} = 3\left(\sqrt{x} - \sqrt[3]{y}\right)^2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$	0.25 0.25	
		$\frac{\partial f}{\partial y} = 3\left(\sqrt{x} - \sqrt[3]{y}\right)^2 \frac{\partial\left(\sqrt{x} - \sqrt[3]{y}\right)}{\partial y} = \left(\sqrt{x} - \sqrt[3]{y}\right)^2 \cdot \frac{-1}{\sqrt[3]{y^2}}$	0.25 0.25	
	2 1.5đ	$f\left(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y\right) \approx f\left(x_0, y_0\right) + f'_{\text{'}}\left(x_0, y_0\right) \cdot \Delta x + f'_{\text{'}}\left(x_0, y_0\right) \cdot \Delta y$	0.25	
		$x_0 = 49, \Delta x = -1; y_0 = 27, \Delta y = -1;$	0.25	
		$P = \left(\sqrt{48} - \sqrt[3]{26}\right)^3 = f\left(49 + (-1); 27 + (-1)\right)$ $\approx f\left(49; 27\right) + f'_{\text{'}}\left(49; 27\right) \cdot (-1) + f'_{\text{'}}\left(49; 27\right) \cdot (-1)$	0.25	
		$f\left(49; 27\right) = \left(7 - 3\right)^3 = 64;$ $f'_{\text{'}}\left(49; 27\right) = 3\left(\sqrt{49} - \sqrt[3]{27}\right)^2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{49}} = \frac{24}{7};$ $f'_{\text{'}}\left(49; 27\right) = \left(\sqrt{49} - \sqrt[3]{27}\right)^2 \cdot \frac{-1}{\sqrt[3]{27}} = \frac{-16}{3}.$	0.25 0.25	
		$P \approx 64 + \frac{24}{7}(-1) - \frac{16}{3}(-1) = 65,9048.$	0.25	
	II 2.0đ	2.0đ	Viết lại miền D : $D = \{(x, y) 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1 - x\}$	0.25*2
			$I = \iint_D (x + 2y) dx dy = \int_0^1 \left(\int_0^{1-x} (x + 2y) dy \right) dx$	0.25*2
$= \int_0^1 (xy + y^2)_0^{1-x} dx = \int_0^1 (1 - x) dx = \left(x - \frac{x^2}{2} \right)_0^1 = \frac{1}{2}$			0.25*4	
III 2.0đ	2.0đ	$x = r \sin \theta \cos \varphi; y = r \sin \theta \sin \varphi; z = r \cos \theta$	0.25	
		$V \Leftrightarrow V'$ xác định bởi $0 \leq r \leq 1; 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}; 0 \leq \varphi \leq 2\pi.$	0.25	
		$1 + x^2 + y^2 + z^2 = 1 + (r \sin \theta \cos \varphi)^2 + (r \sin \theta \sin \varphi)^2 + (r \cos \theta)^2 = 1 + r^2$	0.25	

		$K = \iiint_{V'} \frac{2}{1+r^2} \cdot r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi = \int_0^{2\pi} d\varphi \cdot \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin \theta d\theta \cdot \int_0^1 \frac{2r^2}{1+r^2} dr$	0.25
		$= 2\pi \cdot \left(-\cos \theta \Big _{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \right) \cdot \left(2(r - \arctan r) \Big _0^1 \right)$	0.25
		$= 2\pi \cdot 1 \cdot 2 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) = 4\pi - \pi^2.$	0.25 0.25
IV 1.5đ	1.5đ	PT vi phân thuần nhất tương ứng là: $y' - \frac{2}{x}y = 0 \Leftrightarrow \frac{dy}{y} = \frac{2dx}{x}$ (Do $y=0$ K0 là N0 của PT(1)) $\Leftrightarrow \ln y = 2 \ln x + C_1 \Leftrightarrow y = Cx^2.$	0.25 0.25
		+) Sử dụng PP biến thiên Lagrange. $y = C(x)x^2 \Rightarrow y' = C'(x)x^2 + 2C(x)x$	0.25
		$(C'(x)x^2 + 2C(x)x) - \frac{2}{x} \cdot C(x)x^2 = -2x^3$	0.25
		$\Leftrightarrow C'(x)x^2 = -2x^3 \Leftrightarrow C'(x) = -2x \Leftrightarrow C(x) = -x^2 + C_0$	0.25
		+) Đáp số: $y = (-x^2 + C_0)x^2$	0.25
V 2.0đ	2.0đ	PT đặc trưng: $y'' - y = 0 \Leftrightarrow k^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 1 \\ k = -1 \end{cases}$	0.25 0.25
		$\Rightarrow y = C_1 e^x + C_2 e^{-x}$	0.25
		+) Có: $f(x) = \sin x \Rightarrow \beta = 1$	0.25
		$\Rightarrow \pm i$ không là nghiệm của PT đặc trưng $\Rightarrow$ ta tìm nghiệm riêng của PT có dạng: $y = C \sin x \quad (P_m(x) = 0; Q_n(x) = 1)$	
		+) Có: $\begin{cases} y' = C \cdot \cos x \\ y'' = -C \cdot \sin x \end{cases} \Rightarrow (-C \cdot \sin x) - C \cdot \sin x = \sin x \Rightarrow C = -\frac{1}{2}.$	0.25*2
		+) Vậy nghiệm cần tìm là: $y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} - \frac{1}{2} \sin x.$	0.25

Cán bộ ra đề: Ngọc Minh Châu
Cán bộ làm đáp án: Nguyễn Thị Thúy Hạnh

Duyệt đáp án
Nguyễn Hoàng Huy

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Xác suất thống kê Đáp án đề số: 07
--	---

(Ngày thi: 08/08/2020)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu		Đáp án vắn tắt	Điểm	
I 2.5đ	1 1đ	$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{2\sqrt{7e^x + y^2}} \cdot \frac{\partial(7e^x + y^2)}{\partial x} = \frac{1}{2\sqrt{7e^x + y^2}} \cdot 7e^x$	0.25 0.25	
		$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{1}{2\sqrt{7e^x + y^2}} \cdot \frac{\partial(7e^x + y^2)}{\partial y} = \frac{1}{2\sqrt{7e^x + y^2}} \cdot 2y$	0.25 0.25	
	2 1.5đ	$f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) \approx f(x_0, y_0) + f'_x(x_0, y_0) \cdot \Delta x + f'_y(x_0, y_0) \cdot \Delta y$	0.25	
		$x_0 = 0, \Delta x = 0.05; y_0 = 3, \Delta y = 0.02;$	0.25	
		$P = \sqrt{7e^{0.05} + (3.02)^2} = f(0 + 0.05; 3 + 0.02)$ $= f(0; 3) + f'_x(0; 3) \cdot (0.05) + f'_y(0; 3) \cdot (0.02)$	0.25	
		$f(0; 3) = \sqrt{7e^0 + 3^2} = 4;$ $f'_x(0; 3) = \frac{1}{2\sqrt{7e^0 + 3^2}} \cdot 7e^0 = \frac{7}{8};$ $f'_y(0; 3) = \frac{1}{2\sqrt{7e^0 + 3^2}} \cdot 2.3 = \frac{3}{4}$	0.25 0.25	
		$P \approx 4 + \frac{7}{8}(0.05) + \frac{3}{4}(0.02) = 4.05875.$	0.25	
	II 2.0đ	2.0đ	Viết lại miền D : $D = \left\{ (x, y) 0 \leq x \leq 4; 0 \leq y \leq \frac{4-x}{2} \right\}$	0.25*2
			$I = \iint_D \left(2y + \frac{1}{2}x \right) dx dy = \int_0^4 \left(\int_0^{\frac{4-x}{2}} \left(2y + \frac{1}{2}x \right) dy \right) dx$	0.25*2
			$= \int_0^4 \left(y^2 + \frac{1}{2}xy \right) \Big _0^{\frac{4-x}{2}} dx = \int_0^4 (4-x) dx = \left(4x - \frac{1}{2}x^2 \right) \Big _0^4 = 8$	0.25*4
	III 2.0đ	2.0đ	$x = r \sin \theta \cos \varphi; y = r \sin \theta \sin \varphi; z = r \cos \theta$	0.25
$V \Leftrightarrow V'$ xác định bởi $0 \leq r \leq 1; \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi; 0 \leq \varphi \leq 2\pi.$			0.25	

		$1 + x^2 + y^2 + z^2 = 1 + (r \sin \theta \cos \varphi)^2 + (r \sin \theta \sin \varphi)^2 + (r \cos \theta)^2 = 1 + r^2$	0.25
		$K = \iiint_V \frac{r^2 \cos^2 \theta}{1 + r^2} \cdot r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi = \int_0^{2\pi} d\varphi \cdot \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos^2 \theta \sin \theta d\theta \cdot \int_0^1 \left(r^2 - 1 + \frac{1}{1+r^2} \right) dr$	0.25
		$= 2\pi \cdot \left(-\frac{1}{3} \cos^3 \theta \Big _{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \right) \cdot \left(\left(\frac{1}{3} r^3 - r + \arctan r \right) \Big _0^1 \right)$	0.25
		$= 2\pi \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{2}{3} + \frac{\pi}{4} \right) = -\frac{4}{9} \pi + \frac{\pi^2}{6}.$	0.25
			0.25
IV 1.5đ	1.5đ	PT vi phân thuần nhất tương ứng là:	0.25
		$y' + 2xy = 0 \Leftrightarrow \frac{dy}{y} = -2x dx \quad (Do \ y = 0 \text{ K0 là N0 của (2)})$	0.25
		$\Leftrightarrow \ln y = -x^2 + C_1 \Leftrightarrow y = C e^{-x^2}.$	0.25
		+) Sử dụng PP biến thiên Lagrange.	0.25
		$y = C(x) e^{-x^2} \Rightarrow y' = C'(x) e^{-x^2} - 2xC(x) e^{-x^2}$	0.25
		$(C'(x)x^2 + 2C(x)x) - \frac{2}{x} \cdot C(x)x^2 = -2x^3$	0.25
V 2.0đ	2.0đ	$\Leftrightarrow C'(x)x^2 = -2x^3 \Leftrightarrow C'(x) = -2x \Leftrightarrow C(x) = -x^2 + C_0$	0.25
		+) Đáp số: $y = (-x^2 + C_0)x^2$	0.25
		PT đặc trưng: $y'' - 4y = 0 \Leftrightarrow k^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 \\ k = -2 \end{cases}$	0.25
		$\Rightarrow y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x}$	0.25
		+) Có: $f(x) = \sin 2x \Rightarrow \beta = 2$	0.25
		$\Rightarrow \pm 2i$ không là nghiệm của PT đặc trưng	0.25
		$\Rightarrow$ ta tìm nghiệm riêng của PT có dạng:	0.25
		$y = C \sin 2x \quad (P_m(x) = 0; Q_n(x) = 1)$	0.25
		+) Có:	0.25*2
		$\begin{cases} y' = 2C \cdot \cos 2x \\ y'' = -4C \cdot \sin 2x \end{cases} \Rightarrow (-4C \cdot \sin 2x) - 4C \cdot \sin 2x = 2 \sin 2x \Rightarrow C = -\frac{1}{4}.$	0.25*2
		+) Vậy nghiệm cần tìm là: $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x} - \frac{1}{4} \sin 2x.$	0.25
			0.25

Cán bộ ra đề: Ngọc Minh Châu

Cán bộ làm đáp án: Nguyễn Thị Thúy Hạnh

Duyệt đáp án

Nguyễn Hoàng Huy

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN GT2- 01	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Giải tích 2 Đáp án đề thi số: 06
--	---

(Ngày thi: 25/08/2020)

Ghi chú: Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt					Điểm																									
I 2.5đ	+) Tìm điểm dừng, giải hệ $\begin{cases} z'_x = 0 \\ z'_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2xy + 2x - y^2 - y = 0 \\ x^2 - 2xy - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2x - y)(y + 1) = 0 \\ x(x - 2y - 1) = 0 \end{cases}$ Giải hệ ta tìm được 4 điểm dừng $M(0, 0); N(0, -1) \ P(-1, -1); Q(\frac{-1}{3}, \frac{-2}{3})$ $A = z''_{xx} = 2y + 2; B = z''_{xy} = 2x - 2y - 1; C = z''_{yy} = -2x$					0.25x 2																									
	<table><tr><th>Điểm</th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>$B^2 - A.C$</th></tr><tr><td>M(0,0)</td><td>2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>N(0,-1)</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>P(-1,-1)</td><td>0</td><td>-1</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>$Q(\frac{-1}{3}, \frac{-2}{3})$</td><td>$\frac{2}{3}$</td><td>$\frac{-1}{3}$</td><td>$\frac{4}{3}$</td><td>$\frac{-7}{9}$</td></tr></table>					Điểm	A	B	C	$B^2 - A.C$	M(0,0)	2	-1	0	1	N(0,-1)	0	1	0	1	P(-1,-1)	0	-1	2	1	$Q(\frac{-1}{3}, \frac{-2}{3})$	$\frac{2}{3}$	$\frac{-1}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{-7}{9}$	0.25x 2
	Điểm	A	B	C	$B^2 - A.C$																										
	M(0,0)	2	-1	0	1																										
	N(0,-1)	0	1	0	1																										
	P(-1,-1)	0	-1	2	1																										
$Q(\frac{-1}{3}, \frac{-2}{3})$	$\frac{2}{3}$	$\frac{-1}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{-7}{9}$																											
Vậy $Q(\frac{-1}{3}, \frac{-2}{3})$ là điểm cực tiểu					0.25																										
II 2.5đ	1	$\int_0^1 dx \int_0^x xy^2 dy = \int_0^1 (x \frac{y^3}{3} \Big _{y=0}^{y=x}) dx = \int_0^1 \frac{x^4}{3} dx = \frac{x^5}{15} \Big _0^1 = \frac{1}{15}$				0,5+ 0.25x 2																									
	2	Đổi biến $\begin{cases} u = x + y \\ v = x + 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2u - v \\ y = -u + v \end{cases}$				0.25																									
		$D \rightarrow D' = \{(u,v): 0 \leq u \leq 1; 1 \leq v \leq 3\}$, định thức Jacobi				0.25																									
		$J = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 1$				0.25																									
		$\iint_D x dx dy = \int_0^1 du \int_1^3 (2u - v) J dv = \int_0^1 \left[(2uv - \frac{v^2}{2}) \Big _{v=1}^{v=3} \right] du =$				0.25x 2																									
		$= \int_0^1 (4u - 4) du = (2u^2 - 4u) \Big _0^1 = -2$				0.25																									

IV 2.0đ	Đổi biến $\begin{cases} x = r \sin \theta \cdot \cos \varphi \\ y = r \sin \theta \cdot \sin \varphi \\ z = r \cdot \cos \theta \end{cases} dk \begin{cases} r > 0 \\ 0 < \theta < \pi \\ 0 \leq \varphi < 2\pi \end{cases}$	0.25
	Từ điều kiện $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 \leq 4 \\ z \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r^2 \leq 4 \\ r \cdot \cos \theta \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 < r \leq 4 \\ 0 < \theta \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \text{ (kết}$	0.5
	hợp cả đk ban đầu); Định thức Jacobi J = r ² sin θ	
	$\int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^2 dr \int_0^{2\pi} \sqrt{r^2} \cdot J d\varphi = \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^2 dr \int_0^{2\pi} r \cdot r^2 \cdot \sin \theta d\varphi =$	0.25x 2
V 3.0đ	$= \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^2 2\pi \cdot r^3 \cdot \sin \theta dr = \int_0^{\pi/2} \left[2\pi \cdot \sin \theta \cdot \frac{r^4}{4} \right]_0^2 d\theta =$	0.25x 2
	$= \int_0^{\pi/2} 8\pi \cdot \sin \theta \cdot d\theta = -8\pi \cdot \cos \theta \Big _0^{\pi/2} = 8\pi$	0.25
	1 $\frac{dx}{y^2 + 1} - e^x dy = 0 \Leftrightarrow \frac{dx}{e^x} = (y^2 + 1) dy$	0.25
2	$\Leftrightarrow \int e^{-x} dx = \int (y^2 + 1) dy \Leftrightarrow -e^{-x} = \frac{y^3}{3} + y + C$	0.25x 3
	Pt đặc trưng k ² - 6k + 8 = 0 ⇔ k = 2; k = 4	0.25
	nghiệm tổng quát của pt thuần nhất y = C ₁ e ^{2x} + C ₂ e ^{4x}	0.25
	α = 2 là nghiệm đơn của ptdt nên nghiệm riêng dạng y = A.x.e ^{2x} ⇒ y' = e ^{2x} (2Ax + A)	0.25x 3
	y'' = e ^{2x} (4Ax + 2A + 2A) = e ^{2x} (4Ax + 4A)	
2	thay e ^{2x} (4Ax + 4A) - 6e ^{2x} (2Ax + A) + 8A.x.e ^{2x} = e ^{2x}	
	⇒ -2Ae ^{2x} = e ^{2x} ⇒ A = -1/2	0.25
	Nghiệm riêng y = -1/2 .x.e ^{2x}	0.25
2	Nghiệm TQ cần tìm y = C ₁ e ^{2x} + C ₂ e ^{4x} + -1/2 x.e ^{2x}	0.25

Cán bộ làm đáp án: Nguyễn Thị Lan

Cán bộ duyệt đáp án:

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN GT2- 02	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Giải tích 2 Đáp án đề thi số: 07
--	---

(Ngày thi: 25/08/2020)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu		Đáp án vắn tắt	Điểm																									
I 2.5đ	+	Tìm điểm dừng, giải hệ $\begin{cases} z'_x = 0 \\ z'_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 + 2xy - y = 0 \\ 2xy - 2y + x^2 - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y(y + 2x - 1) = 0 \\ (x - 1)(2y + x) = 0 \end{cases}$ Giải hệ ta tìm được 4 điểm dừng M(1,0); N(1,-1) P(0,0,); Q($\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}$) $A = z''_{xx} = 2y; B = z''_{xy} = 2y + 2x - 1; C = z''_{yy} = 2x - 2$ <table><tr><th>Điểm</th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>$B^2 - AC$</th></tr><tr><td>M(1,0)</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>N(1,-1)</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>P(0,0)</td><td>0</td><td>-1</td><td>-2</td><td>1</td></tr><tr><td>Q($\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}$)</td><td>$-\frac{2}{3}$</td><td>$-\frac{1}{3}$</td><td>$-\frac{2}{3}$</td><td>$-\frac{1}{3}$</td></tr></table>	Điểm	A	B	C	$B^2 - AC$	M(1,0)	0	1	0	1	N(1,-1)	-2	-1	0	1	P(0,0)	0	-1	-2	1	Q($\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}$)	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0.25x 2 0.25x 2 0.25 0,25x 4
	Điểm	A	B	C	$B^2 - AC$																							
	M(1,0)	0	1	0	1																							
	N(1,-1)	-2	-1	0	1																							
	P(0,0)	0	-1	-2	1																							
Q($\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}$)	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$																								
		Vậy $Q(\frac{-1}{3}, \frac{-2}{3})$ là điểm cực đại	0.25																									
II 2.5đ	1	$\int_0^1 dx \int_0^x (x + y) dy = \int_0^1 (xy + \frac{y^2}{2}) \Big _{y=0}^{y=x} dx =$ $= \int_0^1 \frac{3x^2}{2} dx = \frac{x^3}{2} \Big _0^1 = \frac{1}{2}$	0,5+ 0.25x 2																									
	2	Đổi biến $\begin{cases} u = x - y \\ v = 2x + y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{u}{3} + \frac{v}{3} \\ y = \frac{-2u}{3} + \frac{v}{3} \end{cases}$ $D \rightarrow D' = \{(u,v): 0 \leq u \leq 1; 1 \leq v \leq 2\}$, định thức Jacobi $J = \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{vmatrix} = \frac{1}{3}; \iint_D y dx dy = \int_0^1 du \int_1^2 (\frac{-2u}{3} + \frac{v}{3}) J dv =$	0.25 0.25 0.25x 2																									

		$= \frac{1}{9} \int_0^1 \left(-2uv + \frac{v^2}{2} \right) \Big _{v=1}^{v=2} du = \frac{1}{9} \int_0^1 (-2u + \frac{3}{2}) du = \frac{1}{18}$	0.25x 2
III 2.0đ		Đổi biến $\begin{cases} x = r \sin \theta \cdot \cos \varphi \\ y = r \sin \theta \cdot \sin \varphi \\ z = r \cdot \cos \theta \end{cases} dk \begin{cases} r > 0 \\ 0 < \theta < \pi \\ 0 \leq \varphi < 2\pi \end{cases}$ Từ điều kiện $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 \leq 9 \\ x^2 + y^2 + z^2 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq r \leq 3$ Định thức Jacobi $J = r^2 \cdot \sin \theta$ $\int_0^\pi d\theta \int_1^3 dr \int_0^{2\pi} \frac{ J }{r^2} d\varphi = \int_0^\pi d\theta \int_1^3 dr \int_0^{2\pi} \sin \theta d\varphi =$ $= \int_0^\pi d\theta \int_1^3 2\pi \sin \theta dr = \int_0^\pi \left[2\pi \cdot \sin \theta \cdot r \right]_1^3 d\theta =$ $= \int_0^\pi 4\pi \cdot \sin \theta \cdot d\theta = -4\pi \cdot \cos \theta \Big _0^\pi = 8\pi$	0.25 0.5 0.25x 2 0.25x 2 0.25
	1	$\frac{y dx}{y^2 + 1} - e^{-x} dy = 0 \Leftrightarrow \frac{dx}{e^{-x}} = \frac{(y^2 + 1) dy}{y}$ $\Leftrightarrow \int e^x dx = \int (y + \frac{1}{y}) dy \Leftrightarrow e^x = \frac{y^2}{2} + \ln y + C$	0.25 0.25x 3
	2	Pt đặc trưng $k^2 + 4k + 3 = 0 \Leftrightarrow k = -1; k = -3$ nghiệm tổng quát của pt thuần nhất $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-3x}$ $\alpha = -1$ là nghiệm đơn của ptđt nên nghiệm riêng dạng $y = A x \cdot e^{-x} \Rightarrow y' = e^{-x} (-Ax + A)$ $y'' = e^{-x} (Ax - A - A) = e^{-x} (Ax - 2A)$ thay $e^{-x} (Ax - 2A) + 4e^{-x} (-Ax + A) + 3Ax \cdot e^{-x} = e^{-x}$ $\Rightarrow 2Ae^{-x} = e^{-x} \Rightarrow A = \frac{1}{2}$ Nghiệm riêng $y = \frac{1}{2} \cdot x \cdot e^{-x}$ Nghiệm TQ cần tìm $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-3x} + \frac{1}{2} x \cdot e^{-x}$	0.25 0.25 0.25x 3 0.25 0.25 0.25

Cán bộ làm đáp án: Nguyễn Thị Lan

Cán bộ duyệt đáp án:

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN Đáp án đề thi số: 02	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Giải tích 2
---	---

(Ngày thi: 25/7/2020)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 2,0đ	Giải hệ $\begin{cases} z'_x = 2x - 2y - y^2 = 0 \\ z'_y = -2x - 2xy = 0 \end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2y - y^2 = 0 \\ x = 0 \\ y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0; y = 0 \\ x = 0; y = -2 \\ x = -1/2; y = -1 \end{cases}$	0,25 0,25
	$\Rightarrow$ 3 điểm tới hạn: $M_1(0;0), M_2(0;-2), M_3(-1/2;-1)$	
	Ta có: $z''_{xx} = 2; z''_{xy} = -2 - 2y; z''_{yy} = -2x$	0,5
	Với $M_1(0;0)$ có $B^2 - AC = 4 > 0 \Rightarrow M_1$ không là cực trị Với $M_2(0;-2)$ có $B^2 - AC = 4 > 0 \Rightarrow M_2$ không là cực trị Với $M_3(-1/2;-1)$ có $B^2 - AC = -2 < 0 \Rightarrow M_3$ là cực tiểu (Ghi chú: Nếu KL đúng 2 trong 3 điểm tới hạn thì được 0,25đ, nếu đúng cả 3 thì được thêm 0,25đ)	0,25 0,25
II 2,0đ	Đặt $\begin{cases} x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \end{cases}, D \rightarrow D': \begin{cases} 0 \leq r \leq 2 \\ 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$ và $J = r$	0,5
	$I = \iint_{D'} \frac{rdrd\varphi}{r^2+1} = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^2 \frac{d(r^2+1)}{r^2+1} = \frac{\pi}{4} \cdot \ln 5$	0,5 0,5 0,5
III	Vẽ hình; Có $V = \{(x, y, z) : 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1-x; 0 \leq z \leq 1-x-y\}$	0,25 0,25
	$K = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int_0^{1-x-y} x dz$	0,5

2,0đ	$= \int_0^1 dx \int_0^{1-x} x(1-x-y)dy$	0,5
	$= \int_0^1 \frac{x}{2} (1-x)^2 dx = \frac{1}{24}$	0,5
IV 2,0đ	Ta có $p(x) = -\frac{2}{x}; q(x) = x^2(x^4-3)$	0,25
	Áp dụng CT, có NTQ: $y = \left[\int x^2(x^4-3) \cdot e^{\int \frac{-2}{x} dx} dx + C \right] \cdot e^{\int \frac{-2}{x} dx}$	0,5
	$= \left[\int x^2(x^4-3) \cdot e^{\ln \frac{1}{x^2}} dx + C \right] \cdot e^{\ln x^2} = \left[\int (x^4-3) dx + C \right] \cdot x^2$	0,5 0,5
	$= \left(\frac{x^5}{5} - 3x + C \right) x^2$ với $C \in \mathbb{R}$	0,25
V 2,0đ	PTĐT: $k^2 + k = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k_1 = 0 \\ k_2 = -1 \end{cases}$	0,25
	$\Rightarrow y^* = C_1 + C_2 e^{-x}$ là NTQ của phương trình thuần nhất	0,25
	VT có $n=1; \alpha=1$ nên nghiệm riêng của pt dạng: $Y = (Ax+B)e^x \Rightarrow Y' = (Ax+A+B)e^x$ và $Y'' = [Ax+2A+B]e^x$	0,25 0,25
	Thay Y' và Y'' vào phương trình được: $(x+1)e^x = (2Ax+3A+2B)e^x \Rightarrow \begin{cases} 2A=1 \\ 3A+2B=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=\frac{1}{2} \\ B=-\frac{1}{4} \end{cases}$	0,5
	Suy ra nghiệm riêng của (1): $Y = \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \right) e^x$	0,25
	Vậy NTQ của (1) là: $y = C_1 + C_2 e^{-x} + \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \right) e^x$ với $C_1, C_2 \in \mathbb{R}$	0,25

Cán bộ ra đề: Ngọc Minh Châu
Cán bộ soạn đáp án: Hoàng Thị Thanh Giang

Duyệt đáp án
Nguyễn Hoàng Huy

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN Đáp án đề thi số: 03	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Giải tích 2
---	---

(Ngày thi: 25/7/2020)

Ghi chú: Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 2,0đ	Giải hệ $\begin{cases} z'_x = 2x - 12y + y^2 = 0 \\ z'_y = -12x + 2xy = 0 \end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 12y + y^2 = 0 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0; y = 0 \\ x = 0; y = 12 \\ x = 18; y = 6 \end{cases}$	0,25 0,25
	$\Rightarrow$ 3 điểm tới hạn: $M_1(0;0), M_2(0;12), M_3(18;6)$	
	Ta có: $z''_{xx} = 2; z''_{xy} = -12 + 2y; z''_{yy} = 2x$	0,5
	Với $M_1(0;0)$ có $B^2 - AC = 144 > 0 \Rightarrow M_1$ không là cực trị	0,25
	Với $M_2(0;12)$ có $B^2 - AC = 144 > 0 \Rightarrow M_2$ không là cực trị	0,25
II 2,0đ	Với $M_3(18;6)$ có $B^2 - AC = -72 < 0 \Rightarrow M_3$ là cực tiểu (Ghi chú: Nếu KL đúng 2 trong 3 điểm tới hạn thì được 0,25đ, nếu đúng cả 3 thì được thêm 0,25đ)	0,25
	Đặt $\begin{cases} x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \end{cases}, D \rightarrow D': \begin{cases} 0 \leq r \leq 1 \\ 0 \leq \varphi \leq \pi \end{cases}$ và $J = r$	0,5
	$I = \iint_{D'} r^2 \cdot r dr d\varphi = \int_0^\pi d\varphi \int_0^1 r^3 dr = \frac{\pi}{4}$	0,5 0,5 0,5
III 2,0đ	Vẽ hình; Có $V = \{(x, y, z) : 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1-x; 0 \leq z \leq 1-x-y\}$	0,25 0,25
	$K = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int_0^{1-x-y} (1-x) dz$	0,5
	$= \int_0^1 dx \int_0^{1-x} (1-x)(1-x-y) dy$	0,5

	$= \int_0^1 \frac{1}{2} (1-x)^3 dx = \frac{1}{8}$	0,5
IV 2,0đ	Ta có $p(x) = \frac{2x}{x^2+1}; q(x) = \frac{1}{x^2+1}$	0,25
	Áp dụng CT, có NTQ: $y = \left[\int \frac{1}{x^2+1} \cdot e^{\int \frac{2x}{x^2+1} dx} dx + C \right] \cdot e^{-\int \frac{2x}{x^2+1} dx}$	0,5
	$= \left[\int \frac{1}{x^2+1} \cdot e^{\ln(x^2+1)} dx + C \right] \cdot e^{-\ln(x^2+1)} = \left[\int dx + C \right] \cdot \frac{1}{x^2+1}$	0,5 0,5
	$= (x+C) \frac{1}{x^2+1}$ với $C \in R$.	0,25
V 2,0đ	PTĐT: $k^2 - 2k + 1 = 0 \Leftrightarrow k_1 = k_2 = 1$	0,25
	$\Rightarrow y^* = (C_1 + C_2 x) e^x$ là NTQ của phương trình thuần nhất	0,25
	VT có $n=1; \alpha=-1$ nên nghiệm riêng của pt dạng:	0,25
	$Y = (Ax + B) e^{-x} \Rightarrow Y' = (-Ax + A - B) e^{-x}$	0,25
	và $Y'' = [Ax - 2A + B] e^{-x}$	
	Thay Y' và Y'' vào phương trình được: $(3x-2) e^{-x} = (4Ax - 4A + 4B) e^{-x}$	0,25
	$\Rightarrow \begin{cases} 4A = 3 \\ -4A + 4B = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{3}{4} \\ B = \frac{1}{4} \end{cases}$	0,25
	Suy ra nghiệm riêng của (1): $Y = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{4} \right) e^{-x}$	0,25
	Vậy NTQ của (1) là: $y = (C_1 + C_2 x) e^x + \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{4} \right) e^{-x}$ với $C_1, C_2 \in R$	0,25

Cán bộ ra đề: Ngọc Minh Châu
Cán bộ soạn đáp án: Hoàng Thị Thanh Giang

Duyệt đáp án
Nguyễn Hoàng Huy

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Giải tích 2 Đáp án đề thi số: 02
GT2	

(Ngày thi: 01/08/2020)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 3.0đ	a $+ f'_x = \frac{4x}{2x^2 - y}; f'_y = \frac{-1}{2x^2 - y}$	0.25+
	$+ f''_{xx} = \frac{-8x^2 - 4y}{(2x^2 - y)^2}; f''_{xy} = \frac{4x}{(2x^2 - y)^2}$	0.25
	$+ f''_{yx} = \frac{4x}{(2x^2 - y)^2}; f''_{yy} = \frac{-1}{(2x^2 - y)^2}$	0.25+
		0.25
	b $f'_x = 3x^2 - 9y; f'_y = -9x + 3y^2;$ Điểm dừng $M_0(0,0); M_1(3,3)$	0.25
	$f''_{xx} = 6x; f''_{xy} = -9; f''_{yy} = 6y;$	0.25
II 2.0đ	$+ \text{Điểm dừng } M_0(0,0) \text{ có } B^2 - AC = 81 > 0, \text{ không}$ là cực trị	0.25
	$+ \text{Điểm dừng } M_1(3,3) \text{ có } B^2 - AC = < 0,$ $A = 18 > 0, \text{ là cực tiểu.}$	0.25
	Vẽ đúng hình của miền lấy tích phân Đặt $x = r \cos \varphi; y = r \sin \varphi; \text{Jacobi: } J = r$	0.5+
III 2.0đ	$D^*: 0 \leq r \leq 2; \frac{-\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$	0.25
	$I = \iint_{D^*} \sqrt{4 - r^2} r dr d\varphi = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left[\int_0^2 \sqrt{4 - r^2} r dr \right] d\varphi = \frac{8\pi}{3}$	0.25
	Vẽ đúng hình của miền lấy tích phân Đặt $x = r \cos \varphi; y = r \sin \varphi; z = z$ Jacobi: $ J = r$	0.5
IV 1.5đ	$V^*: 0 \leq r \leq 2; 0 \leq \varphi \leq 2\pi; 0 \leq z \leq 4$	0.5
	$I = \iiint_{V^*} r^4 \cos^2 \varphi \sin \varphi dr d\varphi dz = 0$	0.5
		0.5

IV 1.5đ	Chia 2 vế phương trình cho $\sqrt{x^2 + 4}\sqrt{y^2 + 1}$	0.25
	$\frac{2x}{\sqrt{x^2 + 4}} - \frac{y}{\sqrt{y^2 + 1}} = 0$	0.25
	Tích phân 2 vế ta có tích phân tổng quát là $2\sqrt{x^2 + 4} - \sqrt{y^2 + 1} = C$	0.5
	Thay đk $y(0) = 0$, ta thu được $C = 3$	0.25
	Nghiệm cần tìm là $2\sqrt{x^2 + 4} - \sqrt{y^2 + 1} = 3$	0.25
V 1.5đ	Phương trình thuần nhất $y'' - 3y' + 2y = 0$	0.25
	PT đặc trưng $k^2 - 3k + 2 = 0$ có 2 nghiệm $k_1 = 1;$ $k_2 = 2$	0.25
	N TQ của PT thuần nhất $\bar{y} = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$	0.25
	Nghiệm riêng có dạng $Y = x(A + Bx)e^x$	0.25
	Tìm được nghiệm riêng $Y = -x(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}x)e^x$	0.25
	Nghiệm tổng quát của phương trình ban đầu $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x} - x(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}x)e^x$	0.25

Cán bộ ra đề: Nguyễn Xuân Thảo

Cán bộ soạn đáp án

Nguyễn Xuân Thảo

Duyệt đáp án

Vũ Thị Thu Giang

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Giải tích 2 Đáp án đề thi số: 03
GT2	

(Ngày thi: 01/08/ /2020)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án văn tắt	Điểm
I 3.0đ	a	
	$+ f'_x = \frac{-2x}{-x^2+2y}; f'_y = \frac{2}{-x^2+2y}$	0.25+
	$+ f''_{xx} = \frac{-2x^2-4y}{(-x^2+2y)^2}; f''_{xy} = \frac{4x}{(-x^2+2y)^2}$	0.25+
	$+ f''_{yx} = \frac{4x}{(-x^2+2y)^2}; f''_{yy} = \frac{-4}{(-x^2+2y)^2}$	0.25
	b	
	$f'_x = 3x^2+9y; f'_y = 9x+3y^2;$ Điểm dừng $M_0(0,0); M_1(-3,-3)$	0.25 0.25
II 2.0đ	$f''_{xx} = 6x; f''_{xy} = 9; f''_{yy} = 6y;$	0.25*2
	+ Điểm dừng $M_0(0,0)$ có $B^2 - AC = 81 > 0$, không là cực trị	0.25
	+ Điểm dừng $M_1(-3,-3)$ có $B^2 - AC = < 0$, $A = -18 < 0$, là cực đại.	0.25
	Về đúng hình của miền lấy tích phân Đặt $x = r \cos \varphi; y = r \sin \varphi$; Jacobi: $ J = r$ $D^*: 0 \leq r \leq 2; 0 \leq \varphi \leq \pi$	0.5+
III 2.0đ	$I = \iint_{D^*} \sqrt{4-r^2} r dr d\varphi = \int_0^\pi \left[\int_0^2 \sqrt{4-r^2} r dr \right] d\varphi = \frac{8\pi}{3}$	0.25
	Về đúng hình của miền lấy tích phân Đặt $x = r \cos \varphi; y = r \sin \varphi; z = z$	0.5
	Jacobi: $ J = r$	0.5
	$V^*: 0 \leq r \leq 2; 0 \leq \varphi \leq 2\pi; 0 \leq z \leq 4$ $I = \iiint_{V^*} r^4 \sin^2 \varphi \cos \varphi dr d\varphi dz = 0$	0.5

IV 1.5đ	Chia 2 vế phương trình cho $\sqrt{x^2+1}\sqrt{y^2+4}$	0.25
	$\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - \frac{2y}{\sqrt{y^2+4}} = 0$	0.25
	Tích phân 2 vế ta có tích phân tổng quát là $\sqrt{x^2+1} - 2\sqrt{y^2+4} = C$	0.5
	Thay đk $y(0) = 0$, ta thu được $C = -3$ Nghiệm cần tìm là $\sqrt{x^2+1} - 2\sqrt{y^2+4} = -3$	0.25 0.25
V 1.5đ	Phương trình thuần nhất $y'' - 3y' + 2y = 0$	0.25
	PT đặc trưng $k^2 - 3k + 2 = 0$ có 2 nghiệm $k_1 = 1;$ $k_2 = 2$	0.25
	N TQ của PT thuần nhất $\bar{y} = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$	0.25
	Nghiệm riêng có dạng $Y = x(A + Bx)e^{2x}$	0.25
	Tìm được nghiệm riêng $Y = -x(1 - \frac{1}{2}x)e^{2x}$	0.25
	Nghiệm tổng quát của phương trình ban đầu $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x} - x(1 - \frac{1}{2}x)e^{2x}$	0.25

Cán bộ ra đề: Nguyễn Xuân Thảo

Cán bộ soạn đáp án

Nguyễn Xuân Thảo

Duyệt đáp án

Vũ Thị Thu Giang