



Môn Thi: **ĐẠI SỐ**  
Thời gian: **100 phút**  
Ngày thi: **26/12/2020**

**Bài 1** (3,0 điểm) Cho  $a, b$  là nghiệm của phương trình  $x^2 + k = 0$ ,  $k$  là tham số. Hãy tính định thức :

$$\begin{vmatrix} a & b & m \\ b & a & n \\ a & b & p \end{vmatrix}$$

**Bài 2** (9,0 điểm) Cho các ma trận  $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 3 & 0 \\ 2 & -4 & m & 1 \\ -1 & 3 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 4 & 2 \\ 5 & 3 & 1 & -3 \\ -1 & 5 & 9 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $C = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ .

- (2,0 điểm) Tìm phần tử nằm ở hàng 2 cột 3 của ma trận  $-3AB'$  theo  $m$ .
- (4,0 điểm) Tìm  $m$  để  $A$  khả nghịch và phần tử nằm ở hàng 2, cột 3 của ma trận  $\left(\frac{1}{2}A^*\right)^{-1}$  bằng 5, trong đó  $A^*$  là ma trận phụ hợp của  $A$ .
- (3,0 điểm) Với  $m = 8$ , hãy tìm ma trận  $X$  sao cho  $A.X = C$ .

**Bài 3** (4,0 điểm) Cho ma trận  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  và  $I$  là ma trận đơn vị cấp 3. Đặt  $B = A - I$ .

- (1,5 điểm) Tính  $B^3$ .
- (2,5 điểm) Tính tổng các phần tử trên đường chéo chính của ma trận  $A^{100}$ .

**Bài 4** (2,0 điểm) Cho  $A$  và  $B$  là hai ma trận vuông cùng cấp  $n$  thỏa mãn  $A^2 = A$ ,  $B^2 = B$ ,  $AB = BA$  và  $\det(I - A - B) \neq 0$ , trong đó  $I$  là ma trận đơn vị cấp  $n$ . Chứng minh rằng  $\det(A) = \det(B)$ .

**Bài 5** (2,0 điểm) Tìm  $m$  để phương trình  $mx^3 - (3m+1)x^2 + 2(m+2)x - 4 = 0$  có 3 nghiệm phân biệt.

----- Hết -----

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: ..... SBD: .....



Môn Thi: GIẢI TÍCH

Thời gian: 100 phút

Ngày thi: 26/12/2020

**Bài 1. (5.0 điểm)**

1) Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi công thức  $u_1 = \frac{1}{2}$ ;  $u_{n+1} = \frac{u_n}{u_n + 1}$ ,  $n \geq 1$ .

a) Chứng minh rằng  $(v_n)$  là cấp số cộng với  $v_n = \frac{1}{u_n}$ .

b) Xác định số hạng tổng quát của  $(u_n)$ .

c) Đặt  $S_n = \frac{u_1}{1} + \frac{u_2}{2} + \dots + \frac{u_n}{n}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $n$  để  $S_n > \frac{2019}{2020}$ .

d) Tìm  $\lim_{n \rightarrow \infty} [1 + u_n]^n$ .

**Bài 2. (5.0 điểm)** Hàm số  $\alpha(x)$  được gọi là một **vô cùng bé (VCB)** khi  $x \rightarrow 0$  nếu  $\lim_{x \rightarrow 0} \alpha(x) = 0$ . Giả sử  $\alpha(x), \beta(x)$  là hai VCB khi  $x \rightarrow 0$ . Khi đó  $\alpha(x), \beta(x)$  được gọi là **tương đương** nếu  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 1$  và kí hiệu là  $\alpha(x) \sim \beta(x)$ . Chứng minh rằng các hàm số sau là các VCB tương đương khi  $x \rightarrow 0$ .

a)  $\alpha(x) = (1+x)^3 - 1 \sim \beta(x) = 3x$

b)  $\alpha(x) = \sqrt{x+1} - 1 \sim \beta(x) = \frac{x}{2}$

c)  $\alpha(x) = (1+x)^r - 1 \sim \beta(x) = rx$  với mọi  $r \in \mathbb{R}$ .

**Bài 3. (6,0 điểm)**

1) Cho hàm số  $f(x) = e^x + \cos x + \frac{x^2}{2} - x - 2$ .

a) Chứng minh rằng  $f'(x) \geq 0$  với mọi  $x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ .

b) Tính tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \max \left\{ e^x + \cos x; 2 + x - \frac{x^2}{3} \right\} dx$ .

2) Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị không âm và liên tục trên đoạn  $[0;1]$ , thỏa mãn

$$f^2(x) \leq 1 + 3 \int_0^x f(t) dt = g(x) \text{ với mọi } x \in [0;1]. \text{ Biết rằng } \left( \int_a^x f(t) dt \right)' = f(x).$$

a) Chứng minh rằng  $\frac{g'(x)}{2\sqrt{g(x)}} \leq \frac{3}{2}$

b) Tìm giá trị lớn nhất của tích phân  $\int_0^1 \sqrt{g(x)} dx$ .

**Bài 4. (4.0 điểm)**

Có hai cơ sở khoan giếng A và B. Cơ sở A có giá của mét khoan đầu tiên là 8000 (đồng) và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 500 (đồng) so với giá của mét khoan ngay trước đó. Cơ sở B có giá của mét khoan đầu tiên là 6000 (đồng) và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét khoan sau tăng thêm 7% giá của mét khoan ngay trước đó. Một công ty giống cây trồng muốn thuê khoan một giếng với độ sâu là 20m để phục vụ sản xuất. Giả thiết chất lượng và thời gian khoan giếng của hai cơ sở là như nhau. Công ty ấy nên chọn cơ sở nào để tiết kiệm chi phí?

----- **Hết** -----

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.